

# 两类多用户 MIMO 线性预编码的功率分配\*

祝 锴, 胡捍英, 崔维嘉

(解放军信息工程大学 信息工程学院, 郑州 450002)

**摘要:** 将多用户 MIMO 线性预编码分为干扰消除和干扰抑制两类, 针对干扰消除中的块对角化(block diagonalization, BD)迫零算法, 讨论了经典注水功率分配, 提出一种信噪比控制功率分配方案。该方案可使系统各子流接收信噪比相同, 各个用户的误码性能一致, 也可控制用户之间的任意信噪比比例; 研究了干扰抑制类预编码的统一功率分配方案, 提出一种针对存在干扰系统的适用于相关信道的迭代注水算法。该算法引入经典注水的思想, 将干扰和噪声一并考虑。仿真结果表明, 该算法在相关信道下使系统和容量获得了明显提高。

**关键词:** 多输入多输出; 预编码; 功率分配; 公平性; 迭代注水

**中图分类号:** TN929.533      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1001-3695(2010)03-1136-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2010.03.091

## Power allocation for two kinds of multi-user MIMO linear precoding

ZHU Kai, HU Han-ying, CUI Wei-jia

(Institute of Information Engineering, PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450002, China)

**Abstract:** Multi-user MIMO linear precoding is classified as interference cancelation and interference suppression. Firstly, in the BD algorithm, discussed the classical waterfilling to maximize the sum capacity, proposed a SNR control power allocation scheme. The scheme could make all the substreams have the same SNR, so all the users had the same BER performance, and also the scheme could control the ratio of SNR among all the users. Secondly, did a research on unified power allocation for interference suppression precoding, proposed an interactive waterfilling algorithm for maximizing the sum capacity, especially in correlated channels. The algorithm introduced the idea of classical waterfilling to the interference system, regarded the interference as noise. The simulation results indicate that the proposed algorithm improves the sum capacity efficiently in correlated channels.

**Key words:** MIMO(multi-input multi-output); precoding; power allocation; fairness; interative waterfilling

目前,多用户 MIMO 是 MIMO 技术研究的热点。在多用户 MIMO 下行链路中,基站在相同频率和时隙同多个用户进行通信,用户之间共信道干扰(co-channel interference, CCI)的存在是多用户 MIMO 处理的一个难点。研究如何将共信道干扰降低到一个可以接受的水平,引起了人们的关注。多用户预编码技术是对抗 CCI 的有效方法之一。其中的线性预编码根据处理 CCI 的不同准则,可以分为干扰消除类算法和干扰抑制类算法。干扰消除算法<sup>[1-4]</sup>将每个用户的 CCI 全部消除,这类算法的优点是物理概念清晰、便于与已有通信协议结合;干扰抑制算法<sup>[5-8]</sup>允许一部分干扰存在,综合考虑用户的干扰和噪声,鲁棒性较强。在预编码算法的基础上,研究多用户 MIMO 系统不同准则和需求的功率分配十分必要,如话音和视频流业务要求一定的信干噪比;而对于文件传输, e-mail 以及网页浏览等非实时业务,最大化系统和容量就有很实际的意义。

### 1 多用户 MIMO 下行链路模型

假设系统共有  $K$  个用户,基站的天线数记为  $n_T$ ,用户  $j$  的天线数记为  $n_{R_j}$ ,用  $(n_{R_1}, \dots, n_{R_K})_{n_T}$  表示这样的信道配置。设基站到各用户的信道为 Rayleigh 平坦块衰落信道,用户  $j$  的发送信号为  $B$  维向量  $\mathbf{d}_j$ ,对应  $n_T \times B$  预编码矩阵为  $\mathbf{M}_j$ 。基站到

用户  $j$  的信道可表示为  $n_{R_j} \times n_T$  的矩阵为  $\mathbf{H}_j$ 。不考虑天线之间的相关性时,其元素为独立同分布的零均值单位方差复高斯随机变量。在实际信道条件下,由于天线位置以及空间散射体分布等因素,信道的独立性并不理想。引入 Kronecker 相关模型,用户  $j$  的信道协方差矩阵表示为  $\mathbf{R}_{0j} = \mathbf{R}_t^T \otimes \mathbf{R}_{rj}$ 。其中:  $\otimes$  为 Kronecker 积;  $\mathbf{R}_t^T$  和  $\mathbf{R}_{rj}$  分别为基站端和各个用户天线的相关矩阵。此时的用户信道矩阵是  $\mathbf{H}_j = \mathbf{R}_{rj}^{1/2} \mathbf{H}_0 \mathbf{R}_t^{1/2}$ ,其中  $\mathbf{H}_0 \in \mathbb{C}^{n_{R_j} \times n_T}$  的元素为独立同分布的零均值单位方差复高斯随机变量。这样,用户  $j$  的接收信号为

$$\mathbf{r}_j = \sum_{i=1}^K \mathbf{H}_i \mathbf{M}_i \mathbf{d}_i + \mathbf{n}_j = \mathbf{H}_j \mathbf{M}_j \mathbf{d}_j + \mathbf{H}_j \tilde{\mathbf{M}}_j \tilde{\mathbf{d}}_j + \mathbf{n}_j \quad (1)$$

其中:  $\tilde{\mathbf{M}}_j$  和  $\tilde{\mathbf{d}}_j$  表示除了用户  $j$  之外的其他用户的预编码矩阵和发送信号。用户  $j$  的接收信号包括有用信号、CCI 和噪声。

### 2 两类多用户 MIMO 预编码算法

#### 2.1 BD 算法

Spencer 等人<sup>[4]</sup>提出的块对角化(BD)迫零算法是干扰消除类算法的典型代表。BD 算法将信道矩阵块对角化,之后使用用户信道分解为若干并行子信道。令  $\mathbf{H}_i \mathbf{M}_j = 0 (\forall i \neq j)$  使得用户  $j$  的预编码矩阵  $\mathbf{M}_j$  位于干扰用户组成的信道矩阵  $\tilde{\mathbf{H}}_j$  的零

收稿日期: 2009-08-03; 修回日期: 2009-09-25      基金项目: 国家“863”计划“十一五”重点资助项目(2009AA011504)

作者简介: 祝锴(1984-),男,硕士研究生,主要研究方向为 MIMO 系统的预编码与收发联合设计(zhukai0604@163.com); 胡捍英(1961-),男,教授,博导,主要研究方向为第三代移动通信系统; 崔维嘉(1976-),男,辽宁丹东人,讲师,博士,主要研究方向为无线与移动通信技术。

空间,  $\tilde{H}_j$  的后  $n_r - \tilde{L}_j$  个右奇异向量组成的矩阵  $\tilde{V}_j^{(0)}$  为此零空间的正交基, 那么用户  $j$  的等效信道矩阵为  $H_j = H_j \tilde{V}_j^{(0)} \in \mathbb{C}^{n_{R1} \times (n_T - \tilde{L}_j)}$ 。对等效信道  $H_j$  进行奇异值分解有  $H_j = U_j$

$$\begin{bmatrix} \Sigma_j & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} [V_j^{(1)} V_j^{(0)}]^H。其中: \Sigma_j = \text{diag}(g_{j1}, g_{j2}, \dots, g_{j\tilde{L}_j}), 不失一般性, 假设  $g_{ji}$  按降序排列。  $\tilde{K}_j$  为并行子信道个数 (等效信道非零特征向量的个数), 要求发送向量  $d_j$  的维数不大于能够提供的并行子信道个数  $\tilde{K}_j$ ,  $V_j^{(1)}$  为  $H_j$  的前  $\tilde{K}_j$  个右奇异向量, 组成等效信道的值空间正交基, 用户  $j$  的预编码矩阵为  $M_j = \tilde{V}_j^{(0)} V_j^{(1)} (\hat{n}, 1\hat{n} B) \Lambda^{1/2}$ 。  $\Lambda = \text{diag}(\Lambda_1, \dots, \Lambda_K)$  是给每个用户的各个子流分配的功率构成的对角矩阵。接收矩阵为  $U_j^H (\hat{n}, 1\hat{n} B)$ ,  $A(\hat{n}, 1\hat{n} B)$  表示矩阵  $A$  的前  $B$  列。系统和容量表示为
$$C = \log_2 |I + \Sigma^2 \Lambda / \sigma_n^2| \quad (2)$$$$

其中:  $\Sigma = \text{diag}(\Sigma_1, \dots, \Sigma_K)$ ;  $\sigma_n^2$  为子流接收噪声功率。

### 2.2 最大化信漏噪比算法

与干扰消除类算法不同的是, 干扰抑制类算法允许一定的共信道干扰存在。针对最大化信干噪比 (SINR) 算法各个用户预编码矩阵不能独立求解的问题, Sadek 等人<sup>[6]</sup> 将传送给目标用户的信号对其他用户造成的干扰定义为用户的泄漏 (leakage), 以目标用户泄漏到其他用户上的信号功率来度量, 信漏噪声比 (SLNR) 则是指发送给目标用户的信号功率与目标用户的泄漏和噪声功率之和的比。将优化目标改为选择合适的预编码矩阵使得接收信漏噪比最大化。

$$\begin{aligned} \max_{M_j} M_j \text{SLNR}_j &= \frac{P_j \|H_j M_j\|^2}{\sum_{i=1, i \neq j}^K P_i \|H_i M_j\|^2 + n_{R_j} \sigma_n^2}; j=1, \dots, K \\ \text{s. t.} \quad \text{trace}(M_j^H M_j) &= 1; j=1, \dots, K \\ \sum_{j=1}^K P_j &= P \end{aligned} \quad (3)$$

其中:  $P_j$  为给用户  $j$  分配的功率。式(3)中, 每个用户的 SLNR 只与用户本身的预编码矩阵有关, 可以独立求解。可以证明<sup>[6]</sup>, 将  $\{H_j^H H_j, (n_{R_j} \sigma_n^2 + \tilde{H}_j^H \tilde{H}_j)\}$  的广义特征值按降序排列, 对应的前  $B$  个特征向量组成的矩阵  $T_j (\hat{n}, 1\hat{n} B)$  即为预编码矩阵, 为了满足功率要求, 将其归一化得到  $M_j = T_j (\hat{n}, 1\hat{n} B) / \|T_j (\hat{n}, 1\hat{n} B)\|_F$ 。最大比合并接收模块为  $R_j = M_j^H H_j^H / \|H_j M_j\|_F$ 。在本文下面的干扰抑制类预编码功率分配的仿真中, 将采用 SLNR 算法作为示例。

## 3 多用户 MIMO 线性预编码功率分配算法

当发送端不知道信道状态信息 (channel state information, CSI) 时, 无论是干扰消除还是干扰抑制的系统, 最优的功率分配均为用户等功率分配。当发送端知道完全的信道状态信息时, 根据两类系统不同的特点, 功率分配各不相同。

### 3.1 块对角化迫零算法的功率分配

#### 3.1.1 注水算法

BD 算法将用户信道分解成了若干并行子信道, 从而可以利用经典的注水算法进行功率分配, 使系统和容量最大化。假设每个用户的信道等效成  $B$  个并行子信道,  $K$  个用户的系统共有  $BK$  个子信道, 由于各个子信道是独立的, 可以将所有  $BK$  个特征子信道看做一等效单用户的特征子信道, 在这  $BK$  个子信道进行注水, 有

$$\begin{aligned} \lambda_{ji} &= (\mu - \sigma^2 / g_{ji}^2)_+ \\ \text{s. t.} \quad \sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^B \lambda_{ji} &= P \end{aligned} \quad (4)$$

其中:  $\lambda_{ji}$  为式(4)中  $\Lambda_i$  的第  $i$  个子信道分配的功率;  $g_{ji}$  为用户  $j$  的第  $i$  个子信道的奇异值;  $P$  为总发送功率,  $(x)_+ = \max(x, 0)$ 。由功率约束条件可以确定  $\mu$ 。

#### 3.1.2 一种公平接收及信噪比控制的功率分配方案

系统中用户之间的公平性是必须考虑的问题。对于块对角化迫零预编码, 针对用户有相同误码性能的公平服务, 本文提出一种基于多用户公平接收的功率分配方案。此方案的目标是每个用户有相同的误码性能, 使得任何信道条件的用户都可以接受相同质量的服务, 这可以通过控制各用户的接收信噪比, 使用户接收信噪比相同来实现, 而用户信噪比相同又通过使每个子流的接收信噪比相同来实现。用户  $j$  的第  $i$  个子流的接收信噪比  $\gamma_{ji}$  为

$$\gamma_{ji} = g_{ji}^2 \lambda_{ji} / \sigma_n^2 \quad (5)$$

其中:  $\lambda_{ji}$  是给第  $j$  个用户的第  $i$  个子流分配的功率。为了使用户具有相同的接收信噪比, 有

$$\begin{cases} g_{11}^2 \lambda_{11} = g_{12}^2 \lambda_{12} = \dots = g_{KB}^2 \lambda_{KB}, \sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^B \lambda_{ji} = P \\ \lambda_{ji} \geq 0; j=1, \dots, K; i=1, \dots, B \end{cases} \quad (6)$$

此方案因为约束条件很强, 计算复杂度明显低于注水算法。在某些情况下, 各个用户对 QoS 有不同的要求。比如, 对于一个两用户、每用户两子流系统, 用户 1 的接收信噪比是用户 2 的两倍时, 问题可以表示成

$$\begin{cases} g_{11}^2 \lambda_{11} = g_{12}^2 \lambda_{12} = 2g_{21}^2 \lambda_{21} = 2g_{22}^2 \lambda_{22}, \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 \lambda_{ji} = P \\ \lambda_{ji} \geq 0; j=1, \dots, 2; i=1, \dots, 2 \end{cases} \quad (7)$$

### 3.2 针对干扰抑制类预编码的迭代注水功率分配

由于采用干扰抑制预编码算法的多用户 MIMO 系统具有类似的收发结构, 如图 1 所示。系统和容量可以表示为

$$C = \sum_{j=1}^K \log_2 \left( 1 + \frac{|R_j H_j M_j|^2 \times P_j}{\sum_{i=1, i \neq j}^K |R_i H_i M_i|^2 P_i + n_{R_j} \|R_j\|_i^2 \sigma_n^2} \right) \quad (8)$$

因此, 本文研究基于干扰抑制预编码统一的功率分配算法。考虑如下和容量最大化的功率分配问题

$$\begin{aligned} \max C &= \sum_{j=1}^K C_j \\ \text{s. t.} \quad \sum_{j=1}^K P_j &= P \text{ and } P_j \geq 0; j=1, \dots, K \end{aligned} \quad (9)$$

求解最优和容量的传统注水算法是针对互相独立的并行子信道而设计的, 对于干扰抑制类的多用户预编码而言, 系统存在的共信道干扰并没有完全消除, 传统的注水算法并不适用。根据干扰系统中各个用户之间存在干扰的特点, 本文提出了一种基于迭代的注水算法。由于干扰的存在, 在此系统中给各个用户分配的功率需要迭代更新, 将第  $m-1$  次的干扰看做噪声。同一用户的  $B$  维发射信号分配的功率相同。迭代注水原理如图 2 所示, 算法描述如下所示:

$$\begin{aligned} &\text{a) 初始化功率分配, } P_j^{(0)} = P/K; j=1, \dots, K; m=1 \\ &\text{b) while a)} \\ &\quad \left\{ \begin{aligned} P_j^{(m)} &= \left( \mu_j^m - \frac{\sum_{i=1, i \neq j}^K (|R_i H_i M_i|^2 \times P_i^{(m-1)}) + n_{R_j} \|R_j\|_i^2 \sigma_n^2}{|R_j H_j M_j|^2} \right)_+ \\ j &= 1, \dots, K \\ \text{s. t.} \quad \sum_{j=1}^K P_j^{(m-1)} &= P \\ m &++; \\ \text{if} \left( \frac{|P_j^{(m)} - P_j^{(m-1)}|}{P_j^{(m)}} \leq \varepsilon; j=1, \dots, K \right) & \\ &\quad \text{break;} \\ &\quad \text{end if} \\ &\quad \text{endwhile} \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

其中:  $\varepsilon$  表示算法的结束门限, 可以选择 0.000 1;  $\mu_j^m$  通过功率

约束条件得到。这种迭代注水算法充分考虑了干扰的存在和影响,将其一并归为噪声处理,将经典的注水算法拓展到了存在共信道干扰的 MIMO 系统。当信道不存在相关性,各用户信道奇异值分布较为平均时,迭代注水算法带来的容量增益并不明显;当信道存在相关性,信道条件数较大甚至是缺秩信道时,迭代注水算法的容量优势更容易体现。

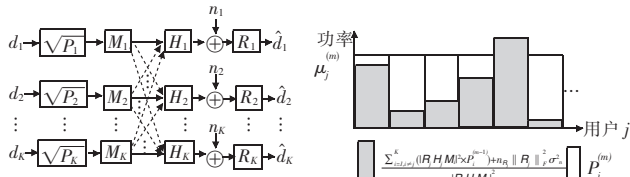


图 1 干扰抑制类预编码统一功率分配示意图

图 2 迭代注水算法示意图

### 4 仿真分析

下面通过计算机仿真针对 BD 预编码的功率分配和干扰抑制预编码的功率分配算法(以 SLNR 算法为例)进行分析。考虑无编码系统,对于不同的天线配置,每用户的发送子流数为  $B$ ,发送信号总功率归一化为 1,信噪比 SNR 定义为发送总功率与每根接收天线上的噪声功率的比值,仿真结果经过 Monte-Carlo 仿真得到。

图 3,4 为 BD 算法注水功率分配与应用迭代注水功率分配的 SLNR 算法容量性能。从这两幅图可以看出,当信道存在明显的相关性时,采用注水优化与不进行功率优化相比容量性能得到明显提高。注水功率分配给信道条件好的用户和子信道分配较多的功率,更有效地利用了有限的功率资源,从而达到系统和容量整体的提升。随着信噪比的提高,不同功率分配的系统容量趋于一致。在空间非相关信道中,由于各个用户信道矩阵的奇异值分布比较均匀,信道条件差别小,注水对于提高容量性能的作用并不十分明显;但是对于相关信道,特别是缺秩信道,由于其信道矩阵存在非常小的奇异值,注水可以避免在弱信道上浪费太多的功率,这时注水功率分配的容量增益就能更充分地体现出来。

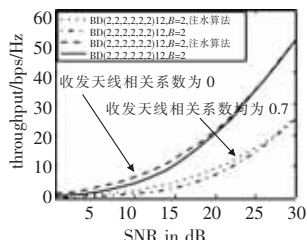


图 3 BD 算法注水功率分配容量性能

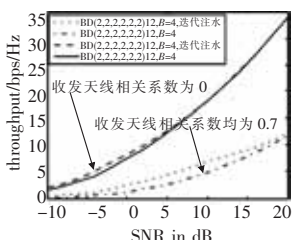


图 4 SLNR 算法迭代注水功率分配容量性能

图 5 为 BD 算法无功率优化与采用公平接收功率分配的系统容量比较,不考虑天线之间的相关性。基于公平接收的功率分配方案的容量性能在整个信噪比区域内相对于无功率分配算法的情况有明显下降。这是因为与注水算法相反,公平接收功率为弱子信道分配了更强的功率,而给强子信道分配了较少功率,平衡各子流信噪比,于是保证每个用户的误码率相同,这是追求用户服务质量的公平而付出的容量代价。用户子流数目越多,用在平衡子流信噪比上的功率越多,用户公平功率分配所导致的容量损失越明显。

图 6,7 为 BD 算法采用公平接收以及用户信噪比成比例功率分配方案的误码率。图 6 中两个用户的信噪比完全一致,从图中可以看到,两用户的误码率完全相同;图 7 中用户 1 的

信噪比是用户 2 的两倍,从而带来误码性能的差别。实际应用中,可以根据考虑用户之间的公平性或者具体 QoS 要求,对信噪比和误码性能进行灵活控制。

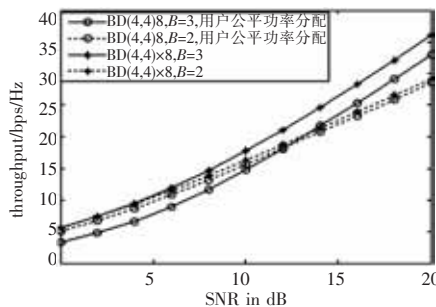


图 5 公平接收功率分配与无功率分配的容量比较

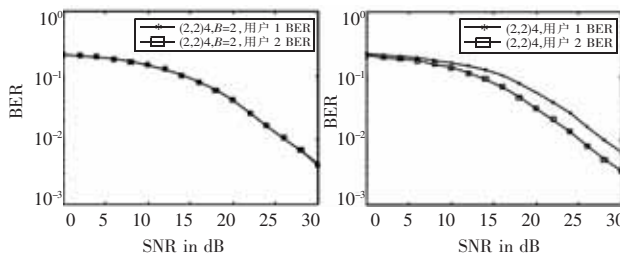


图 6 BD,两用户相同接收信噪比时的误码率

图 7 BD,用户 1 的信噪比为用户 2 的两倍时的误码率

### 5 结束语

发送端获得信道状态信息,利用预编码加功率分配的方法可以有效地提高多用户 MIMO 系统的性能。本文深入研究了两大类不同的 MIMO 多用户线性预编码的功率分配算法,讨论了针对 BD 算法的经典注水功率分配,提出了针对 BD 算法的用户信噪比控制接收分配方案,该方案可以使各用户获得相同的误码性能,也可以控制任意用户的信噪比比例;提出了一种针对干扰抑制预编码系统的迭代注水算法,该算法将注水算法应用到存在干扰的 MIMO 多用户系统之中,信道空间相关性较强的条件下明显提高了系统的容量。

#### 参考文献:

- [1] BOURDOUX, KHALED N. Joint TX-RX optimisation for MIMO SDMA based on a null-space constraint [C]//Proc of the 56th Vehicular Technology Conference. 2002:171-174.
- [2] BENGTTSSON M. A pragmatic approach to multi-user spatial multiplexing [C]//Proc of IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop. 2002:130-134.
- [3] CHEN R, ANDREWS J G, HEATH R W. Multi-user space-time block coded MIMO system with unitary downlink precoding [C]//Proc of IEEE International Conference on Communications. 2004:2689-2693.
- [4] SPENCER Q H, SWINDLEHURST A L, HAARDT M. Zero-forcing methods for downlink spatial multiplexing in multi-user MIMO channels [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2004, 52(2):461-471.
- [5] JAFAR S A, VISHWANATH S, GLODSMITH A J. Channel capacity and beamforming for multiple transmit and receive antennas with covariance feedback [C]//Proc of IEEE International Conference on Communications. 2001:2266-2270.
- [6] SADEK M, TARIGHAT A, SAYED A H. A leakage-based precoding scheme for downlink multi-user MIMO channels [J]. IEEE Trans on Wireless Communications, 2007, 6(5):1711-1721.
- [7] BANDEMER B, HAARDT M, VISURI S. Linear MMSE multi-user MIMO downlink precoding for users with multiple antennas [C]//Proc of the 17th Annual IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications. 2006:1-5.
- [8] TENENBAUM A J, ADVE R S. Improved sum-rate optimization in the multiuser MIMO downlink [C]//Proc of the 42nd Annual Conference on Information Sciences and Systems. 2008:984-989.