

# 基于单周期产品的广告投入供应链博弈分析

张廷龙<sup>1</sup>, 梁 樑<sup>2</sup>, 凌六一<sup>2</sup>

(1. 安徽师范大学经济管理学院, 安徽芜湖 241000; 2. 中国科学技术大学管理学院, 安徽合肥 230026)

**摘要:**在供应链管理环境下, 供应商和经销商关于广告成本的分担是一件具有挑战的工作. 对单周期产品而言, 广告的促销作用表现为需求期望和方差的变化上, 而期望和方差之间不同的变化模式对策略的选择又会带来一定的影响. 以一个供应商和一个经销商就单周期产品广告策略为背景, 以费用分担为供应商主要契约形式, 研究供应商的最优分担比率及其对经销商的广告投入的激励. 考察了需求方差和期望关于广告投入不同反应模式对供应链双方决策的影响. 最后探讨了如何结合供应商回购策略, 进行供应链契约设计以达到渠道最优.

**关键词:**供应链协调; 单周期产品; 广告; 广告费用分担

中图分类号: F252

文献标识码: A

## Game analyses of advertising in supply chains for a single-period product

ZHANG Ting-long<sup>1</sup>, LIANG Liang<sup>2</sup>, LING Liu-yi<sup>2</sup>

(1. Institute of Economics and Management, Anhui Normal University, Wuhu 241000, China;

2. School of Management, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

**Abstract:** Investment in advertising is very popular in the business world. Sharing of cost and profit is an important issue for suppliers and sellers in a supply chain. For a single-period product, advertising expenditures may not only increase the expected demand but also affect the variation. The supplier's cost sharing policy is investigated for the case in which demand has a variance as a function of advertising expenditure. The ways in which the optimal policies of two parties vary with the increasing coefficient of variation are discussed. Finally, the system optimal policy with supplier return price is developed to show that the optimal system's advertising expenditure and profit can still be achieved without cooperation.

**Key words:** supply chain coordination; single-period product; advertising; advertising expenditure-sharing

## 0 引言

广告是商业活动一种常见的促销策略, 广告能让顾客充分了解其经营的品牌和售后服务等, 提高潜在的顾客购买其商品的欲望, 达到增加需求的目的. 需求对广告的反应函数一般认为可能是 S 形和

凹形两种情况<sup>[1]</sup>. 对 S 形, 开始需求会随着广告投入增加而增加, 但到一定值后会遇到一个拐点, 使再增加广告费用需求的变化形式将发生变化. 而对于凹形, 增加广告会刺激需求上升, 但上升的速度会随着费用的增加而下降. 当前关于反应函数的形式还在争论中<sup>[2,3]</sup>. 由于通常很难确定 S 形中所谓的阈值,

收稿日期: 2007-07-05; 修回日期: 2008-11-28

基金项目: 国家杰出青年基金(70525001), 安徽省自然科学基金(090416244)和安徽省教育厅自然科学基金项目(KJ2008B149)资助.

作者简介: 张廷龙, 男, 1978年生, 博士. 研究方向: 供应链管理. E-mail: saztl@mail.ustc.edu.cn

通讯作者: 梁樑, 博士/教授. E-mail: lliang@ustc.edu.cn

凹形反应函数通常被采用. 经销商和供应商为刺激短期购买会增加广告投入. 对于单周期产品而言, 广告投入会增加需求的期望, 然而对需求方差的影响往往表现为不同的情况. 增加广告投入均方差可能不变、和期望同比增大或者增速大于期望增速. 周永务等<sup>[4]</sup>、Moutaz 等<sup>[5]</sup>研究了单周期产品经销商的最优广告策略和订货策略. 周永务等<sup>[4]</sup>假设反应函数为有界凹函数建立模型. Moutaz 等<sup>[5]</sup>研究经销商面对不同类型反应函数下的最优决策问题, 分别以期望收益和获取一定收益目标的概率为目标函数, 分别就均匀分布、正态分布、指数分布三种需求分布进行了讨论. 然而, 当前缺乏在两阶段单周期产品问题中对方差和期望不同变化情况下的广告投入决策研究.

在由一个经销商和一个供应商的单周期产品供应链结构下, 供应商必然希望经销商高水平的广告投入. 为了激励经销商的广告投入, 供应商通常会进行一定的契约安排来分担广告投入或者需求风险, 从而刺激经销商的广告投入和订货量. Talyor<sup>[6]</sup>证明了回购契约与销售量回扣结合, 可以诱使经销商投入最优促销水平; 张菊亮等<sup>[7]</sup>在经销商的促销努力不可观察的情况下, 设计了一种契约协调机制; Li 等<sup>[8]</sup>研究了在广告作为促销手段情况下的基于博弈理论的制造商和零售商 Nash 均衡模型.

和以上文献相比, 本文在供应商为主导的供应链结构下, 以广告费用分担为主要契约形式, 研究供应商的最优分担比率和经销商的广告投入, 重点考察了需求方差和期望关于广告投入不同反应程度对双方决策的影响. 最后探讨了供应商如何结合回购策略, 进行供应链契约设计以求渠道优化.

## 1 基本假设和符号

$P$  经销商单位产品的售价

$R$  供应商卖给经销商的单位产品批发价格

$C$  供应商的单位产品成本

$V$  单位产品剩余价值, 其中  $V < C < P$

$S$  单位产品缺货成本

$f_0(x), F_0(x)$  无广告投入时需求的密度函数和分布函数, 正态分布,  $\mu_0, \sigma_0^2$  为期望和方差

$A$  经销商广告投入费用

$f_A(x), F_A(x)$  广告费为  $A$  需求的密度函数和分布函数, 正态分布,  $\sigma_A, \sigma_A^2$  为期望和方差

$f_s, F_s$  标准正态分布的密度函数和分布函数

## 2 无广告投入时的单周期问题

### 2.1 无广告投入时的分散决策

记经销商的最优订货批量为  $Q_0^B$ , 则

$$F_0(Q_0^B) = \frac{P+S-R}{P+S-V}. \quad (1)$$

记  $Y_0^B = \int_0^{Q_0^B} x f_x(x) dx$ . 由文献[9]得

$$Y_0^B = -\sigma_0 f_s\left(\frac{Q_0^B - \mu_0}{\sigma_0}\right) + \mu_0 F_s\left(\frac{Q_0^B - \mu_0}{\sigma_0}\right). \quad (2)$$

经销商和供应商期望利润分别记为  $E\pi_0^B, E\pi_0^M$ , 则

$$\left. \begin{aligned} E\pi_0^B &= (P+S-V)Y_0^B - S\mu_0 < (P-R)\mu_0; \\ E\pi_0^M &= (R-C)Q_0^B. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

### 2.2 无广告投入时的渠道集中决策

渠道最优批量和期望利润分别记为  $Q_0^J, E\pi_0^J$ , 则

$$\left. \begin{aligned} F_0(Q_0^J) &= \frac{P+S-C}{P+S-V}, \\ E\pi_0^J &= (P+S-V)Y_0^J - S\mu_0 < (P-C)\mu_0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中,

$$Y_0^J = -\sigma_0 f_s\left(\frac{Q_0^J - \mu_0}{\sigma_0}\right) + \mu_0 F_s\left(\frac{Q_0^J - \mu_0}{\sigma_0}\right). \quad (5)$$

注意到  $P > R > C$ , 所以由式(1)和式(4)知  $Q_0^B < Q_0^J$ .

## 3 供应商主导广告费用分担策略

由于广告能刺激经销商的订货量, 因此在经销商的广告费用可观察的情况下, 供应商承担一定比例的广告费用也许对供应商更有利. 引入决策变量  $t (0 < t \leq 1)$ ,  $1-t$  为供应商的广告费用分担比例. 广告费用为  $A$  时, 需求的期望为  $\mu_A = \mu_0(1 + \omega A^\alpha)$ , 均方差为  $\sigma_A = \sigma_0(1 + u A^\alpha)$ , 其中  $0 \leq \alpha \leq 1, \omega > 0, u \geq 0$ . 当  $\omega = 0$  时, 说明市场需求和广告是独立无关的, 这时进行广告就失去了意义, 不是本文讨论的基础.

至此, 可建立一个关于供应商和经销商的顺序动态非合作两阶段博弈模型. 由于 Stackelberg 模型是一种逆向归纳法, 先考虑经销商最优.

给定供应商分担比例  $1-t$  和经销商广告水平  $A$ , 经销商的最优订货批量, 记为  $Q_A^B$ , 则

$$F_A(Q_A^B) = \frac{P+S-R}{P+S-V}. \quad (6)$$

由式(1)和式(6), 有

$$\frac{Q_0^B - \mu_0}{\sigma_0} = \frac{Q_A^B - \mu_A}{\sigma_A}, \quad (7)$$

记为  $Z$ . 分别记

$$\left. \begin{aligned} K_0^M &= uE\pi_0^M + (R-C)(\omega-u)\mu_0; \\ K_0^B &= uE\pi_0^B + (P-R)(\omega-u)\mu_0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

经销商的订货批量和期望利润分别记为  $Q_A^B$  和  $E\pi_A^B$ , 则

$$\left. \begin{aligned} Q_A^B &= (1+uA^\alpha)Q_0^B + \mu_0(\omega-u)A^\alpha, \\ E\pi_A^B &= (P+S-V)Y_A^B - S\mu_A - tA. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中,

$$\begin{aligned} Y_A^B &= \int_0^{Q_A^B} xf_A(x)dx = \\ &= -\sigma_A f_S(Z) + \mu_A F_S(Z) = \\ &= (1+uA^\alpha)Y_0^B + \mu_0(\omega-u)A^\alpha F_S(Z). \end{aligned}$$

从而

$$E\pi_A^B = E\pi_0^B + K_0^B A^\alpha - tA. \quad (10)$$

对式(10)就  $A$  求一阶导数得  $\frac{\partial E\pi_A^B}{\partial A} = \alpha A^{\alpha-1} K_0^B - t$ .

易见, 当  $K_0^B \leq 0$  时, 经销商的期望利润是广告投入的减函数, 经销商不进行广告投入. 反之, 当  $K_0^B > 0$  时, 经销商的期望利润是广告费用的上凸函数, 最优广告费用为  $A = \left[ \frac{t}{\alpha K_0^B} \right]^{\frac{1}{\alpha-1}}$ , 这时  $A$  是  $t$  的单调减函数, 供应商分担广告费用会激励经销商广告投入.

**引理 3.1** 给定  $t$ , 当  $\frac{u}{\omega} < \frac{(P-R)\mu_0}{(P-R)\mu_0 - E\pi_0^B}$  时,

经销商的最优广告投入  $A = \left[ \frac{t}{\alpha K_0^B} \right]^{\frac{1}{\alpha-1}}$ ; 否则, 经销商的最优广告投入  $A=0$ .

引理 3.1 说明, 尽管经销商的广告投入量受供应商分担比率影响, 但经销商是否进行广告投入并不取决于供应商分担比率, 而取决于需求方差和期望相对增速的参数  $u/\omega$  是否小于  $G(R)$ , 其中,

$$G(R) = \frac{(P-R)\mu_0}{(P-R)\mu_0 - E\pi_0^B}.$$

令  $L(R) = \frac{E\pi_0^B}{(P-R)\mu_0}$ , 则  $L(R)$  表示在不考虑广告投入情形下经销商的期望利润相对于无风险时利润之比, 易见  $G(R)$  与  $L(R)$  同向变化. 由 2.1 部分可得  $\frac{\partial L(R)}{\partial R} = [-(P-R)Q_0^B + E\pi_0^B]/(P-R)^2\mu_0$ . 考虑到缺货成本和产品过剩残值小于批发价格, 因此,

$$E\pi_0^B \leq \int_0^{Q_0^B} (P-R)xf_0(x)dx +$$

$$\int_{Q_0^B}^{\infty} (P-R)Q_0^B f_0(x)dx < (P-R)Q_0^B,$$

从而  $\frac{\partial L(R)}{\partial R} \leq 0$ .

**推论 3.1** 供应商的较大的批发价格会降低经销商无广告投入时的期望利润与无风险利润的相对比率, 从而降低了经销商进行广告投入时对风险变化程度(参数  $u/\omega$ )的承受水平.

**引理 3.2** 当  $K_0^B > 0$  时,  $K_0^M > 0$ .

**证明** 当  $K_0^B = uE\pi_0^B + (P-R)(\omega-u)\mu_0 > 0$ ,

可得  $\omega > u - \frac{uE\pi_0^B}{(P-R)\mu_0}$ , 代入到  $K_0^M$  中得

$$\begin{aligned} K_0^M &= uE\pi_0^M + (R-C)(\omega-u)\mu_0 > \\ &= u \left[ E\pi_0^M - \frac{R-C}{P-R} E\pi_0^B \right] = \\ &= u \frac{R-C}{P-R} [(P-R)Q_0^B - E\pi_0^B] > 0. \quad \square \end{aligned}$$

以下讨论若不特殊说明, 都是在满足引理 3.1 (当然也满足引理 3.2) 条件下展开的.

将式(9)中的  $Q_A^B$  和引理 3.1 中  $A$  代入到供应商的利润函数中, 供应商决策问题为

$$\max_t E\pi_A^M = E\pi_0^M + K_0^M \left[ \frac{t}{\alpha K_0^B} \right]^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} - (1-t) \left[ \frac{t}{\alpha K_0^B} \right]^{\frac{1}{\alpha-1}}. \quad (11)$$

**命题 3.1** 分散决策时博弈双方均衡为

- (1) 若  $\frac{K_0^M}{K_0^B} \geq 1 - \alpha$ , 则  $t = [K_0^M/K_0^B + \alpha]^{-1}$ ,  $A = [\alpha K_0^M + \alpha^2 K_0^B]^{\frac{1}{1-\alpha}}$ ;
- (2) 若  $\frac{K_0^M}{K_0^B} < 1 - \alpha$ , 则  $t=1$ ,  $A = [\alpha K_0^B]^{\frac{1}{1-\alpha}}$ .

**推论 3.2** ① 当方差不变 ( $u=0$ ) 时, 均衡结果为

- 当  $\frac{R-C}{P-R} \geq 1 - \alpha$  时,  $t = \left[ \frac{R-C}{P-R} + \alpha \right]^{-1}$ ,  $A = [(R-C)\omega\alpha\mu_0 + (P-R)\omega\alpha^2\mu_0]^{\frac{1}{1-\alpha}}$ ;
- 当  $\frac{R-C}{P-R} < 1 - \alpha$  或者供应商不参与广告促销时,  $t=1$ ,  $A = [(P-R)\omega\alpha\mu_0]^{\frac{1}{1-\alpha}}$ .

② 当均方差同比增大 ( $u=\omega$ ) 时, 均衡结果为

- 当  $\frac{E\pi_0^M}{E\pi_0^B} \geq 1 - \alpha$  时,  $t = \left[ \frac{E\pi_0^M}{E\pi_0^B} + \alpha \right]^{-1}$ ,  $A = [\alpha\omega E\pi_0^M + \alpha^2\omega E\pi_0^B]^{\frac{1}{1-\alpha}}$ ;
- 当  $\frac{E\pi_0^M}{E\pi_0^B} < 1 - \alpha$  时,  $t=1$ ,  $A = [\alpha\omega E\pi_0^B]^{\frac{1}{1-\alpha}}$ .

推论 3.2 说明,只有整个渠道利润中供应商部分占一定比例后,供应商才会分担广告费用,因为只有这时增加广告费用刺激的需求对供应商的吸引才足够大.

由于

$$\frac{K_0^M}{K_0^B} = \frac{\frac{u}{\omega} E\pi_0^M + (R - C) \left(1 - \frac{u}{\omega}\right) \mu_0}{\frac{u}{\omega} E\pi_0^B + (P - R) \left(1 - \frac{u}{\omega}\right) \mu_0}$$

命题 3.1 说明供应商是否参与广告决策取决于双方无广告投入时的利润和需求方差相对期望随广告费用的增长速度,以及供应商的批发价格.而双方初始利润是由批发价格决定的,因此供应商的广告费用分担比率主要受  $u/\omega$  和  $R$  决定.下面将分析均衡结果  $A, t$  对参数  $u, \omega$  和  $R$  的敏感性.

由

$$\frac{\partial(K_0^M/K_0^B)}{\partial(u/\omega)} = \frac{(R - C)(P - R)\mu_0 \left[ Q_0^B - \frac{P}{P - R} \int_0^{Q_0^B} x_0 f(x_0) dx_0 \right]}{\left[ \frac{u}{\omega} E\pi_0^B + (P - R) \left(1 - \frac{u}{\omega}\right) \mu_0 \right]^2} > 0,$$

从而有命题 3.2.

**命题 3.2** 经销商(供应商)费用承担比率  $t$  随

$\frac{u}{\omega}$  增大而减小(增大).

命题 3.2 说明供应商通过提高费用分担比率来提高经销商的抗风险能力和广告投入积极性.本文算例分析中图 3 说明了供应商费用分担比率与  $u/\omega$  和  $R$  之间的关系.

**命题 3.3** 广告投入费用  $A$  关于  $u, \omega$  具有如下

敏感性:

①均衡时,广告投入  $A$  随着参数  $\omega$  增大而增大.

②当  $\frac{K_0^M}{K_0^B} \geq 1 - \alpha$  时,供应商将分担部分广告费用;若  $\frac{E\pi_0^M - (R - C)\mu_0}{(P - R)\mu_0 - E\pi_0^B} > \alpha$ ,则经销商的广告投入  $A$  随  $u$  增大而增大;否则,经销商的广告投入随  $u$  增大而减小.

(3) 当  $\frac{K_0^M}{K_0^B} < 1 - \alpha$  时,供应商不分担广告费用,经销商最优广告投入随  $u$  增大而减小.

**证明** 由命题 3.1,  $\frac{K_0^M}{K_0^B} \geq 1 - \alpha$  时,

$$\frac{\partial A}{\partial \omega} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} [\alpha K_0^M + \alpha^2 K_0^B]^{1 - \frac{\alpha}{1 - \alpha}} \cdot$$

$$[(R - C)\mu_0 + \alpha(P - R)\mu_0],$$

$$\frac{\partial A}{\partial u} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} [\alpha K_0^M + \alpha^2 K_0^B]^{1 - \frac{\alpha}{1 - \alpha}} \cdot$$

$$[E\pi_0^M - (R - C)\mu_0 + \alpha E\pi_0^B - \alpha(P - R)\mu_0];$$

当  $\frac{K_0^M}{K_0^B} < 1 - \alpha$  时,

$$\frac{\partial A}{\partial \omega} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} [\alpha K_0^B]^{1 - \frac{\alpha}{1 - \alpha}} [(P - R)\mu_0],$$

$$\frac{\partial A}{\partial u} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} [\alpha K_0^B]^{1 - \frac{\alpha}{1 - \alpha}} [E\pi_0^B - (P - R)\mu_0].$$

由此得命题 3.3. □

记号  $H(R) = \frac{E\pi_0^M - (R - C)\mu_0}{(P - R)\mu_0 - E\pi_0^B}$ . 下面将通过实例来说明命题 3.3②中关于供应商批发价格  $R$  对经销商的广告投入  $A$  随  $u$  的变化情况的影响.

**例 3.1**  $P = 100, C = 40, S = V = 0$ , 需求期望和均方差分别为:  $\mu_0 = 1\ 000, \sigma_0 = 200$ . 由于  $E\pi_0^M = (R - C)Q_0^B$ , 所以当  $Q_0^B < \mu_0$  时, 对任意  $1 > \alpha > 0$ ,  $H(R) < \alpha$ . 因此, 只考虑  $40 = C \leq R \leq 50$ .

由图 1 知给定参数  $\alpha$ , 当批发价格在某个恰当范围内时(而不是过高或者过低的价格), 经销商的广告投入会随着参数  $u$  (代表方差增长速度)增大而增大. 这说明经销商风险态度并不随批发价格单调变化, 适当的批发价格有助于提高经销商对需求风险的偏好.

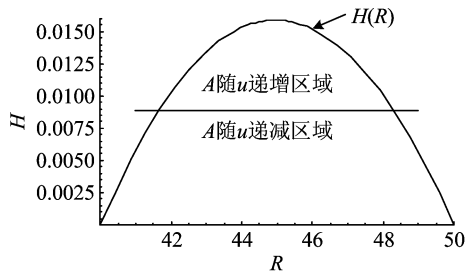


图 1  $H(R)$  随  $R$  变化曲线

Fig. 1 The curve of  $H(R)$  with  $R$

## 4 考虑广告投入时的渠道集中决策

### 4.1 集中决策模型

由于考虑总体最优,渠道内部的利益分配将暂不考虑.在总体的收益函数中,建立渠道优化模型.给定广告费用  $A$ , 最优批量和系统收益分别为

$$\left. \begin{aligned} Q_A^J &= F_A^{-1}\left(\frac{P+S-C}{P+S-V}\right), \\ E\pi_A^J &= (P+S-V)Y_A^J - S\mu_0 - A. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中,

$$Y_A^J = (1 + uA^\alpha)Y_0^J + \mu_0(\omega - u)A^\alpha F_S(Z^J), \quad (13)$$

这里  $Z^J = \frac{Q_0^J - \mu_0}{\sigma_0}$ . 记

$$K_0^J = uE\pi_0^J + (P - C)(\omega - u)\mu_0, \quad (14)$$

从而  $Q_A^J = (1 + uA^\alpha)Q_0^J + \mu_0(\omega - u)A^\alpha$ ,  $E\pi_0^J = E\pi_0^J + K_0^J A^\alpha - A$ .

**命题 4.1** 经销商和供应商集中决策下的选择为: 当  $\frac{u}{\omega} < \frac{(P-C)\mu_0}{(P-C)\mu_0 - E\pi_0^J}$  时, 渠道最优广告投入为

$A = [\alpha K_0^J]^{1/\alpha}$ ; 否则, 经销商的最优广告投入  $A = 0$ .

**命题 4.2** 集中决策下的最优广告投入,  $A$ , 随着方差参数  $u$  的增大而减小; 随着参数  $\omega$  的增大而增大.

**命题 4.3** 渠道集中决策下的广告投入和批量分别大于分散决策下的广告投入和批量.

**证明** 由于广告投入时,  $K_0^J > K_0^B + K_0^M > 0$ , 比较命题 4.1 和命题 3.1, 可知集中决策下的广告费用大于分散决策情形; 又由于  $Q_0^J > Q_0^B$ , 所以  $Q_A^J > Q_A^B$ .  $\square$

### 4.2 算例分析

至此本文已讨论了分散结构和集中结构下双方广告和库存的决策行为, 并首次在决策模型中考虑了广告投入对需求期望和方差不同影响情形. 然而由于建模的技术限制, 为深化研究需求风险随广告投入不同变化情形对决策的影响, 下面将通过算例来分析.

单周期产品, 其中  $P=100, C=40, V=0, S=0$ , 正态需求, 期望和均方差分别为:  $\mu_0 = 1\ 000, \sigma_0 = 200, \mu_A = (1 + 0.005A^{0.5})\mu_0, \sigma_A = (1 + 0.005kA^{0.5})\sigma_0$ .  $k$  越大表明随广告投入的增加单位期望的需求方差增速越大, 也即需求不确定性越大. 供应商的批发价格  $R$  从 50 以 10 为单位递增到 80 过程中, 在分散决策下各决策随参数  $k$  变化如图 2~6 所示. 定义在分散决策下的渠道整体绩效为

$$\frac{E\pi_A^M + E\pi_A^B}{E\pi_A^J} \times 100\%.$$

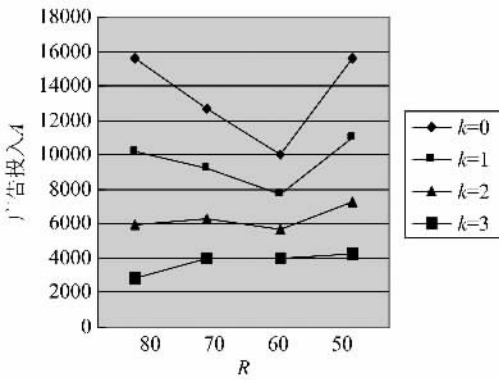


图 2 广告费用随  $R$  和  $k$  变化

Fig. 2 Advertising expenditure vary with  $R$  and  $k$

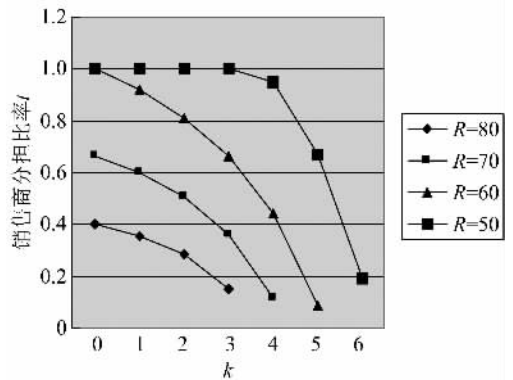


图 3 经销商费用分担比率随  $R$  和  $k$  变化

Fig. 3 The seller's advertising expenditure-sharing vary with  $R$  and  $k$

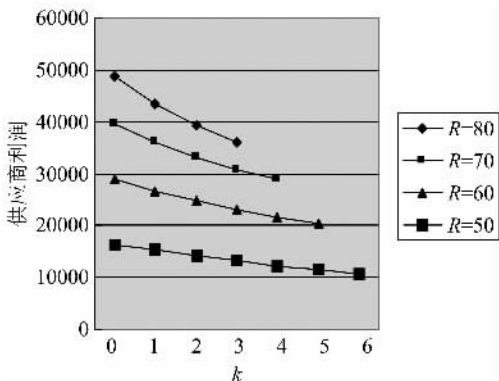


图 4 供应商利润随  $R$  和  $k$  变化

Fig. 4 The supplier's profit vary with  $R$  and  $k$

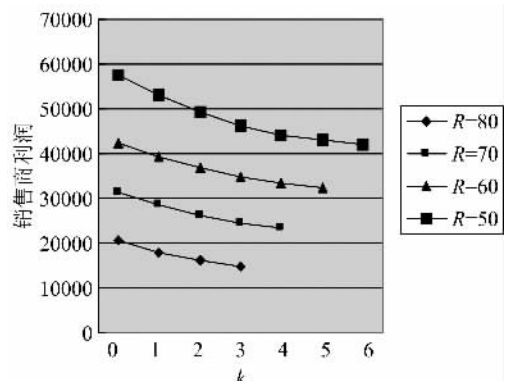


图 5 经销商利润随  $R$  和  $k$  变化

Fig. 5 The seller's profit vary with  $R$  and  $k$

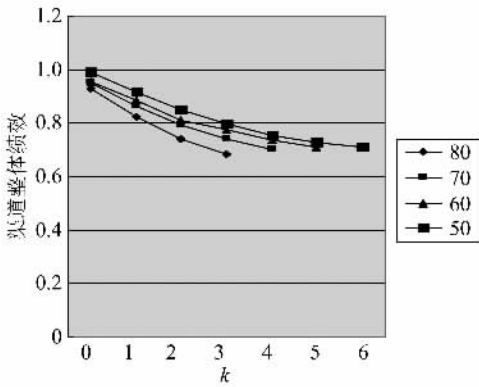


图 6 非合作情况下渠道绩效

Fig. 6 The system's performance in no-cooperate

① 图 2 说明,随广告投入需求风险增长越大,经销商的广告投入越小.当参数  $k$  很小时,批发价格较大或较小水平下都可能刺激经销商的广告投入;当参数  $k$  较大时,广告投入( $A$ )随批发价格具有明显的递减性.

② 从图 3 说明,供应商愿意承担的广告费用比率随批发价格增大而增大;随需求风险增大而增大.特别,当批发价格  $R=50$  时,供应商在  $k \leq 3$  的风险范围内将不承担广告费用.此时,经销商愿意承担全部广告费用进行促销.说明批发价格和需求风险同时降低将激励经销商的广告投入.

③ 图 4,5 说明,需求风险改善对双方都是有利的;批发价格越大对供应商越有利.但正如图 6 所示,在分散决策下,供应商提高批发价格会导致渠道整体绩效的下降.同时也表明随着参数  $k$  增大,分散决策的非效率性越大,从渠道整体来看合作的必要性越大.

## 5 结合回购契约的费用分担策略

### 5.1 模型建立

考虑供应商给予经销商回购价格为  $\bar{V}$ . 首先分析无广告投入、回购价格  $\bar{V}$  时的经销商决策问题. 经销商的最优订货批量,记为  $\bar{Q}_0^B$ ,经销商期望利润记为  $E\pi_0^B$ ,则

$$\left. \begin{aligned} F_0(\bar{Q}_0^B) &= \frac{P+S-R}{P+S-\bar{V}}, \\ E\pi_0^B &= (P+S-\bar{V})\bar{Y}_0^B - S\mu_0. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中,  $\bar{Y}_0^B = \int_0^{\bar{Q}_0^B} x f_0(x) dx$ . 记

$$\bar{K}_0^B = uE\pi_0^B + (P-R)(\omega-u)\mu_0. \quad (16)$$

给定供应商的回购价格  $\bar{V}$  和广告费用分担比

率  $t$  以及经销商广告水平  $A$ , 经销商的最优订货批量,记为  $\bar{Q}_A^B$ , 则

$$F_A(\bar{Q}_A^B) = \frac{P+S-R}{P+S-\bar{V}} \quad (17)$$

记  $\bar{Z} = \frac{\bar{Q}_0^B - \mu_0}{\sigma_0} = \frac{\bar{Q}_A^B - \mu_A}{\sigma_A}$ , 则

$$\bar{Y}_A^B = \int_0^{\bar{Q}_A^B} x f_A(x) dx = (1 + uA^\alpha) \bar{Y}_0^B + \mu_0(\omega - u)A^\alpha F_S(\bar{Z}).$$

可得经销商期望利润为

$$\begin{aligned} E\pi_A^B &= (P+S-\bar{V})\bar{Y}_A^B - S\mu_0 - tA = \\ &E\bar{\pi}_0^B + \bar{K}_0^B A^\alpha - tA. \end{aligned} \quad (18)$$

**引理 5.1** 当  $\frac{u}{\omega} < \frac{(P-R)\mu_0}{(P-R)\mu_0 - E\pi_0^B}$  时, 经销商

的最优广告投入  $A = \left[ \frac{\alpha \bar{K}_0^B}{t} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$ ; 否则, 经销商的最优广告投入  $A=0$ .

将引入回购单时的渠道订货量、经销商广告投入与集中决策情形进行比较, 易见供应商要想在分散决策结构下实现渠道协调,  $(R, \bar{V}, t)$  机制设计必须使(且仅使)分散决策下的经销商订货批量与广告投入和集中决策下的一致. 也即:

$$\frac{P+S-R}{P+S-\bar{V}} = \frac{P+S-C}{P+S-\bar{V}}, \quad \bar{K}_0^B = tK_0^I. \quad (19)$$

**命题 5.1** 当供应商的  $(R, \bar{V}, t)$  契约设计满足  $R = (P+S)(1-l) + l\bar{V}$ ,  $t = \frac{\bar{K}_0^B(\bar{V})}{K_0^I}$  (其中  $l = \frac{P+S-C}{P+S-\bar{V}}$ ) 关系时, 可实现渠道协调, 且供应商通过调整回购价格,  $\bar{V}$ , 取得对渠道利润的分割.

命题 5.1 可以看出, 要实现渠道最优, 供应商的批发价格  $(R)$  与参数  $\omega, u$  无关. 对  $R$  关于  $S$  和  $\bar{V}$  求导易知批发价格与回购价格和缺货成本是同向变化的.

### 5.2 算例分析

考虑  $P=100, C=40, V=10, S=20$ . 正态需求期望和均方差分别为  $\mu_0 = 1\ 000, \sigma_0 = 200, \mu_A = (1+0.005A^{0.5})\mu_0, \sigma_A = (1+0.005kA^{0.5})\sigma_0$ . 表 1, 2

表 1 渠道利润随缺货成本  $S$  和  $k$  变化

Tab. 1 The system's profit vary with  $S$  and  $k$

$k$	利 润		
	$S=0$	$S=20$	$S=40$
1	56 411.4	55 581.2	54 932.4
2	55 878	54 992.5	54 301.6
3	55 381.8	54 451	53 726.7

表 2 经销商广告费用分担比率  $t$ /供应商的期望收益对渠道整体收益的分割比率  $\Delta$ , 随回购价格  $\bar{V}$ 、缺货成本  $S$  和  $k$  变化  
 Tab. 2 The seller's advertising expenditure-sharing  $t$  and the ratio of the supplier's profit to the system's profit  $\Delta$ , vary with  $\bar{V}$ ,  $S$  and  $k$

S		$\bar{V}=20$		$\bar{V}=40$		$\bar{V}=60$		$\bar{V}=80$	
		$t$	$\Delta$	$t$	$\Delta$	$t$	$\Delta$	$t$	$\Delta$
0	$k=1$	0.888 889	0.111 111	0.666 667	0.333 333	0.555 556	0.555 556	0.777 778	0.777 778
	$k=2$	0.888 889	0.111 111	0.666 667	0.333 333	0.555 556	0.555 556	0.777 778	0.777 778
20	$k=1$	0.874 583	0.125 417	0.623 75	0.376 25	0.627 083	0.627 083	0.877 917	0.877 917
	$k=2$	0.869 024	0.125 65	0.607 072	0.376 949	0.628 248	0.628 248	0.879 547	0.879 547
40	$k=1$	0.864 008	0.135 992	0.592 024	0.407 976	0.679 96	0.679 96	0.951 944	0.951 944
	$k=2$	0.853 433	0.136 423	0.560 299	0.409 268	0.682 113	0.682 113	0.954 958	0.954 958

分别表示渠道最优利润  $E\pi_A^M$ 、经销商广告费用分担比率  $t$ 、供应商的期望利润对渠道整体利润的分割比率  $\overline{E\pi_A^M}/E\pi_A^M = \Delta$  随  $k$ 、回购价格  $\bar{V}$  和缺货成本  $S$  变化情况。

① 表 1 表明参数  $k$  增大时, 渠道面对的外部风险会加大, 从而降低渠道获利能力; 同样, 在给定风险变化情况下缺货成本 ( $S$ ) 增大时, 也会降低渠道获利能力。

② 表 2 表明当回购价格 ( $\bar{V}$ )、缺货成本 ( $S$ ) 和参数  $k$  ( $S=0$  时除外) 越大, 供应商广告费用分担比率 ( $1-t$ ) 和供应商的渠道利润分割 ( $\Delta$ ) 越大。

③ 表 2 表明当缺货成本可以忽略 ( $S=0$ ) 时, 供应商广告费用分担比率 ( $1-t$ ) 和供应商的渠道利润分割 ( $\Delta$ ) 相等, 且与参数  $l$  大小无关, 其原因为命题 5.2 所示。

**命题 5.2** 当  $S=0$  时, 命题 5.1 的条件等价于  $R=P-(P-C)t, \bar{V}=P-(P-V)t$ , 这时供应商通过调整广告分担比率 ( $1-t$ ) 来实现对渠道利润的分割, 供应商广告分担比率 ( $1-t$ ) 和供应商的渠道收益分割 ( $\Delta$ ) 相等, 且与参数  $w, u$  无关。

**证明**  $S=0$  时, 命题 5.1 中条件为

$$R = P - (P - \bar{V}) \frac{P - C}{P - \bar{V}},$$

$$t = \frac{u(P - \bar{V})Y_0^I + (P - \bar{V}) \frac{P - C}{P - \bar{V}}(\omega - u)\mu_0}{u(P - V)Y_0^I + (P - C)(\omega - u)\mu_0},$$

简单运算得  $K_0^I \left( \frac{P - \bar{V}}{P - V} - t \right) = 0$ . 由命题 4.1 知道  $K_0^I > 0$ , 则  $(R, \bar{V}, t)$  的关系为  $R = P - (P - C)t, \bar{V} = P - (P - V)t$ , 显然  $t$  与  $w, u$  无关, 在算例中也就是与  $k$  无关. 这时

$$E\pi_A^M = E\pi_A^I - E\pi_A^B = E\pi_A^I - [(P - \bar{V})Y_A^I - tA] =$$

$$t(P - V)Y_A^I - tA = (1 - t)E\pi_A^I. \quad \square$$

命题 5.2 说明尽管传统上回购单是用来降低经销商面对的缺货损失的, 但即使当缺货成本可以忽略 ( $S=0$ ) 时, 回购单仍然可以用以配合批发价格和广告费用分担比率, 实现渠道协调和渠道利润的分割, 这是在仅有批发价格和广告费用分担契约时无法实现的。

## 6 结论

本文运用博弈分析方法, 在经销商广告费用可观察的情况下, 分析了供应商主导下的供应商费用分担策略. 对市场需求波动的增长速度的敏感性分析说明经销商在一定的风险范围内才会进行广告, 且广告投入随风险增大而减小. 供应商的费用分担激励策略不仅受需求增长速度的影响, 而且受到在无广告投入下供应商批发价格影响. 风险增速和批发价格一样都会对分散决策下的渠道绩效产生负面的影响. 最后, 供应商通过引入回购价格, 并与批发价格和广告费用分担比率恰当配合, 可以在分散决策时实现渠道协调和供应商对渠道利润的任意分割。

### 参考文献 (References)

[1] Jone J P. When Ads Work: New Proof That Advertising Triggers Sales [M]. New York: Lexington Bool, 1995.

[2] Hanssens D M, Parson L J. Econometric and time-series market response models [C]//Handbooks in Operations Research and Management Science: Marketing. Boston: North-Holland, 1993: 409-464.

[3] Bronnenberg B J. Advertising frequency decisions in a discrete markov-process under a budget constraint [J]. Journal of Marketing Research, 1998, XXXV: 399-406.