

文章编号: 0258-2724(2010)03-0400-05 DOI: 10.3969/j.issn.0258-2724.2010.03.014

EMD 和 Cohen 类结合抑制交叉项的 时-频分析方法

宁 静, 朱肇昆

(西南交通大学机械工程学院, 四川 成都 610031)

摘 要: 为抑制单独使用 Cohen 类进行时-频变换时出现的交叉项, 利用经验模态分解法将信号从频域上分离为若干个内禀模态函数之和, 将分解后的信号分别进行 Cohen 类分布的时-频变换, 得到信号的时-频分布. 对 3 种不同类型的仿真信号进行计算, 并将其时-频分布与直接对信号作 Wigner-Ville 分布、Cohen 类时-频分布(以广义指数核为例)进行比较. 结果表明, 此方法能够抑制由二次分布所产生的交叉项, 得到的结果更加接近理想时-频分布.

关键词: Cohen 类; EMD; 交叉项; 广义指数核

中图分类号: TN911.6 **文献标识码:** A

Time-Frequency Presentation Using Empirical Mode Decomposition Combined with Cohen Class to Suppress Crossterms

NING Jing, ZHU Zhaokun

(School of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 61003, China)

Abstract: To suppress the crossterm interference in the Cohen class quadratic time-frequency distribution, a method based on empirical mode decomposition (EMD) and Cohen class distribution was proposed. In this method, the time-domain signal is first decomposed into a sum of multiple intrinsic mode functions (IMFs) in frequency domain using EMD. Then, the Cohen class distributions of the IMFs are calculated to obtain the sum of all the Cohen class distributions. The time-frequency distributions of three typical simulation signals were calculated by the proposed method, and compared with their Wigner-Ville distribution and Cohen class distribution using generalized exponential kernel. The results show that the proposed method can effectively suppress the crossterms in the quadratic time-frequency distributions, and can produce a more desired time-frequency distribution.

Key words: Cohen class; empirical mode decomposition; crossterms; generalized exponential distribution

Ville 将 WVD (Wigner-Ville distribution) 分布引入到信号处理领域, 由于双线性变换存在严重的交叉项干扰, 影响了其应用. 20 世纪 60 年代中期, Cohen 发现众多的时-频分布只是 WVD 的变形, 均为核函数加权的模糊函数的二维傅立叶变换, 习惯称为 Cohen 类时-频分布. 通过选择满足一定约束

条件的核函数, 如指数分布、广义指数分布、巴特沃斯分布等, 在一定程度上抑制了二次项中的交叉项, 但并不能得到期望的时-频分析结果. 近年来, 不少学者针对此类方法围绕核函数进行了各种研究, 提出了各种不同的核函数设计方法^[1-3]. 在核函数设计方法中, 存在着某一种核函数对某一信号的

收稿日期: 2008-12-11

基金项目: 教育部博士点基金新教师资助项目(200806141058)

作者简介: 宁静(1976-), 女, 讲师, 博士研究生, 研究方向为测试技术, E-mail: ningjing@home.swjtu.edu.cn

交叉项抑制效果较好,而另一类信号的交叉项抑制可能很差的问题.为了解决此问题,文献[4]提出了与信号有关的自适应最优核的设计思想,形成了自适应时-频分析方法,但此类方法计算复杂.

经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD)法可将复杂的信号分解为若干个内禀模态函数之和.根据信号的局部时变特征进行自适应时-频分解,能够得到极高的时-频分辨率,具有良好的时-频聚集性,适合对非平稳、非线性信号的分析^[5-7].

本文中提出了将 EMD 法与 Cohen 类分布相结合的时-频分析方法,既能保持 Cohen 类的优良特性,又能更加有效的抑制交叉项. EMD 法分解后的各个内禀模态函数(intrinsic mode function, IMF)是满足单分量信号物理解释的一类信号,并具有自适应性、正交性和完备性^[8].对经过分解的 IMF 分量分别进行基于 Cohen 类的二次变换,然后再求它们的和,能够减少干扰项的产生,加强了信号的自项.

1 Cohen 类分布及其交叉项的抑制

信号 $x(t)$ 的 WVD 分布定义为

$$W_x(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\omega\tau} d\tau,$$

式中:

$W_x(t, \omega)$ ——信号 $x(t)$ 的 WVD 分布;

$*$ ——卷积运算;

t ——时间;

ω ——频率;

τ ——时间延迟.

WVD 变换是双线性的,两信号 $x_1(t)$ 与 $x_2(t)$ 的互 WVD 分布定义为^[9]

$$W_{x_1, x_2}(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x_2^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (1)$$

若 $x(t) = a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t)$, 则

$$W_x(t, \omega) = |a_1|^2 W_{x_1}(t, \omega) + |a_2|^2 W_{x_2}(t, \omega) + 2\text{Re}(a_1 a_2^* W_{x_1 x_2}(t, \omega)), \quad (2)$$

式中:

$W_{x_1}(t, \omega)$ ——信号 $x_1(t)$ 的 WVD 分布;

$W_{x_2}(t, \omega)$ ——信号 $x_2(t)$ 的 WVD 分布;

$\text{Re}(a_1 a_2^* W_{x_1 x_2}(t, \omega))$ ——交叉项的实部.

由式(2)可见, WVD 在处理多分量信号时,产

生严重的交叉项干扰,影响了分辨率.

1.1 Cohen 类

为了抑制交叉项,使信号自项能得到很好的分离,设计了基于各种核函数的多种时-频分布,如指数分布、减少交叉项分布、巴特沃思分布等,统一表示为 Cohen 提出的广义双线性时-频函数^[9]

$$P_x(t, f) = \frac{1}{2\pi} \iiint e^{-j2\pi\xi(t-u)} \varphi(\xi, \tau) x\left(u + \frac{\tau}{2}\right) \times x^*\left(u - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\xi d\tau, \quad (3)$$

式中 $\varphi(\xi, \tau)$ 为核函数,其中 ξ 为频率延迟. ξ 决定了 $P_x(t, f)$ 的特性,采用不同的核函数,将得到不同的时-频分布.

本文中使用的核函数为广义指数分布核函数,广义指数分布核函数能保持原指数分布的各种期望时-频特性,同时具有可变的、平坦的通带及窄的过渡区,可更有效的抑制低频交叉项及减小自项的畸变.广义指数分布的核函数定义为

$$\varphi_{\text{GED}}(\xi, \tau) = \exp\left(-\left(\frac{\xi}{\xi_1}\right)^{2N} \left(\frac{\tau}{\tau_1}\right)^{2M}\right), \quad (4)$$

式中: N 和 M ——正的幂次;

ξ_1 和 τ_1 ——正的频率和时间尺度常数.

1.2 交叉项的产生

由于实际信号很少仅包含单一频率分量的单分量信号,对于多分量信号 $x(t)$ 可表示为

$$x(t) = \sum_{k=1}^n x_k(t), \quad (5)$$

式中 $x_k(t)$ 为单分量信号, $k=1, 2, \dots, n$.

如果直接对此信号进行时-频分析,则有

$$p_x(t, f) = \sum_{k=1}^n p_{x_k, x_k}(t, f) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{x_i, x_j}(t, f), \quad (6)$$

式中 $p_{x_k, x_k}(t, f)$ 和 $p_{x_i, x_j}(t, f)$ 分别为变量 x_k 的广义双线性时-频分布和两个不同变量 x_i 和 x_j 的广义双线性时-频分布,其中

$$p_{x_i, x_j}(t, f) = \frac{1}{2\pi} \iiint e^{-j2\pi\xi(t-u)} \varphi(\xi, \tau) x_i\left(u + \frac{\tau}{2}\right) \times x_j^*\left(u - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\xi d\tau, \quad (7)$$

式中: u ——积分变量,

$$x_i\left(u + \frac{\tau}{2}\right) x_j^*\left(u - \frac{\tau}{2}\right) = \sum_{i=1}^n x_i\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x_j^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \times$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i \left(t + \frac{\tau}{2} \right) x_j^* \left(t - \frac{\tau}{2} \right). \quad (8)$$

2 EMD 方法

EMD 方法将复杂的信号分解为若干个内禀模态函数之和,采用以下步骤可对信号 $x(t)$ 进行 EMD 分解^[8-11]:

(1) 确定信号所有的局部极值点,然后用三次样条线,将所有的局部极大值点连接形成上包络线;

(2) 用三次样条线,将所有的局部极小值点连接形成下包络线;

(3) 上、下包络线的平均值记为 m_1 ,求得 $x(t) - m_1 = h_1$. 理想情况下,如果 h_1 是 IMF,那么 h_1 就是 $x(t)$ 的第 1 个 IMF 分量.

(4) 如果 h_1 不满足 IMF 的条件,将 h_1 作为原始数据,重复步骤(1)~(3),得到上、下包络线的平均值 m_{11} ,再判断 $h_{11} = h_1 - m_{11}$ 是否满足 IMF 的条件,如不满足,则重复循环 k 次,得到 $h_{1k} = h_{1(k-1)} - m_{1k}$,使得 h_{1k} 满足 IMF 的条件. 记 $c_1 = h_{1k}$,则 c_1 为信号 $x(t)$ 的第 1 个满足 IMF 条件的分量.

(5) 将 c_1 从 $x(t)$ 中分离出来,得到

$$r_1 = x(t) - c_1. \quad (9)$$

将 r_1 作为原始数据重复步骤(1)~(4),得到 $x(t)$ 的第 2 个满足 IMF 条件的分量 c_2 ,重复循环 n 次,得到信号 $x(t)$ 的 n 个满足 IMF 条件的分量. 这样就有

$$\left. \begin{array}{l} r_1 - c_2 = r_2 \\ \vdots \\ r_{n-1} - c_n = r_n \end{array} \right\}. \quad (10)$$

当 r_n 为单调函数不能再从中提取满足 IMF 条件的分量时,循环结束.

由式(9)和式(10)得到

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i + r_n, \quad (11)$$

式中: c_i ——满足 IMF 条件的第 i 个分量;

r_n ——残余函数,表示信号的平均趋势.

3 EMD 和 Cohen 类结合的方法

由于直接对信号分别作 WVD 和 Cohen 类时-频分布,对交叉项的抑制不能得到令人满意的效果,提出了利用 EMD 和 Cohen 类结合的方法抑制交叉项. 首先对信号进行 EMD 分解,将复杂的信号分解为若干个 IMF 之和. 然后对每个 IMF 分量分

别计算其广义指数核时-频分布,最后将所有 IMF 分量的广义指数核时-频分布叠加在一起,得到整个信号的二次分布.

对于多分量信号 $x(t)$ 进行 EMD 分解后的信号如式(11)所示.

利用 EMD 和 Cohen 类结合的方法,得到的时-频分布表示为

$$P_x(t, f) = \sum_{i=1}^n p_{c_k, c_k}(t, f), \quad (12)$$

式中 $p_{c_k, c_k}(t, f)$ 为变量 c_i 的广义双线性时-频分布.

由于 EMD 的分解过程是筛选过程,在筛选的过程中,不仅消除了模态波形的叠加,而且使波形轮廓更加对称. EMD 方法从特征时间尺度出发,首先把信号中特征时间尺度最小的模态分离出来,然后分离特征时间尺度较大的模态函数,最后分离特征时间尺度最大的分量. 因此,可以把 EMD 方法看成是一组高通滤波器. 如果对信号进行 EMD 分解,再分别计算各 IMF 分量信号的二次分布,与直接对信号进行二次分布相比,减少了式(6)中的 $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{x_i, x_j}(t, f)$ 项,即减少了交叉项的产生,得到的结果能真实反映信号本身的信息.

需要指出: EMD 方法是基于基本假设,即任何复杂的信号都是由一些不同的内禀模态函数组成,每一内禀模态函数不论是线性还是非线性、非平稳,都具有相同数量的极值点和过零点,在相邻的 2 个过零点之间只有 1 个极值点,而且上、下包络线关于时间轴局部对称,任何 2 个模态之间相互对立,任何时候,任何信号都可以包含许多内禀模态函数. 如果模态函数相互重叠,便形成复杂信号. 理论上在任意时间点,每个 IMF 都只有 1 个频率值,称为单分量信号,但是由于对单分量信号没有清晰的定义,通常使用窄带信号这一概念作为 EMD 完成后对每个 IMF 的描述. 所以实际情况与理论分析有一定的误差.

4 仿 真

采用 3 种不同类型的仿真信号作时-频分布,3 种不同类型的仿真信号分别为:具有高斯幅度线性调频脉冲仿真信号;4 个高斯核构成的仿真信号;由正弦调频信号和双曲线调频信号构成的多成分仿真信号. 分别将 3 种类型的仿真信号按照 3 种不同的方法得到信号的时-频分布结果. 3 种不同的分析方法为:直接对信号作 WVD 分布;直接对

信号作 Cohen 类时-频分布;将 EMD 与 Cohen 类相结合的时-频分布. 通过对 3 种方法计算结果比较,证明本文中所述的方法能有效抑制二项分布的交叉项.

图 1 所示为具有高斯幅度线性调频脉冲信号在不同方法下得到的时-频分布图.

图 2 所示为 4 个高斯核构成的仿真信号在不同方法下得到的时-频分布图.

图 3 所示为多成分信号在不同方法下得到的时-频分布图.

图 1 (a)、图 2 (a)和图 3 (a)为直接对信号作

WVD 分布的结果,可以看出,在这种方法下,信号存在严重的交叉项.

图 1 (b)、图 2 (b)和图 3 (b)为直接对信号作 Cohen 类时-频分布的结果,可以看出,此时信号的交叉项在时域和频域都得到了不同程度的抑制,但是仍然有大量的交叉项存在.

图 1 (c)、图 2 (c)和图 3 (c)为 EMD + Cohen 类结合方法的时-频分布结果,与图 4 所示的理想时-频分布比较,可以看出,这种方法能够很好的抑制干扰项的产生,基本真实的反映信号本身的时-频信息.

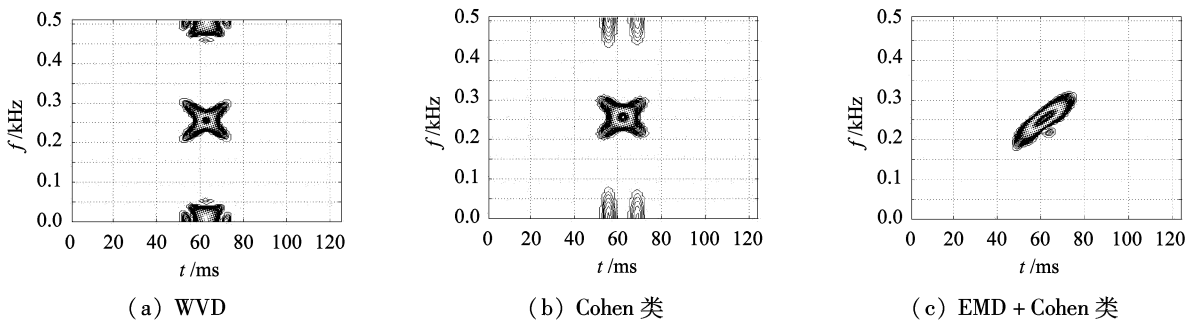


图 1 不同算法下具有高斯幅度线性调频脉冲信号的时-频分布
Fig. 1 Time-frequency distributions of a Gaussian linear frequency modulation signal by different methods

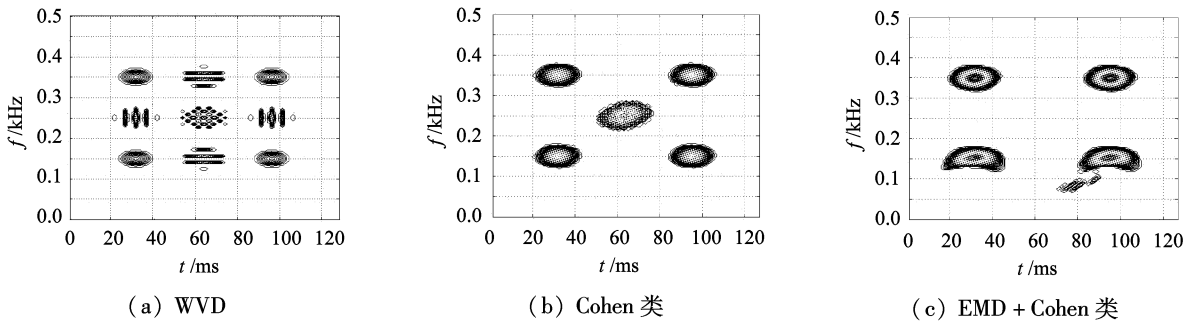


图 2 不同算法下 4 个高斯核构成仿真信号的时-频分布
Fig. 2 Time-frequency distributions of the four Gaussian kernel signal by different methods

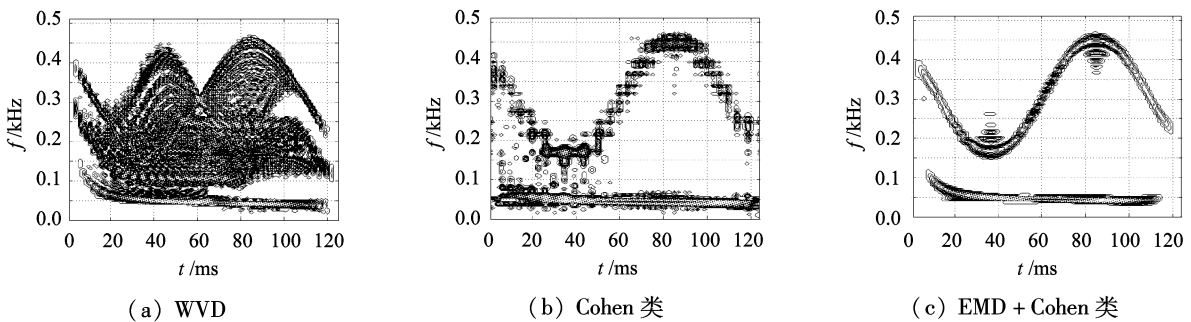


图 3 不同算法下多成分仿真信号的时-频分布
Fig. 3 Time-frequency distributions of the multi-component signal by different methods

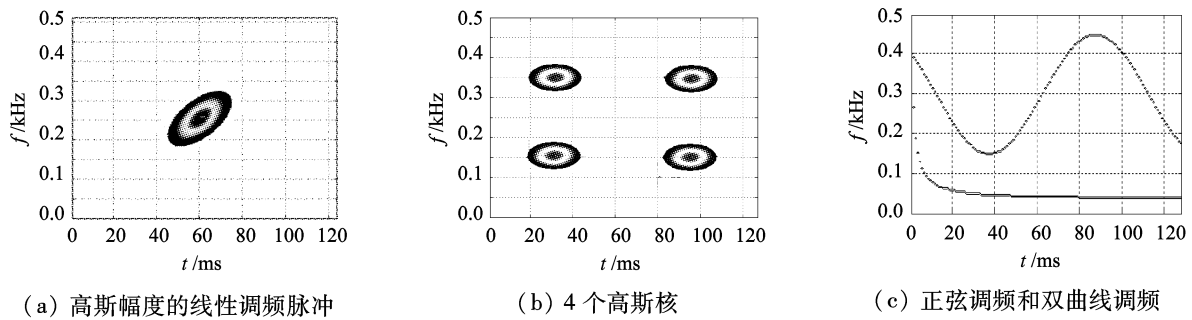


图4 3种仿真信号的理想时-频分布
Fig. 4 Ideal time-frequency distributions of three simulation signals

5 结束语

本文中提出了 EMD 与 Cohen 类结合的方法抑制交叉项. 对 3 种不同类型的仿真信号分别作 WVD, Cohen 类及 EMD + Cohen 类时-频分布变换, 并与理想的时-频分布进行比较. 结果表明: EMD 与 Cohen 类结合的方法, 拥有较好的时-频聚集性, 抑制交叉项干扰的效果最好, 此方法适合分析多分量的非平稳信号.

但是由于 EMD 算法目前还没有建立数学模型, 算法本身是经验性的, 诸如包络线的形成方法、终止条件的选择等问题, 还缺乏严密的理论依据, 使得 EMD 算法本身具有一定的局限性. 同时, Cohen 类的计算结果与其对应的参数选择具有直接关系. 以上两方面的问题都会直接影响文中提出的 Cohen 类结合 EMD 方法的计算结果.

致谢: 西南交通大学青年教师科研起步项目资助 (2007Q049).

参考文献:

- [1] CHOI H I, WILLIAMS W J. Improved time-frequency representation of multicomponent signals using exponential kernels [J]. *Signal Processing*, 1989, 37(6): 862-871.
- [2] JEONG J, WILLIAMS W J. A new formulation of generalized discrete time-frequency distribution [C] // *Proc. of the 1991 International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing-ICASSP 91*. Piscataway: IEEE, 1991: 3189-3192.
- [3] CUNNINGHAM G S, WILLIAMS W J. High-resolution signal synthesis for time-frequency distribution [C] // *Proc. of Acoustics, Speech, and Signal Processing*. Minneapolis: IEEE, 1993: 400-

403.

- [4] 初孟, 邱天爽. 时-频分布中交叉项抑制的研究进展 [J]. *世界科技研究与发展*, 2005, 27(4): 14-20
CHU Meng, QIU Tianshuang. Development of suppressing crossterms of time-frequency distribution [J]. *World Science-Technology R&D*, 2005, 27(4): 14-20.
- [5] STEVENSON N, MESBAH M, BOASHASH B. A sampling limit for the empirical mode decomposition [C] // *Proc. of 8th International Symposium on Signal Processing and its Applications, ISSPA 2005*. Sydney: IEEE, 2005: 647-65.
- [6] LI H, ZHENG H Q, TANG L W. Hilbert-Huang transform and its application in gear faults diagnosis [J]. *Key Engineering Materials*, 2005, 291-292: 655-660.
- [7] RILLING G, FLANDRIN P. On the influence of sampling on the empirical mode decomposition [C] // *2006 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP 2006*. Toulouse: IEEE, 2006(3): III444-III447.
- [8] 于德介, 程军圣, 杨宇. 机械故障诊断的 Hilbert-Huang 变换方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2006: 1-35.
- [9] 王宏禹. 非平稳随机信号分析与处理 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1999: 5-72.
- [10] NORDEN E H, ZHENG S, STEVEN R L. The empirical decomposition and the Hilbert spectrum for non-linear and non-stationary time series analysis [C] // *Proc. of the Royal Society*. London: [s. n.], 1998: 903-995.
- [11] ROBERT C S, VESSELIN V. Analysis of the intrinsic mode functions [J]. *Constructive Approximation*, 2006, 24(1): 17-47.

(中文编辑: 秦瑜 英文编辑: 兰俊思)