

文章编号: 0258-2724(2010)03-0373-05 DOI: 10.3969/j.issn.0258-2724.2010.03.009

## 车轮磨耗分析中平滑方法的选取

郭俊<sup>1</sup>, 李霞<sup>2</sup>, 杜星<sup>1</sup>, 金学松<sup>2</sup>

(1. 西南交通大学机械工程学院, 四川 成都 610031; 2. 西南交通大学牵引动力国家重点实验室, 四川 成都 610031)

**摘要:** 为了更好地去除车轮磨耗计算数据中的噪声点, 基于数值平滑理论, 利用车轮磨耗预测模型得到的车轮磨耗数据, 对五点三次平滑法、三次样条平滑法和超光平滑法进行对比研究. 结果表明: 超光平滑法能在有效抑制噪声的同时, 较好地保持磨耗数据的细节信息, 更适合处理车轮磨耗数据; 将三次样条平滑法与超光平滑法相结合处理磨耗噪声数据, 既能保证曲线足够光滑, 又能防止数据失真现象.

**关键词:** 平滑方法; 三次样条平滑法; 超光平滑法; 噪声误差; 车轮磨耗

**中图分类号:** U211.5 **文献标识码:** A

### Selection of Data Smoothing Methods in Wheel Wear Analysis

GUO Jun<sup>1</sup>, LI Xia<sup>2</sup>, DU Xing<sup>1</sup>, JIN Xuesong<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2. Traction Power State Key Laboratory, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

**Abstract:** In order to efficiently remove the noise points from the calculation data of wheel wear, a comparative investigation on three existing data smoothing methods, namely, five-spot triple smoothing, cubic spline smoothing, and Supersmoother, was conducted by using these data smoothing methods to deal with the wear data obtained from a wheel wear predication model. The numerical results show that Supersmoother, which performs well in reducing noise error from the calculated wheel wear data and can preserve the detail information of the wear data better, is more suitable for smoothing the wheel wear data than the other two smoothing methods. Considering the stochastic fluctuation of wheel wear data, combination of the cubic spline smoothing and Supersmoother was used to smooth the noises in wear data, which proves able to ensure the smoothness of curves and prevent data distortion.

**Key words:** data smoothing; cubic spline smoothing; Supersmoother; noise error, wheel wear

近年来,随着计算机技术的提高和车辆轨道耦合动力学、轮轨滚动接触力学等学科的发展,对车轮磨耗现象的预测仿真已成为可能. 车轮磨耗现象十分复杂,研究时需要同时进行车辆轨道耦合动力学仿真、轮轨滚动接触分析和车轮材料摩擦磨损计算. 在数值仿真过程中,模型参数的应用误差、数值

方法的截断误差及计算机的舍入误差等均使仿真结果中包含大量的噪声数据. 对于现有的模型和数值方法,为了抑制误差的积累,需要利用数值平滑法从含有误差(噪声)的数据中提取有用信息,使仿真结果符合实际. 车轮磨耗仿真计算得到的型面磨耗量及踏面磨耗数据均包含误差信息(白噪

收稿日期: 2009-08-05

基金项目: 国家973计划资助项目(2007CB714702); 国家自然科学基金资助项目(50821063); 教育部新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-08-0824); 铁道部科技研究开发计划重点课题资助项目(2009J001-A)

作者简介: 郭俊(1972-), 男, 副研究员, 博士, 研究方向为高速列车轮轨关系, 电话: 028-87600271, E-mail: guojun@home.swjtu.edu.cn

通讯作者: 金学松(1956-), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 研究方向为轮轨关系, 电话: 028-87604355, E-mail: xsjin@home.swjtu.edu.cn

声),为了使其计算结果符合实际,必须对其进行平滑处理.文献[1]中采用三次样条平滑法对计算的磨损量和踏面数据进行处理.文献[2]中提出采用滑动平滑模型和三次样条模型分别对计算的磨损量和踏面磨损数据进行处理.本文中利用车轮磨损仿真模型,通过仿真计算,分析讨论五点三次平滑、三次样条平滑及超光平滑方法处理数据的差异,找出更适合处理车轮磨损数据的方法.

## 1 数据平滑模型

数据平滑是对数据的回归分析.回归分析指已知一组数据 $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ 后,希望找到变量 $X$ 和变量 $Y$ 的关系,即回归方程(函数).在回归分析数据处理时,回归模型一般分为参数回归模型与非参数回归模型.如果表示因变量与自变量数量关系的回归函数是由有限参数所决定的一类函数,回归函数的形式是已知,参数是未知,则该模型称为参数回归模型.如果表示因变量与自变量的数量关系不明确,自变量的分布不确定,而且回归函数属于某个函数的集合,则该模型属于非参数回归模型.由于非参数回归模型在模型假设方面具有较强的适应性,所以,应用范围广,适应数据变化的能力更强.如模型<sup>[3-8]</sup>

$$y(x) = f(x) + \varepsilon(x), \quad x \in [a, b], \quad (1)$$

式中:

- $f(x)$ 为平滑曲线,即未知的三次样条函数;
- $\varepsilon(x)$ 为随机误差(白噪声过程产生);
- $y(x)$ 为实验观察数据.

回归分析(数据平滑)的目的是对 $f(x)$ 进行估计.在所有回归方法中,线性回归最光滑,但是过于光滑,拟合效果不一定好,而过分注重拟合效果,有可能不够光滑,以至于无法有效地做进一步的推断.在非参数回归分析领域中,考虑局部加权回归的方法主要有滑动平均法、核回归光滑法、局部多项式回归法、 $k$ -近邻光滑法、样条光滑法、超光滑法等<sup>[6]</sup>.本文中主要讨论五点三次平滑(K5)平滑法、三次样条(Spline)平滑法和超光(Super)平滑法.

### 1.1 五点三次平滑法

滑动平滑是一种局部平滑方法,实际上是加权平均,对所有数据点处理后,称之为平滑1次,计算时像窗口从原始测量数据列滑过,因而称之为滑动平滑.目前最常使用的是二次抛物线拟合的五点平滑法.由于五点平滑采用了三次多项式拟合,通常

称为五点三次平滑,详见文献[3].

### 1.2 三次样条平滑法

样条函数是按一定光滑要求对接起来的分段多项式.在实际应用中,常用的三次样条函数为 $f(x)$ .为了通过已知的观察数据构造 $f(x)$ ,根据光滑样条的性质, $f(x)$ 应使

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (f(x_i) - y_i)^2 + \lambda \int_a^b (f''(x))^2 dx \quad (2)$$

取极小值,式(2)中: $\lambda$ 为光滑控制参数, $\lambda \geq 0$ ;第1项为残差的平方和,代表数据的拟合量;第2项为补偿项,刻画 $f(x)$ 的光滑程度.在利用式(2)进行回归分析时, $\lambda$ 越大,光滑效果越好.当 $\lambda = \infty$ 时,式(2)为线性逼近;当 $\lambda = 0$ 时,式(2)则没有光滑效果,仅表示分段三次样条插值.为了保证数据不失真且曲线具有一定的光滑度,通常采用广义交叉验证法(generalized cross-validation, GCV)来确定光滑参数 $\lambda$ .通过迭代使GCV的函数值(残差)最小,关于GCV的详细讨论见文献[6].

### 1.3 超光平滑法

超光平滑法是基于Loess局部加权多项式回归<sup>[7-8]</sup>,即数据集合的每一个点,用低维多项式拟合数据点的一个子集,并估计该点附近自变量数据点所相应的因变量值.对于点 $x^*$ 附近的因变量值可表示为

$$f(x, x^*) = a_0(x^*) + \sum_{j=1}^p a_j(x - x^*)^j. \quad (3)$$

函数 $f(x)$ 在 $x^*$ 点按Taylor展开的前 $p$ 项构成了 $x^*$ 点附近的平滑函数,该函数中的系数 $a_0(x^*), a_1(x^*), a_2(x^*), \dots, a_p(x^*)$ ,可通过对式(3)取最小值得,

$$E_{\text{local}}(x^*) = \sum_{i=1}^n \left( w \left( \frac{x_i - x^*}{h} \right) (f(x_i, x^*) - y_i)^2 \right) = \sum_{i=1}^n \left( w \left( \frac{x_i - x^*}{h_k(x^*)} \right) \left( a_0(x^*) + \sum_{j=1}^p a_j(x - x^*)^j - y_i \right) \right), \quad (4)$$

式中: $E_{\text{local}}(x)$ 为目标函数; $w(\cdot)$ 为核函数<sup>[6]</sup>; $h_k(x^*)$ 为 $x^*$ 点到第 $k$ 个邻近点的距离,其中 $k$ 是数据平滑时所取的数据点个数.一般定义 $k/n$ 为带宽, $k/n$ 越大,估计的函数越平滑,偏差可能会较大; $k/n$ 太小,估计的函数和样本拟合得较好,但估计的函数可能不光滑.一般选择的原则是使均方差最小.

当 $p=1$ 时,式(4)即为超光平滑法的局部回

归方程.

超光平滑法具有如下特点:

(1) 数据平滑时,会自动调整估计点  $x^*$  左右两边的数据点,使其保持对称,但  $x^*$  为端点时例外;

(2) 采用变带宽估计平滑数据.

当模型的误差方差或预测函数  $f(x)$  的二阶导数在局部预测区内变化时,采用 Loess 法的常带宽进行估计,很难得到满意结果. 因为此时利用交叉验证得到的常带宽值不再是最优值,对于高曲率的  $f(x)$  和小的误差方差问题需要小带宽,才能得到最佳平滑结果. 相反,大带宽则更适合处理大的误差方差和低曲率问题. 因此,对于这种情况则需要在局部估计区域里采用 Super 平滑法,具体实现过程见文献[9].

## 2 车轮磨耗计算模型

本文中的车轮磨耗计算模型,采用文献[10-11]中的车轮磨耗预测模型. 预测模型中同时建立了车辆轨道耦合动力学模型<sup>[12]</sup>、Kalker 的非 Hertz 轮轨滚动接触模型<sup>[13-14]</sup> 和 Archard 磨损模型<sup>[15]</sup>. 车轮磨耗计算过程如下:

(1) 通过车辆轨道耦合动力学仿真得到轮轨蠕滑率、法向力、轮轨接触点位置、接触角等参量,并根据轮轨接触几何参数计算轮轨法向间隙;

(2) 根据 Kalker 的非 Hertz 滚动接触理论和相应的数值方法,计算轮轨正压力、蠕滑力和滑动量、摩擦功等参量;

(3) 根据(2)得到的参量和 Archard 材料磨损模型,计算车轮的磨耗深度;

(4) 根据轮轨接触点位置和接触角进行磨耗叠加.

关于车轮磨耗预测模型的详细信息见文献[10-11]. 本文中基于该预测模型得到的车轮磨耗量,讨论3种平滑法的差异.

## 3 数值仿真结果

为方便分析,将转向架4个车轮沿着车辆运行方向从左至右进行编号,即车轮1,2,3和4,其中1,2号车轮为导向轮对车轮<sup>[10-11]</sup>. 图1给出采用 K5, Spline 和 Super 平滑法处理2号车轮磨耗数据<sup>[11]</sup>的结果.

从图1可知,Spline 平滑法和 K5 平滑法处理后的数据锯齿状仍明显,且平滑前后磨耗区间端点数据已失真,即端点处的磨耗量从大于等于零变为小于零,总体上 Spline 平滑法比 K5 平滑法的效果好. 与前两种方法相比,用 Super 平滑法处理后的数据则比较理想,说明采用变带宽的 Super 平滑法比采用常带宽的 Spline 平滑法和 K5 平滑法更有效. 对于原始数据中左右两个锯齿状的数据,采用 Spline 平滑法和 K5 平滑法平滑后两个锯齿状的峰值还是比较明显,即噪声点还较多. Super 平滑法则将左边的峰值平滑处理到相邻的数据点上,对于右边的峰值也将其向邻近的数据点平滑,这样所得的数据在整个磨耗区间上都比较光滑,控制了锯齿状数据的发展.

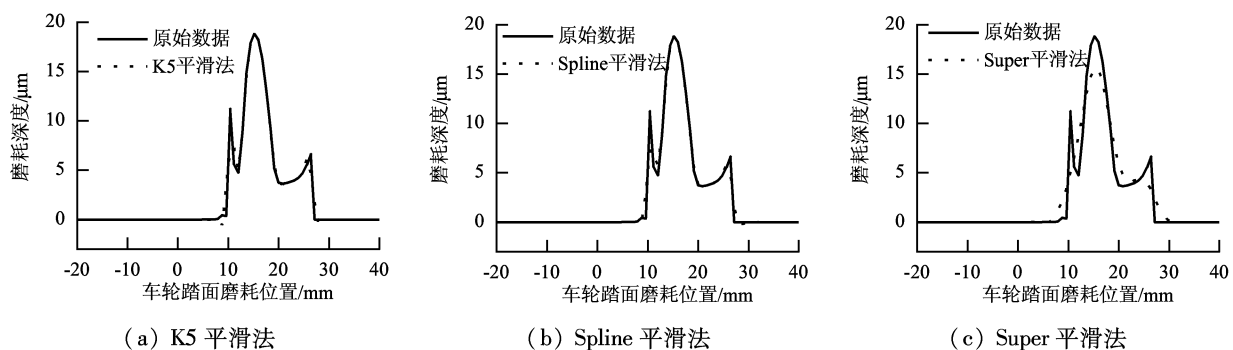


图1 2号车轮平滑效果对比  
Fig. 1 Comparison of smoothing effect of wheel 2

图2给出了3种方法处理4号车轮磨耗量<sup>[15]</sup>的对比. 从图中可以看出, K5 平滑法的平滑程度不够, Spline 平滑法效果有些失真,在磨耗的峰值处,所得到的结果与原始数据差异最大,平滑程度过大,说明这种工况下,通过交叉验证确定的  $\lambda$  不

合适. 因为当预测模型  $f(x)$  的二阶导数及模型的误差方差在局部预测区内变化时,利用交叉验证得到的常带宽和  $\lambda$  不再是最优值,对于高曲率的  $f(x)$  和小的误差方差问题需要小带宽才能得到最佳平滑结果. 与 K5 平滑法和 Spline 平滑法相比

较,采用变带宽的 Super 平滑法所得结果更合理, Super 平滑法去掉了噪声点对数据的影响,保证曲线足够光滑,该方法能在有效抑制噪声的同时较好地保持磨损数据的信息.

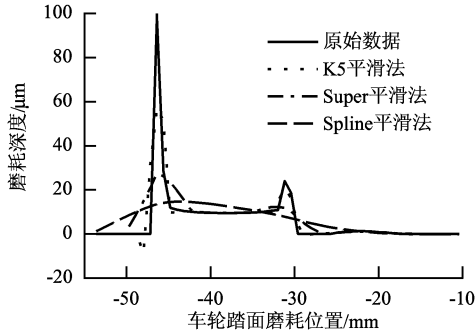


图2 4号车轮平滑效果  
Fig. 2 Comparison of smoothing effect of wheel 4

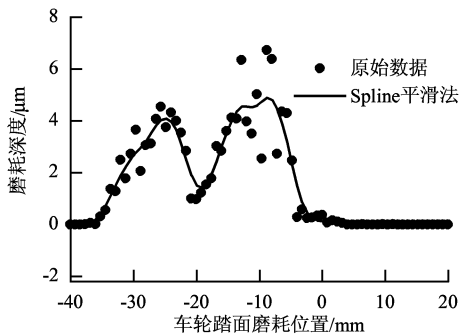
通过前面的分析发现, K5 平滑法处理随机波动的车轮磨损数据时,其效果不如 Super 平滑法和 Spline 平滑法理想,因此,车轮磨损仿真计算时,应

考虑采用其他两种方法.

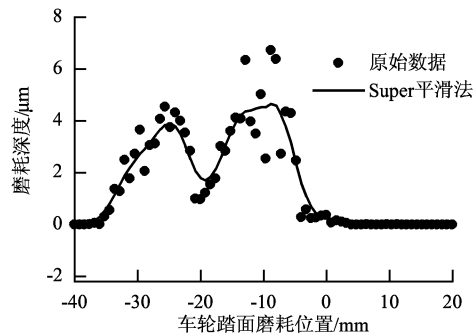
本文中主要讨论 Spline 平滑法和 Super 平滑法.

图3给出分别采用这两种平滑方法处理3号车轮磨损量<sup>[11]</sup>的平滑结果.从图中可知,两者的平滑效果均较好,仅在数据的两个峰值处存在较小差异.

图4给出了1号车轮磨损量<sup>[11]</sup>的平滑效果.从图4(a)和(b)可以看出, Spline 平滑法和 Super 平滑法均能很好地平滑数据噪声点,在曲线的两个波峰处, Spline 平滑法比 Super 平滑法效果更好一些,但两者的差异不如图1明显.此外,在端点处样条平滑仍存在失真现象.为了得到更满意的结果,将 Spline 平滑法和 Super 平滑法相结合处理车轮磨损数据,其结果如图4(c),对比图4的3个结果可以发现,图4(c)中曲线的光滑度和拟合度达到了较好的匹配,在磨损数据的两端也没有出现失真现象,说明处理车轮磨损数据时,两种平滑方法相结合可以弥补单独采用某种平滑方法的不足.

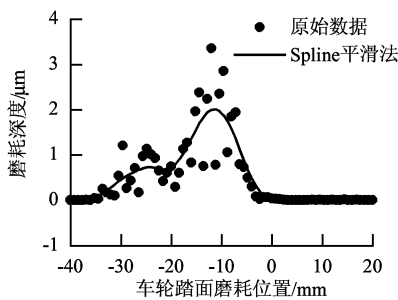


(a) Spline 平滑法

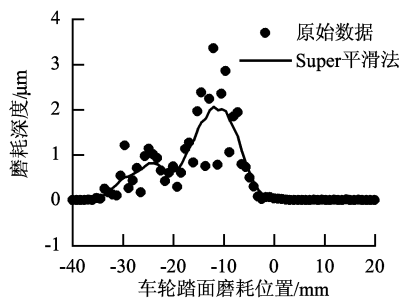


(b) Super 平滑法

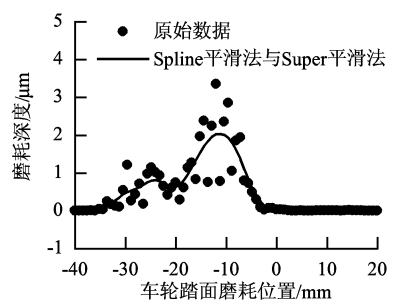
图3 3号车轮平滑效果  
Fig. 3 Comparison between the two methods in smoothing the wear data of wheel 3



(a) Spline 平滑法



(b) Super 平滑法



(c) Spline 平滑法与 Super 平滑法

图4 1号车轮平滑效果  
Fig. 4 Comparison among the three methods in smoothing the wear data of wheel 1

## 4 结 论

(1) 由于 Super 平滑法具有独特的变带宽特性,所以,该方法比 K5 平滑法和 Spline 平滑法更适合处理车轮磨耗数据.该方法能在有效抑制噪声的同时较好地保持磨耗数据的信息,避免了磨耗区间两端数据失真的现象.

(2) 综合考虑 3 种平滑方法的平滑能力和磨耗数据随机波动的特性,提出将 Spline 平滑法与 Super 平滑法相结合处理波动的磨耗数据,这既能保证曲线足够光滑,又能防止数据失真现象,得到了满意的平滑结果.

### 参考文献:

- [1] JENDE L T. Prediction of wheel profile wear-comparisons with field measurements[J]. *Wear*, 2002, 253 (1-2): 89-99.
- [2] BRAGHINF, LEWIS R, DWYER-JOYCE R S, et al. A mathematical model to predict railway wheel profile evolution due to wear[J]. *Wear*, 2006, 261 (11-12): 1253-1264.
- [3] 徐士良. FORTRAN 常用算法程序集[M]. 第2版. 北京:清华大学出版社,1997: 434-435.
- [4] 涂汉生. 回归函数导数的非参数估计[J]. 西南交通大学学报,1993(1): 45-49.  
TU Hansheng. A non-parametric estimation of the derivatives of regression functions [J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 1993(1): 45-49.
- [5] WAHBA G, CRAVEN P. Smoothing noisy data with spline functions [J]. *Numer. Math.*, 1979, 31 (4): 377-403.
- [6] TURLACH B. Shape constrained smoothing using smoothing splines[J]. *Comp. Stat.*, 2005, 20(1): 81-103.
- [7] 吴喜之. 非参数统计[M]. 第2版. 北京:中国统计出版社,2006: 187-193.
- [8] TAKEZAW A K. Introduction to nonparametric regression[M]. 2nd ed. Somerset: John Wiley & Sons Inc., 2006: 23-226.
- [9] FRIEDMAN J H. A variable span smoother [R]. Stanford: Stanford University,1984.
- [10] 李霞,金学松,胡东. 车轮磨耗计算模型及其数值方法[J]. 机械工程学报,2009,45(9): 193-200.  
LI Xia, JIN Xuesong, HU Dong. Theoretical model and numerical method of wheel profile wear [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2009, 45(9): 193-200.
- [11] 李霞. 车轮磨耗预测初步研究[D]. 成都:西南交通大学,2009.
- [12] 翟婉明. 车辆-轨道耦合动力学[M]. 第2版. 北京:中国铁道出版社,2002: 10-62.
- [13] KALKER J J. Three-dimensional elastic bodies in rolling contact [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1990: 107-115.
- [14] 金学松,刘启跃. 轮轨摩擦学[M]. 北京:中国铁道出版社,2004: 89-99.
- [15] ARCHARD J F. Contact and rubbing of flat surfaces [J]. *Journal of Applied Physics*, 1953, 24(8): 981-988.

(中文编辑:秦瑜 英文编辑:兰俊思)