第38卷第9期 中国科学技术大学学报 Vol. 38, No. 9
2008年9月 JOURNAL OF UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA Sep. 2008

文章编号:0253-2778(2008)09-1109-04

期货组合保证金模型及其应用

程希骏,徐守坤

(中国科学技术大学统计与金融系,安徽合肥 230026)

摘要:期货保证金水平是保证期货市场安全有效运行的重要因素.由期货的收益率和流动性风险指标建立的核密度估计模型,可以用来设定单个期货的保证金水平.对期货组合,我们通过引入相关系数 τ 计算其动态迁移相关系数矩阵,由此来衡量不同期货合约之间价格相关性的变动,从而站在风险对冲的角度建立模型对期货组合的风险水平进行评估,确定其保证金水平.

关键词:期货组合保证金;核密度估计;相关系数 τ

中图分类号:F830.91 **文献标识码**:A

Futures portfolio margin model and its application

CHENG Xi-jun, XU Shou-kun

(*Dept. of Statistics and Finance, University of Science and Technology of China, Hefei* 230026, *China*)

Abstract: The futures margin level is an important factor to ensure the safe and efficient trading of futures market. A kernel density estimation model with income rate and liquidity risk index can be established to set up the margin level of single futures. In the case of futures portfolio, dynamic matrix of correlation coefficient τ could be computed to weigh the correlation of the price changes of the different futures. By means of these models, a futures portfolio's risk level could be evaluated and also its margin level could be worked out.

Key words: futures portfolio margin; kernel density estimation; correlation coefficient τ

0 引言

在期货市场上的各种风险控制制度中,保证金制度是相当重要的,同时也是影响期货市场运行效率的关键因素.由于在目前的期货交易中采用了逐日盯市制度,所以期货交易所需要每天对客户所持有的期货组合进行风险评估,在风险评估基础上形成保证金结果,从而在风险可控的前提下提高资本的使用效率.在我国目前的期货市场上,业界习惯于采用静态的一刀切的保证金水平,他们依据主观经验,随着持仓量、市场风险水平的大小以及到期日的临近对保证金水平进行不定期的调整.

随着 VaR 风险度量技术的广泛应用,相关的数量方法和模型也被引入到期货保证金水平的设定上.大量实证研究表明,金融资产收益率序列往往存在肥尾特征,在正态性假定下进行风险测度将会大大低估风险水平.因此,对金融资产收益率序列分布尾部特征的研究就显得相当重要了.国内外学者对期货保证金水平设定提出了许多模型和数量方法.文献[1]在收益率序列尾部估计中采用了 Hill 估计法、VaR-X 法、极值等多种方法[1].这些方法主要是通过选取阈值来得到收益率序列的尾部序列,再假

收稿日期:2007-04-30;**修回日期**:2007-08-26

基金项目:中国科学院知识创新工程重要方向项目(KJCK3-SYW-S02)资助.

作者简介:程希骏(通讯作者),男,1956年生,副教授.研究方向:数理金融. E-mail: xjc@ustc.edu.cn

定它们服从某种类型的参数分布来拟合估计参数并得到其分位数估计. 文献[2]对保证金水平的设置上也采用了极值理论的方法. 我们认为极值理论可以用来对期货合约较长历史时期数据进行分析来设定一个静态的保证金水平,以评估当前的保证金水平是否合理,但它不适应用来建立动态的保证金水平,且在应用极值理论时,阈值的选取多少含有主观成分. 文献[3]利用加权核密度估计和建立动态迁移相关系数矩阵来考虑了期货组合保证金的设定问题. 加权核密度估计方法是根据数据本身的特点,采用非参数方法来估计它的密度函数并得到分位数的估计,较好地弥补了以上极值方法的缺陷. 但文章没有考虑到期货市场的流动性风险,对于期货市场而言,流动性是交易制度设计和合约设计的重要目标之一,也是考察市场效率和功能发挥的重要指标. 本文综合考虑了期货价格、流动性风险和不同期货合约之间价格变动的相关性等因素,讨论了如何逐日对期货组合的风险进行评估,确定其动态保证金水平.

1 期货组合保证金模型

1.1 单个期货保证金模型

单个期货合约动态保证金模型的建立, 步骤如下:

(Ⅰ) 通过计算单个期货合约的历史价格数据,得到其对数收益率序列$\{r_k, k=1,2,\cdots,t-1\}$.

(Ⅱ) 利用序列$\{r_k\}$进行核密度估计,得到第 t 天对数收益率 r_t 的核密度估计

$$f(r_t)=\frac{1}{(t-1)h}\sum_{i=1}^{t-1}K\left(\frac{r_t-r_i}{h}\right). \tag{1}$$

式中,$K(x)$ 为核函数, 它通常满足对称性及 $\int K(x)\mathrm{d}x=1$,h 为窗宽. 在实际应用中,由于核函数的选取对估计的影响不大,一般取高斯核来做分析,即

$$K(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right). \tag{2}$$

此处的关键是窗宽 h 的选取. 一般来说,选的窗宽越大,估计的密度函数就会越平滑,但偏差可能会较大. 如果选的窗宽太小,估计的密度曲线与样本拟合得较好,但可能很不光滑.

在实际应用中,我们采用交错鉴定法来选择窗宽. 在核函数为高斯核的情况下,窗宽 h 选择的标准是使得目标函数

$$\mathrm{ISE}(h)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}(t-1)^2h}\sum_i\sum_j\exp\left[-\frac{1}{4}\left(\frac{r_i-r_j}{h}\right)^2\right]-\frac{2}{\sqrt{2\pi}(t-1)(t-2)h}\sum_i\sum_{j\neq i}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{r_i-r_j}{h}\right)^2\right] \tag{3}$$

达到最小[4,5].

(Ⅲ) 在期货市场上多头与空头面对的风险是不同的,多头面临的是价格下降即对数收益率为负的风险,空头则正好相反,所以我们需要分别对多头与空头建立 VaR 估计模型. 在步骤(Ⅱ)估计所得到的 r_t 的密度函数 $f(r_t)$中,其上尾部分对应的是空头可能的亏损,而下尾部分对应的是多头可能的亏损,我们分别计算第 t 日空头的 $\mathrm{VaR}_t^{\mathrm{short}}$ 与多头的 $\mathrm{VaR}_t^{\mathrm{long}}$. 由 VaR 的含义可得

$$\int_{-\infty}^{\mathrm{VaR}_t^{\mathrm{short}}}f(u)\mathrm{d}u=\frac{1}{t-1}\sum_{i=1}^{t-1}\int_{-\infty}^{\mathrm{VaR}_t^{\mathrm{short}}}\phi\left(\frac{u-r_i}{h}\right)\mathrm{d}u=\alpha, \tag{4}$$

$$\int_{-\infty}^{\mathrm{VaR}_t^{\mathrm{long}}}f(u)\mathrm{d}u=\frac{1}{t-1}\sum_{i=1}^{t-1}\int_{-\infty}^{\mathrm{VaR}_t^{\mathrm{long}}}\phi\left(\frac{u-r_i}{h}\right)\mathrm{d}u=1-\alpha, \tag{5}$$

式中,$\phi(x)$为标准正态分布的累积分布函数,α 为所要求的概率水平. 通过式(4)与式(5)就可以得到在所要求的概率水平 α 下空头的 $\mathrm{VaR}_t^{\mathrm{short}}$ 与多头的 $\mathrm{VaR}_t^{\mathrm{long}}$.

(Ⅳ) 流动性风险对我国采用竞价制度的期货市场来说,是一个必须考虑的重要因素. 对流动性的衡量涉及两个指标,其中一个是交易量,它与流动性正相关. 另一个是买卖价差,如果交易者能够以较小的买卖价差迅速成交的话,则市场具有良好的流动性. 此处我们采用指标 L_t 来衡量第 t 日的流动性风险[6],

$$L_t=\frac{(P_{t,\max}-P_{t,\min})}{P_{t,\min}}. \tag{6}$$

式中,$P_{t,\max}$代表第 t 日最高价格,$P_{t,\min}$代表第 t 日最低价格. 首先通过计算得到该期货合约的流动性风险指标序列$\{L_k, k=1,2,\cdots,t-1\}$,然后按照在步骤(Ⅱ)中采用的核密度估计方法,估计出第 t 日的 L_t 的密度函数 $g(L_t)$,

$$g(L_t)=\frac{1}{(t-1)h}\sum_{i=1}^{t-1}K\left(\frac{L_t-L_i}{h}\right). \tag{7}$$

之后可以根据

$$\int_0^{\mathrm{VaR}^{L_t}}g(u)\mathrm{d}u=\frac{1}{t-1}\sum_{i=1}^{t-1}\int_0^{\mathrm{VaR}^{L_t}}\phi\left(\frac{u-L_i}{h}\right)\mathrm{d}u=\alpha \tag{8}$$

得到衡量第 t 日流动性风险水平的 VaR^{L_t}，式中，$\phi(x)$ 为标准正态分布的累积分布函数. 参照 Jeremy Berkowitz 模型构建的思路[6]，利用买卖价差的波动性把流动性风险引入 VaR 模型，得到期货合约经流动性风险调整后的风险度量指标，

$$\mathrm{VaR}_{t^*}^{\mathrm{long}} = \mathrm{VaR}_t^{\mathrm{long}} - \mathrm{VaR}^{L_t}, \tag{9}$$

$$\mathrm{VaR}_{t^*}^{\mathrm{short}} = \mathrm{VaR}_t^{\mathrm{short}} + \mathrm{VaR}^{L_t}. \tag{10}$$

式中，$\mathrm{VaR}_{t^*}^{\mathrm{long}}$ 和 $\mathrm{VaR}_{t^*}^{\mathrm{short}}$ 分别代表第 t 日经风险调整后的空头与多头的 VaR. 于是经过以上步骤的计算之后，第 t 日该期货多头与空头的基准保证金金额 M_t^{long} 和 M_t^{short} 可定为

$$M_t^{\mathrm{long}} = F_{t-1}(\exp(\mathrm{VaR}_{t^*}^{\mathrm{long}}) - 1), \tag{11}$$

$$M_t^{\mathrm{short}} = F_{t-1}(1 - \exp(\mathrm{VaR}_{t^*}^{\mathrm{short}})). \tag{12}$$

式中，F_{t-1} 为该期货在第 $t-1$ 日的价格.

1.2　期货组合保证金的设定

节 1.1 考虑了单个期货保证金如何设定的问题，接下来我们通过考虑期货组合中各个期货合约之间的相关关系，构造期货组合的动态相关系数矩阵，并由此来设定该组合的保证金金额. 一般情况下，如果认为考虑对象间确实具有线性相关性，那么用通常的相关系数就可以反映它们之间的联系. 但是，在不同的期货合约之间，往往存在着非线性关系，这样通常的相关系数就不能很好地反映它们之间的联系了. 而且估计通常的线性相关系数还牵涉到波动率的估计，可能会带来进一步的偏差. 因此此处我们采用经常在 copula 技术中出现的相关系数 τ 取代一般的线性相关系数来对不同期货合约之间的联系进行度量. 系数 τ 是通过衡量两个随机变量 x 和 y 之间变化是否协调来反映它们的相关性，变量 x 的变化用它独立的两个观察值之差 $x_1 - x_2$ 来反映，同样地，变量 y 的变化用它独立的两个观察值之差 $y_1 - y_2$ 来反映. 因此

$$\tau = p((x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0) - p((x_1 - x_2)(y_1 - y_2) < 0) \tag{13}$$

就较好地反映了变量 x 和 y 变化一致与否的程度[7,8]. 具体的，对我们所选取的期货组合第 i 种和第 j 种头寸，第 t 天它们对数收益率的相关系数 $\tau_{i,j}$ 的估计为

$$\hat{\tau}_{i,j} = \binom{t-1}{2}^{-1} \sum_{1 \leqslant k < v \leqslant t-1} \mathrm{sgn}((r_{i,k} - r_{i,v})(r_{j,k} - r_{j,v})). \tag{14}$$

式中，$r_{i,k}$ 表示第 i 种头寸第 k 天的对数收益率；$\mathrm{sgn}(x)$ 为符号函数，即当 $x>0$ 时取 1，$x=0$ 时取 0，$x<0$ 时取 −1. 由以上的讨论可以建立第 t 日包含 k 种不同期货头寸的期货组合的相关系数矩阵：

$$\boldsymbol{\Sigma} = (\hat{\tau}_{i,j})_{k \times k}. \tag{15}$$

结合我们在节 1.1 所考虑的单个期货头寸保证金金额的设定方法，则第 t 日包含 k 种不同期货头寸的期货组合的基准保证金 M_t 可以定为[9]

$$M_t = [(b_1 M_{t,1}, \cdots, b_k M_{t,k}) \boldsymbol{\Sigma} (b_1 M_{t,1}, \cdots, b_k M_{t,k})^{\mathrm{T}}]^{1/2}. \tag{16}$$

式中，b_i 表示所持有的第 i 种期货头寸的手数，$M_{t,i}$ 表示第 i 种期货头寸在第 t 天应当收取的基准保证金金额.

2　模型的实证应用

2.1　数据的选取

本文选取大连大豆、郑州强筋小麦和郑州白砂糖为实证研究的对象，假定某一客户持有同时包含这三种期货的期货组合，期货组合的多空头情况和手数见表 1. 我们考察时间段为 2006-11-27 至 2007-04-05，即根据期货合约近 4 个月的每日收盘价、最高价和最低价来确定下一交易日 2007-04-06 应收取的保证金金额，数据来自 WIND 金融终端，分析软件采用 Matlab 7.

表 1　期货组合的构成

Tab. 1　The structure of futures portfolio

编号	期货组合	空头手数	多头手数
1	大豆合约(A0709)	2　手	无
2	小麦合约(WS711)	无	3　手
3	白糖合约(SR707)	1　手	无

2.2　期货组合基准保证金的计算

首先对每个期货合约近 4 个月的共 86 个数据分别采用核密度估计，利用上文所述的方法选择合适的窗宽(见表 2)，得到它们对数收益率和流动性风险指标的密度函数，进一步就可以得到对数收益率和流动性风险指标在 2007-04-06 的 VaR 预测值和基准保证金金额(见表 3)，要求的概率水平为 99%.

表 2　对数收益率和流动性风险指标核密度估计的最优窗宽

Tab. 2　Optimal bandwidth of logarithm income rate and liquidity risk index in kernel density estimation

时间	编号	期货组合	对数收益率的窗框	流动性指标的窗宽
2007-04-06	1	大豆合约(A0709)空头	0.019	0.006
	2	小麦合约(WS711)多头	0.013	0.008
	3	白糖合约(SR707)空头	0.013	0.005

表 3 对数收益率和流动性风险指标的 VaR 估计值和期货保证金金额

Tab. 3 The VaR estimation of logarithm income rate and liquidity risk index and futures margin

时间	期货组合	对数收益率 VaR^r	流动性 VaR^L	保证金金额
	大豆合约(A0709)空头	0.052	0.032	284.88
2007-04-06	小麦合约(WS711)多头	−0.039	0.036	132.87
	白糖合约(SR707)空头	0.036	0.033	279.10

接着我们利用式(14)计算期货组合中各个期货之间的相关系数 τ，得到此期货组合在 2007-04-06 的相关系数矩阵：

$$\boldsymbol{\Sigma}=\begin{pmatrix} 1 & 0.005 & -0.0084 \\ 0.005 & 1 & 0.005 \\ -0.0084 & 0.005 & 1 \end{pmatrix}.$$

此矩阵的含义请参照表 1 中各份期货的编号，例如第一行第三列的−0.008 4代表编号为 1 的大豆合约(A0709)空头与编号为 3 的白糖合约(SR707)空头之间的相关系数 τ 的值. 注意到期货组合中各个合约均为 10 吨每手和各自所持有的手数，至此我们可以计算出此期货组合 2007-04-06 应收取的保证金额为

$$[(2\times 2\,848.8, 3\times 1\,328.7, 2\,791)\cdot \boldsymbol{\Sigma}(2\times 2\,848.8, 3\times 1\,328.7, 2\,791)^{\mathrm{T}}]^{0.5} = 7\,497.5 \text{ 元}.$$

若不考虑组合的风险对冲，按照目前大豆、小麦合约保证金水平 5%和白砂糖合约保证金水平 6%来进行计算，可以看出此时交易所单份期货的保证金水平偏低，不足以覆盖违约风险. 但就此期货组合来看，收取的保证金额为9 059.7元，又显得过高，影响了资本的使用效率.

3 结论

(Ⅰ)通过建立核密度估计模型预测未来交易日期货涨跌率和流动性风险指标的 VaR 来设定单份期货的基准保证金水平，这种方法是简便可行的. 这样的非参数模型避免了一般参数模型由于分布函数选取不当所造成的估计结果的偏差，同时也避免了采用情景模拟法所造成的大量的复杂运算.

(Ⅱ)在期货组合保证金模型中引入相关系数 τ 来计算动态迁移相关系数矩阵，由此解决了简单的静态相关系数矩阵不能有效及时地反映相关系数的动态变化的问题. 这样做既避免了先通过估计波动率再来估计普通线性相关系数所造成的偏差，也克服了普通线性相关系数在衡量期货合约间非线性关系时的缺陷.

(Ⅲ)在实际市场操作中期货组合风险的直接相加往往会放大组合的风险，而期货组合保证金模型能够测出更灵敏反应市场波动的动态期货组合风险值，由此设定的保证金水平可以在风险可控的前提下提高资本的使用效率.

参考文献(References)

[1] Huisman R, Koedijk K, Pewnall R A J. VaR-x: Fat tails in financial risk management[J]. Journal of Risk, 1998, 1(1):47-61.

[2] Xu Guo-xiang, Wu Ze-zhi. The method to set margin levels of index futures and its empirical study: The application of EVT [J]. The Study of Finance and Economics, 2004,30(11):63-74.
徐国祥,吴泽智. 我国指数期货保证金水平设定方法及其实证研究:极值理论的应用[J]. 财经研究,2004,30(11):63-74.

[3] Chi Guo-tai, Yu Fang-ping, Wang Yu-gang, et al. Research on the multi-commodity futures portfolio market risk evaluation model and its application[J]. Systems Engineering: Theory and Practice, 2006,26(9):17-25.
迟国泰,余方平,王玉刚,等. 多品种期货组合风险评价模型及其应用研究[J]. 系统工程理论与实践,2006,26(9):17-25.

[4] 叶阿忠,非参数计量经济学[M]. 天津:南开大学出版社,2003.

[5] Ckiv S T. Bandwidth selection for kernel density estimation[J]. Ann Statist,1991,(19):1 883-1 905.

[6] Berkowitz J. Incorporating liquidity risk into value-at-risk models[J]. Journal of Derivatives, 2000,5:32-44.

[7] Zhang Yao-ting. Copula technique and financial risk analysis[J]. Statistical Research, 2002,(4):48-51.
张尧庭. 连接函数(copula)技术与金融风险分析[J]. 统计研究,2002,(4):48-51.

[8] Zhang Yao-ting. What co-relative indicators should we employ[J]. Statistical Research, 2002,(9):41-44.
张尧庭. 我们应该选用什么样的相关性指标[J]. 统计研究,2002,(9):41-44.

[9] 田时新. 金融风险管理的理论与实践[M]. 北京:科学出版社,2006.