

一类参数不确定非完整移动机器人的鲁棒镇定

马海涛,谢圆,王永

(中国科学技术大学自动化系,安徽合肥 230027)

摘要: 研究了一类质心和几何中心不重合的非完整移动机器人的镇定问题,在设计控制器时,考虑了其运动学模型具有参数不确定性.通过自适应方法对质心和几何中心距离进行参数估计;并且针对车轮半径和两驱动轮之间距离参数未知但有界的情形,设计了一种光滑时变控制器;证明了该控制器能够保证整个闭环系统中的各个状态指数趋于零;为了保证闭环系统的鲁棒性,本文还给出了控制器参数需要满足的一个充分条件.最后,仿真结果验证了该控制器的有效性.

关键词: 非完整移动机器人;鲁棒镇定;参数不确定

中图分类号: TP24 **文献标识码:** A

Robust stabilization of nonholonomic mobile robots with parameter uncertainties

MA Hai-tao, XIE Yuan, WANG Yong

(Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract: The stabilization problem of nonholonomic mobile robots whose mass centers are not coincidental with the geometrical centers was considered. An adaptive method was proposed to estimate the distance between the mass center and geometrical center, then a smooth time-varying controller, which could exponentially stabilize all the states to the origin, was introduced when some geometric parameters were unknown but bounded, including the radius of wheels and the length of the axle between them. Moreover, a sufficient condition of the controller parameters was given for the robustness. The simulation results showed the effectiveness of the proposed control law.

Key words: nonholonomic mobile robots; robust stabilization; parameter uncertainties

0 引言

近年来,非完整系统的控制问题得到了广泛研究,轮式移动机器人作为一类典型的非完整系统成为研究的热点.由于非完整系统不满足 Brockett 关于光滑反馈镇定的必要条件^[1],即不能用光滑定常的反馈控制律镇定非完整系统,因此必须设计时变

或非连续的控制律来镇定系统,使得其控制问题变得非常复杂,可参看综述文献^[2]及其引用文献.

由于大多数非完整系统都可以通过状态和输入变换转化为链式系统,因此很多文献都是以链式系统为模型,研究非完整系统的镇定问题,如文献^[3~5]等.以上文献都是针对确定性系统,不考虑系统具有不确定性.进一步,文献^[6,7]等采用非连续变换

和 backstepping 技术研究了一类具有不确定性链式系统的镇定问题, 其中的不确定性需要满足文中的假设条件. 对于两轮驱动非完整移动机器人, 当其质心与几何中心重合时, 可通过坐标变换将系统模型化为链式结构, 若车轮半径和两驱动轮之间距离参数未知时, 链式系统的不确定性可满足文献[6, 7]中的假设条件, 因此可以应用文中提出的鲁棒镇定控制律设计方法, 具体可参看文献[6]中的例子. 但是, 对于更一般的情况, 移动机器人的质心与几何中心可能不重合, 且质心和几何中心距离参数未知时, 系统变换后其不确定性不能满足文献[6, 7]中的假设条件, 因此无法采用上述文献提出的方法设计这类系统的镇定控制器设计.

针对这类质心与几何中心不重合的两轮驱动移动机器人, 文献[8]研究了质心到几何中心距离参数 d 已知, 车轮半径 r 和两驱动轮之间距离参数 $2b$ 未知时的镇定控制问题; 文献[9]利用分层滑模技术研究了参数 d 未知时的路径跟踪问题; 文献[10]采用非连续变换方法针对参数 d 未知时设计了鲁棒时变镇定控制律, 但是没有考虑参数 r 和 b 的影响.

本文综合考虑了两轮驱动移动机器人质心到几何中心距离参数 d 、车轮半径 r 和两驱动轮之间距离参数 $2b$ 未知时的镇定控制问题. 通过自适应方法对质心和几何中心距离 d 进行参数估计; 针对参数 r 和 b 未知但有界的情形, 设计了一种光滑时变控制器, 该控制器能够保证整个闭环系统中的各个状态指数趋于零; 为了保证闭环系统的鲁棒性, 本文还给出了控制器参数需要满足的充分条件, 便于选择控制器的参数; 最后, 仿真结果验证了该控制器的有效性.

1 问题描述

如图 1 所示的移动机器人模型, 其中 (x_c, y_c) 为机器人质心 C 在移动平面的坐标位置; θ 为机器人的方向角, 即前进方向与 x 轴之间的夹角; r 为轮子半径, $2b$ 为两轮之间的距离; P 点为机器人的几何中心, P, C 两点之间的距离为 d .

当移动机器人驱动轮满足纯滚动、不打滑的条件时, 移动机器人受到如下的非完整约束:

$$\dot{x}_c \sin \theta - \dot{y}_c \cos \theta + d\dot{\theta} = 0 \quad (1)$$

由该约束方程可得到移动机器人的运动学模型为

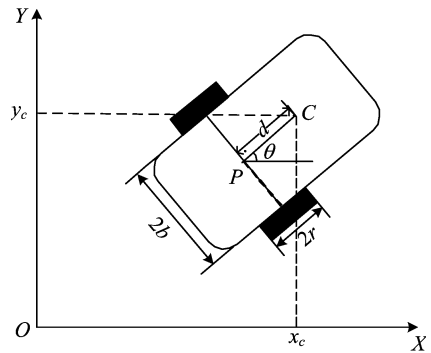


图 1 两轮驱动移动机器人

Fig. 1 Two wheel driven mobile robot

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_c &= v \cos \theta - d\omega \sin \theta, \\ \dot{y}_c &= v \sin \theta + d\omega \cos \theta, \\ \dot{\theta} &= \omega. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中, v, ω 分别为移动机器人的线速度和角速度, 与左右轮的角速度 ω_l, ω_r 具有如下关系:

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2} \\ \frac{r}{2b} & -\frac{r}{2b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_r \\ \omega_l \end{bmatrix}. \quad (3)$$

因此, 我们令

$$u_1 = \frac{\omega_r - \omega_l}{2}, \quad u_2 = \frac{\omega_r + \omega_l}{2}, \quad (4)$$

$$p_1 = \frac{r}{b}, \quad p_2 = r. \quad (5)$$

同时选取变换:

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= \theta, \\ z_2 &= x_c \sin \theta - y_c \cos \theta, \\ z_3 &= x_c \cos \theta + y_c \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

则式(2)可变换为

$$\left. \begin{aligned} \dot{z}_1 &= p_1 u_1, \\ \dot{z}_2 &= p_1 u_1 z_3 - p_1 d u_1, \\ \dot{z}_3 &= p_2 u_2 - p_1 u_1 z_2. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

容易验证坐标变换(6)是全局可逆的, 其中参数 r, b 满足如下的有界条件, 即

$$0 < r_{\min} \leq r \leq r_{\max}, \quad 0 < b_{\min} \leq b \leq b_{\max}.$$

式中, $r_{\min}, r_{\max}, b_{\min}, b_{\max}$ 为已知的正常数, 则参数 p_1, p_2 满足:

$$0 < p_{1\min} = \frac{r_{\min}}{b_{\max}} \leq p_1 \leq \frac{r_{\max}}{b_{\min}} = p_{1\max}, \quad (8)$$

$$0 < p_{2\min} = r_{\min} \leq p_2 \leq r_{\max} = p_{2\max}. \quad (9)$$

本文目标是在参数 r, b, d 未知的情况下, 设计

控制器 u_1, u_2 , 使得移动机器人能够从任意非原点的初始姿态 $(z_1(0), z_2(0), z_3(0))$ 收敛到原点 $(0, 0, 0)$.

2 控制器设计

首先, 我们针对系统 (7) 中的第一式设计控制器, 保证该线性定常子系统的闭环稳定性. 为此, 我们给出如下引理.

引理 2.1 设计控制器 $u_1(t)$ 为

$$u_1(t) = -k_{11}z_1(t) - k_{12}e^{-\beta t} \quad (10)$$

式中, 控制器参数 k_{11}, k_{12}, β 满足

$$\beta > 0, k_{11} > \beta/p_{1\min} > 0 \quad (11)$$

则可以保证: ① $z_1(t), u_1(t)$ 指数收敛到 0;

$$\textcircled{2} \lim_{t \rightarrow \infty} (u_1/k_{12}e^{-\beta t} - s_1) = 0,$$

$$\int_0^{\infty} |u_1/k_{12}e^{-\beta t} - s_1| dt < \infty;$$

$$\textcircled{3} \lim_{t \rightarrow \infty} (z_1/k_{12}e^{-\beta t} - s_2) = 0,$$

$$\int_0^{\infty} |z_1/k_{12}e^{-\beta t} - s_2| dt < \infty;$$

式中,

$$s_1 = \frac{\beta}{p_1 k_{11} - \beta} > 0, s_2 = \frac{p_1}{\beta - p_1 k_{11}} < 0. \quad (12)$$

下面我们引入连续时变坐标变换:

$$\bar{z}_2 = \frac{z_2 + \hat{d}z_1}{d_{12}e^{-\beta t}}. \quad (13)$$

式中, \hat{d} 是估计值, $\hat{d} = d + \tilde{d}$, \tilde{d} 是估计误差. 则

$$\dot{\bar{z}}_2 = \frac{p_1 u_1 z_3 - p_1 \dot{d} u_1 + p_1 \hat{d} \dot{u}_1 + \dot{\hat{d}} z_1}{k_{12} e^{-\beta t}} + \beta \frac{z_2 + \hat{d} z_1}{k_{12} e^{-\beta t}} =$$

$$p_1 (z_3 + \tilde{d}) \frac{u_1}{k_{12} e^{-\beta t}} + \dot{\hat{d}} \frac{z_1}{k_{12} e^{-\beta t}} + \beta \bar{z}_2 =$$

$$p_1 (z_3 + \tilde{d})(\delta_1 + s_1) + \dot{\hat{d}}(\delta_2 + s_2) + \beta \bar{z}_2. \quad (14)$$

式中,

$$\delta_1 = \left(\frac{u_1}{k_{12} e^{-\beta t}} - s_1 \right), \delta_2 = \left(\frac{z_1}{k_{12} e^{-\beta t}} - s_2 \right). \quad (15)$$

由于 $\dot{\hat{d}} = \dot{\tilde{d}}$, 因此式 (14) 也可写成下式:

$$\dot{\bar{z}}_2 = p_1 (z_3 + \tilde{d})(\delta_1 + s_1) + \dot{\tilde{d}}(\delta_2 + s_2) + \beta \bar{z}_2, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \dot{\bar{z}}_3 &= p_2 u_2 - p_1 u_1 (k_{12} e^{-\beta t} \bar{z}_2 - \hat{d} z_1) = \\ & p_2 u_2 - p_1 k_{12} e^{-\beta t} u_1 \bar{z}_2 + p_1 u_1 z_1 \tilde{d} + p_1 u_1 z_1 d. \end{aligned} \quad (17)$$

我们选取

$$\dot{\hat{d}} = \dot{\tilde{d}} = k_{21} z_3. \quad (18)$$

式中, k_{21} 为待设计的参数. 将式 (18) 代入式 (14) 整

理后, 结合式 (17), (18), 将其写成状态方程的形式:

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{z}}_2 \\ \dot{\bar{z}}_3 \\ \dot{\tilde{d}} \end{bmatrix} = [\bar{A} + \Delta \bar{A}(t)] \begin{bmatrix} \bar{z}_2 \\ \bar{z}_3 \\ \tilde{d} \end{bmatrix} + \bar{B} u_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ dp_1 u_1 z_1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

式中,

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \beta & p_1 s_1 + k_{21} s_2 & p_1 s_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{21} & 0 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ p_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$\Delta \bar{A}(t) = \begin{bmatrix} 0 & p_1 \delta_1 + k_{21} \delta_2 & p_1 \delta_1 \\ -p_1 k_{12} e^{-\beta t} u_1 & 0 & p_1 u_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

假设我们设计 $u_2(t)$ 具有如下形式:

$$u_2(t) = -k_{22} \bar{z}_2 - k_{23} z_3. \quad (22)$$

式中, k_{22}, k_{23} 为待定参数.

我们定义 $\bar{z} = [z_1, \bar{z}_2, z_3, \tilde{d}]^T$, 结合引理 2.1 和 $u_2(t)$ 的表达形式, 闭环系统可以表示为

$$\dot{\bar{z}} = (A + \Delta A(t)) \bar{z} + B u'(t). \quad (23)$$

式中, $u'(t) = -k_{12} e^{-\beta t}$,

$$A = \begin{bmatrix} -k_{11} p_1 & 0 \\ 0 & A' \end{bmatrix}, B = [p_1 \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

$$A' = \begin{bmatrix} \beta & p_1 s_1 + k_{21} s_2 & p_1 s_1 \\ -p_2 k_{22} & -p_2 k_{23} & 0 \\ 0 & k_{21} & 0 \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$\Delta A(t) =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_1 \delta_1 + k_{21} \delta_2 & p_1 \delta_1 \\ dp_1 u_1 & -p_1 k_{12} e^{-\beta t} u_1 & 0 & p_1 u_1 z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (25)$$

为了叙述方便, 我们先给出如下引理:

引理 2.2^[11] 考虑如下的线性时变系统:

$$\dot{x} = (A_1 + A_2(t))x. \quad (26)$$

式中, A_1 为 Hurwitz 矩阵, $A_2(t)$ 满足: ① $\lim_{t \rightarrow \infty} A_2(t) = 0$, ② $\int_0^{\infty} \|A_2(t)\| dt < \infty$. 则线性时变系统 (26) 全局指数稳定.

定理 2.3 若式 (24) A' 是 Hurwitz 的, 则闭环系统 (23) 中的各个状态都指数趋于零.

证明 若 A' 是 Hurwitz 的, 则 A 也是 Hurwitz 的. 另外由 δ_1, δ_2 的表达式 (15) 及引理 2.1 易知 $\Delta A(t)$ 中的每一项都趋于零且绝对可积, $\Delta A(t)$ 满足引理 2.2 中的条件, 所以由引理 2.2 可知系统

$$\dot{\bar{z}} = (A + \Delta A(t))\bar{z} \quad (27)$$

是全局指数稳定的, 其状态转移矩阵 $\Phi(t, t_0)$ 满足

$$\left. \begin{aligned} \|\Phi(t, t_0)\| &\leq k e^{-\lambda(t-t_0)}, \\ \forall t \geq t_0 \geq 0, k > 0, \lambda > 0. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

则对于系统 (23),

$$\bar{z}(t) = \Phi(t, t_0)\bar{z}(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) B u'(\tau) d\tau. \quad (29)$$

由于当 $0 < a_1 < a_2$ 时, $e^{-a_2 t} \leq e^{-a_1 t}$, 所以我们可以找到满足 $\beta > \lambda$ 的 λ , 使得式 (28) 满足.

当 $\beta > \lambda$ 时,

$$\begin{aligned} \|\bar{z}(t)\| &\leq \|\Phi(t, t_0)\| \|\bar{z}(t_0)\| + \\ &\int_{t_0}^t \|\Phi(t, \tau)\| \|B\| \|u'(\tau)\| d\tau \leq \\ &k e^{-\lambda(t-t_0)} \|\bar{z}(t_0)\| + \int_{t_0}^t k e^{-\lambda(t-\tau)} p_1 k_{12} e^{-\beta\tau} d\tau = \\ &k e^{-\lambda(t-t_0)} \|\bar{z}(t_0)\| + \frac{k k_{12} p_1 e^{-\beta t_0}}{\beta - \lambda} (e^{-\lambda(t-t_0)} - e^{-\beta(t-t_0)}) \leq \\ &k e^{-\lambda(t-t_0)} \|\bar{z}(t_0)\| + \frac{k k_{12} p_1 e^{-\beta t_0}}{\beta - \lambda} e^{-\lambda(t-t_0)} = \\ &\left(k \|\bar{z}(t_0)\| + \frac{k k_{12} p_1 e^{-\beta t_0}}{\beta - \lambda}\right) e^{-\lambda(t-t_0)} \leq \\ &\left(k \|\bar{z}(t_0)\| + \frac{k k_{12} p_1}{\beta - \lambda}\right) e^{-\lambda(t-t_0)}. \end{aligned} \quad (30)$$

初始状态 $\|\bar{z}(t)\| \neq 0$, 则对于固定参数 $k, \lambda, k_{12}, \beta, p_1$, 我们总可以找到一个正常数 c , 使得

$$c \|\bar{z}(t_0)\| \geq \frac{k k_{12} p_1}{\beta - \lambda},$$

所以

$$\begin{aligned} \|\bar{z}(t)\| &\leq (k + c) \|\bar{z}(t_0)\| e^{-\lambda(t-t_0)} = \\ &k' \|\bar{z}(t_0)\| e^{-\lambda(t-t_0)}. \end{aligned} \quad (31)$$

闭环系统 (23) 中各个状态都是指数趋于零的. \square

由定理 2.3 可知, 若 $u_1(t)$ 设计为引理 2.1 的形式, 则只要 A' 是 Hurwitz 的, 就能保证闭环系统 (23) 的各个状态都指数趋于零. 则由 \tilde{d} 趋于 0 可知 \hat{d} 趋向于真值 d , 由表达式 (13) 可知 z_2 也指数趋于零. 问题的关键就在于如何选择 \hat{d} 的自适应律 (18), 以及控制器 $u_2(t)$ (22) 中的参数 k_{21}, k_{22}, k_{23} , 使得 A' 对于任意 $p_1 \in [p_{1\min}, p_{1\max}], p_2 \in [p_{2\min}, p_{2\max}]$ 都是 Hurwitz 的.

在给出参数 k_{21}, k_{22}, k_{23} 的选取条件之前, 我们先给出以下一些记号和性质. 记

$$\epsilon_1 = p_1 s_1 + k_{21} s_2, \epsilon_2 = p_1 s_1.$$

由于 $k_{11} > \beta / p_{1\min} > 0$, 若 k_{21} 满足 $0 < k_{21} < \beta$, 则可得

$$\begin{aligned} \epsilon_1 = p_1 s_1 + k_{21} s_2 = \\ \frac{p_1 \beta}{p_1 k_{11} - \beta} + \frac{p_1 k_{21}}{\beta - p_1 k_{11}} = \frac{p_1 (\beta - k_{21})}{p_1 k_{11} - \beta} > 0 \end{aligned} \quad (32)$$

且满足

$$\begin{aligned} 0 < \epsilon_{1\min} = \frac{\beta - k_{21}}{k_{11} - \beta / p_{1\max}} \leq \epsilon_1 \leq \\ \frac{\beta - k_{21}}{k_{11} - \beta / p_{1\min}} = \epsilon_{1\max}. \end{aligned} \quad (33)$$

下面我们给出参数 k_{21}, k_{22}, k_{23} 的选取条件.

定理 2.4 若参数 k_{21}, k_{22}, k_{23} 满足下列条件

$$0 < k_{21} < \beta, \quad (34)$$

$$k_{22} > \frac{\lambda_1 \beta k_{23}}{\epsilon_{1\min}} > 0, \quad (35)$$

$$k_{23} > \frac{\lambda_1 \beta (\lambda_2 + \lambda_1)}{p_{2\min} (\lambda_1 - 1)} > 0. \quad (36)$$

式中, $\lambda_1 > 1$ 为可选的参数, $\lambda_2 = \frac{\beta}{\beta - k_{21}} > 1$. 则可以保证矩阵 A' 对于任意 $p_1 \in [p_{1\min}, p_{1\max}], p_2 \in [p_{2\min}, p_{2\max}]$ 都是 Hurwitz 的.

证明 由 ϵ_1, ϵ_2 的表达式可知

$$\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = \frac{p_1 \beta}{p_1 k_{11} - \beta} / \frac{p_1 (\beta - k_{21})}{p_1 k_{11} - \beta} = \frac{\beta}{\beta - k_{21}} = \lambda_2 > 1. \quad (37)$$

A' 的特征多项式为

$$\det(sI - A') = s^3 + \alpha_1 s^2 + \alpha_2 s + \alpha_3.$$

式中,

$$\alpha_1 = p_2 k_{23} - \beta, \quad (38)$$

$$\alpha_2 = p_2 k_{22} \epsilon_1 - \beta p_2 k_{23}, \quad (39)$$

$$\alpha_3 = p_2 k_{21} k_{22} \epsilon_2. \quad (40)$$

由劳斯判据可知, A' 是稳定阵的条件是

$$\alpha_1 > 0, \alpha_3 > 0, \alpha_1 \alpha_2 > \alpha_3.$$

①由条件 (36) 可知

$$\alpha_1 > \frac{p_2}{p_{2\min}} \frac{\lambda_1 \beta (\lambda_2 + \lambda_1)}{\lambda_1 - 1} - \beta > \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - 1} \beta - \beta > 0$$

②由条件 (34)、(35) 以及 $\epsilon_2 > 0$ 可知 $\alpha_3 > 0$ 成立.

③计算 $\alpha_1 \alpha_2$ 可得:

$$\alpha_1 \alpha_2 = p_2 (p_2 k_{22} k_{23} \epsilon_1 - p_2 \beta k_{23}^2 - \beta k_{22} \epsilon_1 + \beta^2 k_{23}), \quad (41)$$

$$\alpha_3 = p_2 k_{21} k_{22} \epsilon_2 = \lambda_2 p_2 k_{21} k_{22} \epsilon_1 < \lambda_2 p_2 \beta k_{22} \epsilon_1. \quad (42)$$

由于 $p_2 > 0$, 则只需 $f(k_{22}, k_{23}) > 0$ 就能保证 $\alpha_1 \alpha_2 > \alpha_3$, 其中 $f(k_{22}, k_{23})$ 定义如下:

$$f(k_{22}, k_{23}) = (\alpha_1 \alpha_2 - \alpha_3) / p_2 = \epsilon_1 k_{22} [p_2 k_{23} - \beta(\lambda_2 + 1)] + \beta k_{23} (\beta - p_2 k_{23}). \quad (43)$$

由式(36), 及 $\lambda_1 > 1, \lambda_2 > 1$ 可知:

$$p_2 k_{23} - \beta(\lambda_2 + 1) > p_2 \frac{\lambda_1 \beta (\lambda_2 + \lambda_1)}{p_{2\min} (\lambda_1 - 1)} - \beta(\lambda_2 + 1) > \beta(\lambda_2 + \lambda_1) - \beta(\lambda_2 + 1) > 0. \quad (44)$$

所以由式(35)可得

$$f(k_{22}, k_{23}) > \epsilon_1 \frac{\lambda_1 \beta k_{23}}{\epsilon_{1\min}} [p_2 k_{23} - \beta(\lambda_2 + 1)] + \beta k_{23} (\beta - p_2 k_{23}) > \beta k_{23} [p_2 (\lambda_1 - 1) k_{23} - \lambda_1 \beta (\lambda_2 + 1) + \beta] > \beta k_{23} \left[p_2 (\lambda_1 - 1) \frac{\lambda_1 \beta (\lambda_2 + \lambda_1)}{p_{2\min} (\lambda_1 - 1)} - \lambda_1 \beta (\lambda_2 + 1) + \beta \right] > \beta k_{23} [\lambda_1 \beta (\lambda_2 + \lambda_1) - \lambda_1 \beta (\lambda_2 + 1) + \beta] > 0. \quad (45)$$

定理得证. \square

3 仿真结果

下面我们给出仿真示例, 用来验证上述控制器的有效性. 假设移动机器人的参数真实值为 $r = 1.2, b = 1.5, d = 1$, 且 r, b 满足 $1 \leq r \leq 1.5, 1 \leq b \leq 2$, 则 $p_{1\min} = 0.5, p_{1\max} = 1.5, p_{2\min} = 1, p_{2\max} = 1.5$, 取 d 的估计初始值为 $\hat{d} = 1.2$.

初始状态为 $(x_c(0), y_c(0), \theta(0)) = (1, 1, 1)$, 采用控制器(10), (22), 仿真可得移动机器人运动轨迹、各状态时间响应曲线以及参数 d 的估计值变化曲线如图 2~图 4 所示. 其中控制器参数为 $k_{11} = 2.6, k_{12} = 10, \beta = 0.9, k_{21} = 0.4, k_{22} = 66, k_{23} = 7.8, \lambda_1 = 2.1$, 容易验证参数取值满足引理 2.1 和定理

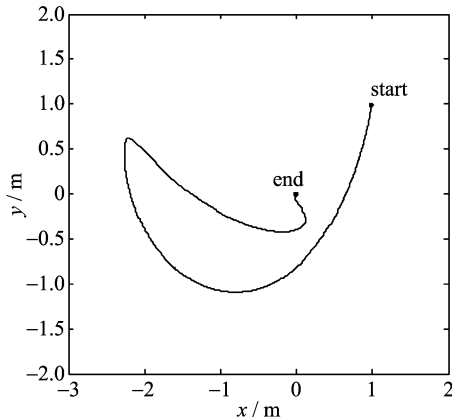


图 2 移动机器人运动轨迹图

Fig. 2 The trajectory of mobile robot motion

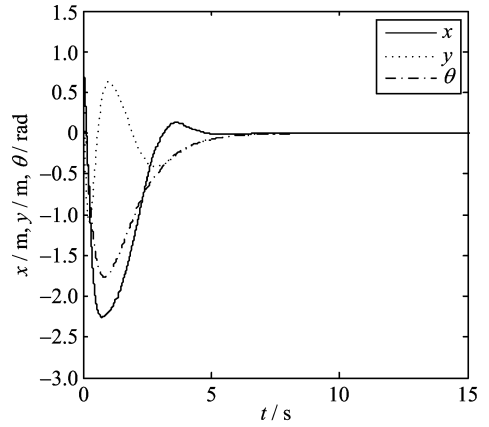


图 3 各状态时间响应曲线

Fig. 3 The curves of state responding time

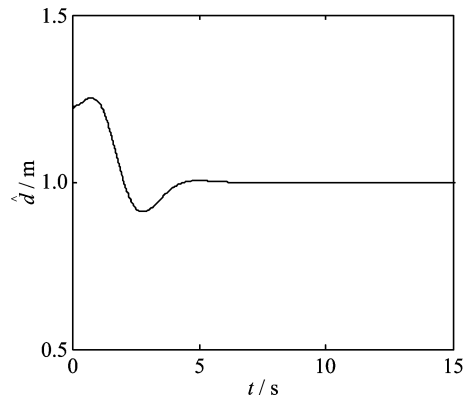


图 4 \hat{d} 变化曲线

Fig. 4 The curve of \hat{d} responding time

2.4 中的条件.

4 结论

本文研究了一类质心和几何中心不重合的非完整移动机器人的镇定问题, 其运动学模型具有参数不确定性. 针对车轮半径和两驱动轮之间距离参数未知但有界的情形, 设计了一种鲁棒光滑时变控制器; 通过自适应方法对质心和几何中心距离 d 进行参数估计; 并且给出了控制器参数需要满足的充分条件, 以保证设计的控制器能够保证整个闭环系统的各个状态指数趋于零. 仿真结果说明了该控制器的有效性.

参考文献 (References)

- [1] Brockett R W. Asymptotic stability and feedback stabilization [C]//Differential Geometric control Theory. Boston, MA: Birkhauser, 1983: 181-208.
- [2] Kolmanovsky I, McClamroch N H. Developments in

- nonholonomic control problems [J]. *Control Systems Magazine, IEEE*, 1995, 15(6):20-36.
- [3] Astolfi A. Exponential stabilization of a wheeled mobile robot via discontinuous control [J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1999, 121(1):121-126.
- [4] Lee T C. Exponential stabilization for nonlinear systems with applications to nonholonomic systems[J]. *Automatica*, 2003, 39(6):1 045-1 051.
- [5] Marchand N, Alamir M. Discontinuous exponential stabilization of chained form systems[J]. *Automatica*, 2003, 39(2):343-348.
- [6] Zairong X, Gang F, Jiang Z P, et al. A switching algorithm for global exponential stabilization of uncertain chained systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(10):1 793-1 798.
- [7] Hong Y, Wang J, Xi Z. Stabilization of uncertain chained form systems within finite settling time[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(9):1 379-1 384.
- [8] Li Sheng, Ma Guo-liang, Cheng Qing-wei, et al. Discontinuous adaptive stabilization of uncertain nonholonomic mobile robot [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2007, 39(1):161-164.
- 李胜, 马国梁, 陈庆伟, 等. 一类不确定非完整机器人的不连续自适应镇定[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2007, 39(1):161-164.
- [9] Li Chuan-feng, Wang Chao-li. Robust stabilization of uncertain nonholonomic kinematic systems[J] *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2007, 33(4):427-430.
- 李传峰, 王朝立. 一类不确定非完整运动学系统的鲁棒镇定[J]. *北京航空航天大学学报*, 2007, 33(4):427-430.
- [10] Sun Duo-qing, Huo Wei, Yang Xiao. Path following control of mobile robots with model uncertainty based on hierarchical fuzzy systems[J]. *Control Theory and Applications*, 2004, 21(4):489-494.
- 孙多青, 霍伟, 杨泉. 含模型不确定性移动机器人路径跟踪的分层模糊控制[J]. *控制理论与应用*, 2004, 21(4):489-494.
- [11] Slotine J J E, Li W P. *Applied Nonlinear Control*[M]. New Jersey, Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1991.

(上接第 983 页)

- [4] Gen M, Cheng R W, Wang D W. Genetic Algorithms for Solving Shortest Path Problems [C]//*IEEE International Conference on Evolutionary Computation*. IEEE Press, 1997, 401-406.
- [5] Araújo F, Ribeiro B, Rodrigues L. A neural network for shortest path computation[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2001, 12(5): 1 067-1 073.
- [6] Hsiao Y T, Chuang C L, Chien C C. Ant colony optimization for best path planning[C]//*ISCIT 2004*. Sapporo, 2004, 109-113.
- [7] 李挺, 杨殿阁, 罗禹贡, 等. 受限路网中汽车行驶最优路径算法及优化实现[J]. *汽车工程*, 2005, 27(6): 706-709.
- [8] 王丰元, 潘福全, 张丽霞, 等. 基于交通限制的路网最优路径算法[J]. *交通运输工程学报*, 2005, 5(1):92-95.
- [9] 邹旭东, 郑四发, 班学钢, 等. 具有交通限制约束的道路网络最优路径算法[J]. *公路交通科技*, 2002, 19(4): 82-84.
- [10] Liu J Y, Fang Y J, Liu Y J. Ant colony system algorithm for path routing of urban traffic vehicles [C]//*Proceedings of the IEEE International Conference on Automation and Logistics*. IEEE Press, 2007, 1 902-1 907.
- [11] Dorigo M, Stützle T. *Ant Colony Optimization*[M]. Cambridge, MA: MIT Press, 2004.
- [12] 吴启迪, 汪镭. *智能蚁群算法及应用*[M]. 上海: 上海科技教育出版社, 2004.
- [13] 陈玉敏, 龚健雅. 基于模糊数学的多因素道路网权值确定算法[J]. *武汉大学学报: 信息科学版*, 2007, 32(10): 928-931.
- [14] 黄贵玲, 高西全, 靳松杰, 等. 基于蚁群算法的最短路径问题的研究和应用[J]. *计算机工程与应用*, 2007, 43(13):233-235.