

文章编号: 0258-2724(2010)01-0124-06 DOI: 10.3969/j.issn.0258-2724.2010.01.021

# 城市主干路路段行程时间估计的 BPR 修正模型

姜桂艳<sup>1,2</sup>, 李继伟<sup>2</sup>, 张春勤<sup>2</sup>

(1. 吉林大学汽车动态模拟国家重点实验室, 吉林 长春 130025; 2. 吉林大学交通学院, 吉林 长春 130025)

**摘要:** 为提高城市主干路交通流平均行程时间的估计精度, 根据路段上游检测器采集的截面流量, 建立了3种 BPR (bureau of public roads) 修正模型, 包括全状态累积流量 BPR 修正模型、分状态标定的 BPR 模型和分状态累积流量 BPR 修正模型. 仿真结果表明: 全状态累积流量 BPR 修正模型明显优于传统的 BPR 模型; 分状态标定的 BPR 模型和分状态累积流量 BPR 修正模型可以进一步提高估计精度, 且后者可将阻滞交通状态下的平均估计误差降低至 8.05%.

**关键词:** 主干路; 平均行程时间; 交通流参数; 累积流量; BPR 模型

**中图分类号:** U491.1 **文献标识码:** A

## Modified BPR Functions for Travel Time Estimation of Urban Arterial Road Segment

JIANG Guiyan<sup>1,2</sup>, LI Jiwei<sup>2</sup>, ZHANG Chunqin<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Automotive Dynamic Simulation, Jilin University, Changchun 130025, China; 2. School of Transportation, Jilin University, Changchun 130025, China)

**Abstract:** To increase the estimation accuracy of average travel time for urban arterial roads, three kinds of modified BPR functions, namely accumulative volume BPR functions for general states, BPR functions specially calibrated for a given state and accumulative volume BPR functions for a given state, were proposed using the data of section volume collected by loop detectors installed in the upstream of the road segments. Simulation results for the same simulation scenario show that the accumulative volume BPR functions for general states significantly outperform the classical ones, and the two modified BPR functions for a given state are even better, with the smallest average estimation error of 8.05% obtained by the accumulative volume BPR functions for a given state under the medium heavy traffic state.

**Key words:** arterial road; average travel time; traffic flow parameter; accumulate volume; BPR function

行程时间是体现道路交通状态的综合性指标, 可以评价整体的畅通程度, 反映运输效率, 在交通规划、控制和管理中起着重要作用. 交通出行者、管理者和研究者都将其作为评价交通状况或进行下一步交通决策的重要依据.

尽管行程时间数据的获取已有专门的技术方

法<sup>[1-3]</sup>, 但受到成本等因素的影响, 利用地点交通参数估计主干路路段交通流的平均行程时间是交通工程领域的重要研究课题之一.

在基于地点交通参数估计平均行程时间的方法中, 流量函数模型的研究与应用最为广泛, 自由流速度、流量和通行能力是最常用的自变量, 如

收稿日期: 2009-09-21

基金项目: 国家 863 计划资助项目(2007AA11Z218); 高校博士点基金资助项目(20070183129)

作者简介: 姜桂艳(1964-), 女, 教授, 博士生导师, 研究方向为交通信息采集、处理与应用, 电话: 0431-85095505,

E-mail: jinaggy@jlu.edu.cn

BPR模型(bureau of public roads function)<sup>[4]</sup>、基于流量守恒法的模型<sup>[5~7]</sup>、圆锥形流量-延误模型<sup>[8]</sup>和HCM(highway capacity manual)模型<sup>[9]</sup>等.在高速公路等连续交通流设施中,流量增加所产生的时间延误明显,已有流量函数模型的应用效果较好<sup>[10~12]</sup>.在主干路等间断交通流设施中,由于交通信号控制等设施的存在,流量增加产生的延误只占总延误的一部分,直接运用上述流量函数模型估计行程时间的效果不够理想.

BPR模型是最重要的行程时间估计模型,但它是利用非拥挤条件下的高速公路数据建立的,没有考虑交通信号影响,即使依据信号绿信比对通行能力进行动态调整,也不会提高该模型在主干路上的估计精度.为了提高基于地点交通参数估计主干路平均行程时间的精度,本文以包含一个信号交叉口在内的主干路路段为研究对象,对BPR模型进行修正,并采用仿真手段对修正效果进行验证.

## 1 BPR模型

BPR模型由美国联邦公路局于1964年提出的,是交通规划领域使用最广泛的路阻函数模型.在该模型中,认为行程时间是流量与通行能力比值的非线性函数,其数学表达式为:

$$t_a(t) = t_0 \left[ 1 + \alpha \left( \frac{q_a(t)}{C_a(t)} \right)^\beta \right], \quad (1)$$

式中: $t_a(t)$ 是路段 $a$ 时刻 $t$ 的行程时间, min;  $t_0$ 是交通量为零时路段 $a$ 的行程时间, min;  $q_a(t)$ 是路段 $a$ 时刻 $t$ 的机动车交通量, veh/h;  $C_a(t)$ 是路段 $a$ 时刻 $t$ 的实际通行能力, veh/h;  $\alpha$ 、 $\beta$ 是参数,建议取 $\alpha=0.15$ 、 $\beta=4$ .

尽管Branston认为BPR模型是影响最大且应用最广泛的行程时间估计函数<sup>[13]</sup>,但当将其应用于主干路时,依然有进一步修正的必要,其原因主要有:

(1) BPR模型是利用高速公路数据建立的,并未考虑信号控制的影响,对于信号位置、信号配时及信号协调控制方式等都不敏感,影响该模型在间断交通流设施中的使用效果.

(2) Blunden提出了3条与交通量有关的路阻函数理论特性<sup>[14]</sup>:①当流量充分小时,行程时间接近于 $t_0$ ;②在流量远小于道路的通行能力时,流量的缓慢变化会导致行程时间的缓慢变化;③在稳定流状态下,行程时间曲线将变成饱和流量纵坐标的渐近线.据此可知,不分交通状态统一标定的

BPR模型不适用于所有的交通状态,有必要根据交通状态分别对模型进行标定和修正.

(3) 地点交通参数检测器只能检测到某一具体截面的流量,所以,由此流量计算的 $q/C$ 不可能非常大,只能近似为1,因此统一标定的BPR模型计算的拥挤情况下的行程时间会远远偏离真实值.

(4) 当标定后的BPR模型中的 $\alpha$ 和 $\beta$ 取值较小时,则 $q/C$ 不可能趋向无穷大,即由该模型计算的行程时间数值不可能急剧升高,仅适用于非拥挤情况,在拥挤情况下不符合Blunden列出的第3条特性.

(5) 当标定后的BPR模型中的 $\alpha$ 和 $\beta$ 取值较大时,对于流量较小或缓慢变化的情况,较小的 $q/C$ 值也会导致行程时间发生较大的数值变化,不符合Blunden列出的第2条特性.

(6) 在城市主干路中,随着拥挤程度的增加,由于信号控制的存在,车辆将以一定的饱和流率放行,路段平均行程时间不可能无限增长,而是趋于一个较高的稳定值.此时实测流量下降,即自变量减小,而因变量趋于稳定,统一标定的BPR模型不能很好地反映这一过程.

从以上的分析可知,BPR模型适用于高速公路,但不适合直接应用到城市主干路系统,而且统一标定的模型在拥挤条件下难以获得良好的估计效果.

## 2 仿真实验方案设计

### 2.1 仿真实验背景

以长春市东南湖大路自人民大街至亚泰大街的单向路段为例,这是一段从西向东单向4车道的主干路,如图1所示.

路段的起始和终止截面分别为停车线的反向延长线位置,长度为980 m. 2008年7月18日~19日每天6:30~9:00进行了早高峰交通调查,同时记录了相应的交通信号配时数据,据此标定VISSIM交通仿真软件.在主干路系统中,交通检测器主要服务于自适应信号控制系统,本文以SCOOT(split, cycle time, offset, optimization technique)类信号控制系统为对象,检测器设在路段上游入口处.

在仿真过程中,通过改变交通需求量和相应信号控制方案体现交通流的动态变化过程.在采集路段行程时间数据的同时,在各检测地点采集交通流量、地点速度、时间占有率数据,并将所有的地点交通参数数据转化为检测截面的交通参数数据.

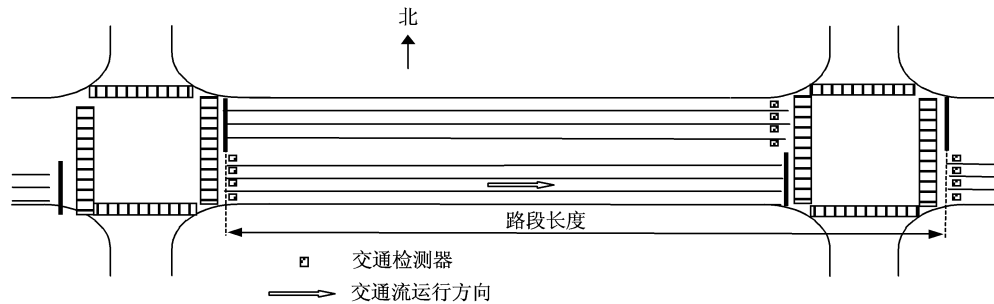


图1 SCOOT系统中的检测器位置与路段划分情况

Fig. 1 Detector positioning and link segmenting in SCOOT system

## 2.2 仿真实验的输入流量

由于实验路段处于中等城市,即使在早高峰期,车辆也未达到非常拥挤的状态,大多数时间为阻滞状态.因此,为了连续获得自由流、阻滞流和拥挤流的交通流参数数据,仿真时间定为21 600 s.其中,在[5 400,14 400 s)时间段内,采用实测流量数据,以体现阻滞交通状态;在[0,5 400 s)时间段内,流量值分别为实测最小值减少60%、40%和20%,以体现顺畅交通状态;在[14 400,21 600 s)时间段内,流量值分别为实测最大值增大20%、40%、60%和80%,以体现拥挤交通状态.流量输入方案见表1.

表1 交通仿真实验的输入流量  
Tab. 1 Traffic volumes for simulation

时间段/s	流量/ (veh·h <sup>-1</sup> )	时间段/s	流量/ (veh·h <sup>-1</sup> )
[0,1 800)	400	[10 800,12 600)	1 800
[1 800,3 600)	600	[12 600,14 400)	2 000
[3 600,5 400)	800	[14 400,16 200)	2 400
[5 400,7 200)	1 000	[16 200,18 000)	2 800
[7 200,9 000)	1 400	[18 000,19 800)	3 200
[9 000,10 800)	1 600	[19 800,21 600)	3 600

通过变换随机种子数,进行11次仿真实验,其中10次仿真实验的数据用于行程时间估计模型的建立,1次仿真实验的数据用于模型的验证.

## 3 BPR修正模型的建立

从两个角度对BPR模型进行修正.一是为了解决BPR模型在拥挤状态下估计精度较低的问题,提出了不区分交通状态、统一标定的累积流量BPR修正模型,简称全状态累积流量BPR修正模型;二是针对BPR模型中 $\alpha$ 和 $\beta$ 两个参数的取值难以适应不同交通状态的问题,提出了区分交通状态分别标定的BPR修正模型和区分交通状态分别

标定的累积流量BPR修正模型,统称为分状态BPR修正模型.

### 3.1 全状态累积流量BPR修正模型

由于BPR模型在非拥挤状态下有良好的估计效果,建立全状态BPR修正模型时,在保留BPR模型该优点的基础上,用累积流量对模型进行修正,以便在拥挤状态下迅速提高 $q/C$ 值,使模型更加符合Blunden列出的3条路阻函数的理论特性<sup>[14]</sup>及城市主干路严重拥挤情况下的交通特点.累积流量指当前时刻地点交通参数检测器采集到的流量与之前时刻没能通过交叉口、在当前时刻仍停留在路段上的流量之和,即:

$$q_{sa}(t) = q_a(t) + [q_{sa}(t-1) - C_a(t-1)], \quad (2)$$

式中: $q_{sa}(t)$ 为路段 $a$ 时刻 $t$ 的累积流量,veh/(5 min);

$q_{sa}(t-1) - C_a(t-1)$ 为路段 $a$ 时刻 $t$ 之前没能通过交叉口、仍停留在路段上的流量,当其小于零时取零,veh/(5 min);

$q_{sa}(t-1)$ 为路段 $a$ 时刻 $t-1$ 的累积流量,veh/(5 min);

$C_a(t-1)$ 为路段 $a$ 时刻 $t-1$ 的实际通行能力,按绿信比进行调整,veh/(5 min).

本文的全状态累积流量BPR修正模型如下:

$$t_a(t) = t_0 \left( 1 + \alpha \left( \frac{q_{sa}(t)}{C_a(t)} \right)^\beta \right), \quad (3)$$

式中: $t_a(t)$ 为路段 $a$ 时刻 $t$ 的路段行程时间,s.

利用前10次仿真实验数据将所有交通状态作为整体进行回归,得 $\alpha = 0.73$ ,  $\beta = 1.54$ .

从累积流量的定义与公式可知,当路段 $a$ 处于非拥挤状态时,所有流量均能一次通过交叉口,累积流量等于检测器采集到的流量,可以保留原BPR模型非拥挤状态时计算行程时间精度高的优点;当路段 $a$ 处于拥挤状态时,车辆会形成二次排队,两个或多个信号周期才能通过交叉口,此时的

累积流量会形成累加,  $q/C$  比值会随着拥挤程度的增加迅速升高, 并且由于路段容量固定、信号参数趋于稳定等缘故, 行程时间将逐渐趋于一个较高的稳定值. 因此, 以累积流量代替 BPR 公式中的流量估计行程时间, 可以更好地体现文献[14]的 3 条理论特性.

### 3.2 分状态 BPR 修正模型

在不同交通状态下, 为了更好地体现流量与行程时间关系的不同变化趋势, 区分不同的交通状态, 分别对 BPR 模型和累积流量 BPR 修正模型进行标定. 分状态 BPR 修正模型包括两个模型, 一个是分状态标定的 BPR 模型, 另一个是分状态标定的累积流量 BPR 修正模型. 这两个模型的应用基础是合理划分交通流状态, 分为顺畅状态、阻滞状态和拥堵状态 3 类.

(1) 交通状态临界值的确定. 行程速度与行程时间是衡量交通状态的最佳指标. 在无法直接获得其数据的情况下, 可运用采集的交通参数实现交通状态的动态分类. 通过对前述的仿真数据进行多种形式的关联分析, 本文交通状态指数为:

$$I_a(t) = \frac{O_a(t)q_a(t)}{10}, \quad (4)$$

式中:  $I_a(t)$  为路段  $a$  时刻  $t$  的交通状态指数 (两个时刻间隔 300 s);  $O_a(t)$  为路段  $a$  时刻  $t$  的占有率.

该指数与行程时间具有良好的趋势一致性, 如图 2 所示.

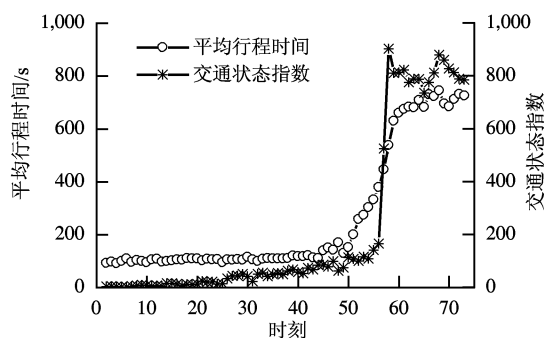


图 2 交通状态指数与平均行程时间对比  
Fig. 2 Comparison of traffic state index and travel time

从图 2 可知, 两者的变化趋近几乎完全相同, 在时刻 40 之前, 平均行程时间处于平稳变化阶段, 交通状态指数也缓慢变化; 在时刻 40 至 56 之间, 平均行程时间小幅度震荡, 交通状态指数也同趋势变化; 在时刻 56 以后, 平均行程时间急剧上升, 然后趋于一个较高的稳定值, 交通状态指数的变化类似.

在本例中, 按照交通状态指数在三个阶段的不同变化趋势, 将交通状态分为 3 类:

① 当  $I_a(t) < 50$  时, 路段  $a$  时刻  $t$  为顺畅状态;

② 当  $50 \leq I_a(t) < 500$  时, 路段  $a$  时刻  $t$  为阻滞状态;

③ 当  $I_a(t) \geq 500$  时, 路段  $a$  时刻  $t$  为拥堵状态.

(2) 分状态标定的 BPR 模型. 为了体现不同交通状态对行程时间估计效果的影响, 按照上述交通状态划分的临界值, 利用前 10 次仿真实验数据, 对应顺畅、阻滞和拥堵 3 个交通状态, 分别对 BPR 模型进行回归, 得到分状态标定的 BPR 模型:

$$t_a(t) = \begin{cases} t_0 \left( 1 + 0.28 \left( \frac{q_a(t)}{C_a(t)} \right)^{0.25} \right), & \text{顺畅状态,} \\ t_0 \left( 1 + 0.39 \left( \frac{q_a(t)}{C_a(t)} \right)^{4.56} \right), & \text{阻滞状态,} \\ t_0 \left( 1 + 7.9 \left( \frac{q_a(t)}{C_a(t)} \right)^{-0.81} \right), & \text{拥堵状态,} \end{cases} \quad (5)$$

式(5)中:  $C_a(t)$  为路段  $a$  时刻  $t$  的实际通行能力, 按绿信比进行调整.

(3) 分状态标定的累积流量 BPR 修正模型. 同理, 按照顺畅、阻滞和拥堵 3 个交通状态, 分别对累积流量 BPR 修正模型进行回归, 得到分状态累积流量 BPR 模型:

$$t_{sa}(t) = \begin{cases} t_0 \left( 1 + 0.28 \left( \frac{q_{sa}(t)}{C_a(t)} \right)^{0.25} \right), & \text{顺畅状态,} \\ t_0 \left( 1 + 0.35 \left( \frac{q_{sa}(t)}{C_{sa}(t)} \right)^{2.35} \right), & \text{阻滞状态,} \\ t_0 \left( 1 + 5.22 \left( \frac{q_{sa}(t)}{C_a(t)} \right)^{0.32} \right), & \text{拥堵状态.} \end{cases} \quad (6)$$

## 4 BPR 修正模型的验证与分析

采用第 11 次仿真实验数据, 对提出的 BPR 修正模型进行验证, 并与 BPR 模型进行对比分析.

### 4.1 BPR 修正模型的验证

将全状态累积流量 BPR 修正模型与采用建议值的 BPR 模型<sup>[4]</sup>以及采用回归值的 BPR 模型<sup>[15]</sup>进行对比验证. 其中, 建议值  $\alpha = 0.15$ 、 $\beta = 4$ ; 回归值  $\alpha = 1.21$ 、 $\beta = 1.68$ , 结果如图 3 所示. 将两个分状态 BPR 修正模型与全状态累积流量 BPR 修正模型进行对比, 结果如图 4 所示.

3种全状态 BPR 模型和 2 种分状态标定的 BPR 修正模型的平均行程时间估计的平均绝对误差

差见表 2.

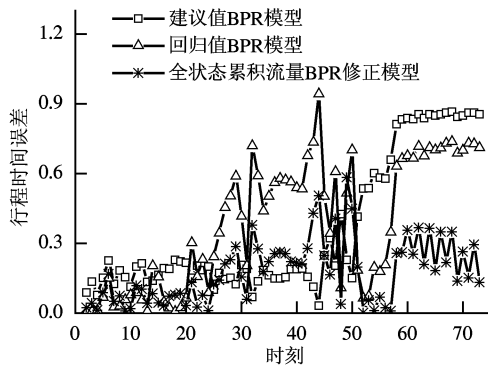


图3 全状态累积流量 BPR 修正模型与经典 BPR 模型误差对比  
Fig.3 Error comparison among indiscriminate-state BPR functions

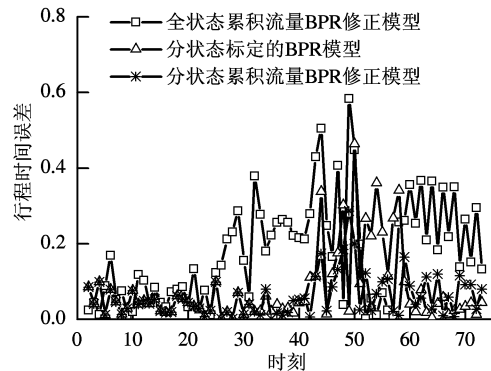


图4 3种 BPR 修正模型的误差对比  
Fig.4 Error comparison of three modified BPR functions

表 2 BPR 修正模型估计误差的比较

Tab.2 Estimation error comparison among BPR functions in average travel time %

交通状态	模型类型的估计误差/%				
	采用建议值的 BPR 模型 <sup>[4]</sup>	采用回归值的 BPR 模型 <sup>[15]</sup>	全状态累积流量 BPR 修正模型	分状态标定的 BPR 模型	分状态累积流量 BPR 修正模型
顺畅	16.26	15.97	8.87	3.85	3.85
阻滞	26.97	46.89	24.25	13.46	8.05
拥堵	83.63	67.67	24.44	6.75	6.55
平均	35.96	38.48	17.68	7.77	5.92

### 4.2 BPR 修正模型的效果分析

(1) 全状态累积流量 BPR 修正模型的效果分析. 图 3 和表 2 表明:

① 在全状态 BPR 模型中,与采用建议值的 BPR 模型相比,回归得到的 BPR 模型改善了顺畅和拥堵交通状态下的行程时间估计精度,其中拥堵状态的精度提高了 16%,但阻滞状态下的行程时间估计效果不佳;

② 在全状态 BPR 模型中,与采用建议值的 BPR 模型和回归得到的 BPR 模型相比,全状态累积流量 BPR 修正模型明显改善了顺畅、阻滞和拥堵 3 种交通状态下的平均行程时间估计精度,特别是大幅度提高了拥堵条件下的估计精度,误差仅为 24%.

可见,在 3 种全状态 BPR 模型中,全状态累积流量 BPR 修正模型最优,显著改善了阻滞交通状态和拥堵交通状态的平均行程时间估计精度.

(2) 全状态累积流量 BPR 修正模型与分状态 BPR 修正模型比较分析. 图 4 和表 2 表明:

① 分状态标定的 BPR 模型的各种交通状态行程时间估计误差,均小于全状态累积流量 BPR

修正模型的,平均误差降低了 10%,可见,不同的交通状态数据单独标定模型,效果比采用统一参数的情况好;

② 分状态累积流量 BPR 修正模型的各种交通状态行程时间估计误差,都远小于全状态累积流量 BPR 修正模型的,平均误差降低了 12%.

可见,与全状态累积流量 BPR 修正模型相比,两种分状态 BPR 修正模型均大幅度降低了各种交通状态下平均行程时间的估计误差.

(3) 两种分状态 BPR 修正模型的效果分析. 图 4 和表 2 表明:

① 在顺畅交通状态下,分状态标定的 BPR 模型和分状态累积流量 BPR 修正模型的精度是一致的,误差均为 3.85%,因为在顺畅交通状态下没有造成二次排队,累积流量与检测器检测到的流量相同;

② 在阻滞交通状态下,分状态累积流量 BPR 修正模型显著改善了分状态标定的 BPR 模型行程时间的估计精度,提高了 5.4%,因为在阻滞交通状态下,平均行程时间急速增加,如图 2 所示,累积流量比检测器采集到的流量更能反映这种变化;

③ 在拥堵交通状态下,两种分状态BPR修正模型的精度相近,仅相差0.2%,因为在此状态下,行程时间围绕一个较大值波动,用累积流量与检测器采集的流量进行回归分析,均能得到相关关系较好的参数值。

可见,在两种分状态BPR模型中,分状态累积流量BPR修正模型平均行程时间的平均估计误差比分状态标定的BPR模型的小,尤其提高了阻滞交通状态下平均行程时间的估计精度。

## 5 结束语

本文的研究目的是充分利用信号控制系统获取的地点交通参数数据,估计路段的平均行程时间.在深入分析经典BPR模型特点的基础上,针对具体的应用条件,提出了区分不同交通状态分别对模型进行标定的思路,同时,设计了运用累积流量指标对BPR模型进行修正的方法.对比实验结果表明,对于检测器布设在路段上游的城市主干路路段,所建立的分状态累积流量BPR修正模型对路段平均行程时间估计精度的改善效果最为明显.需要注意的是,本文提出的方法流程具有较高的普适性,但给出的具体模型形式是在特定试验路段上得到的,在应用于其它道路或者同一条道路的其他路段时,需要对模型参数进行专门标定。

### 参考文献:

- [1] 张和生,张毅,温慧敏,等. 利用GPS数据估计路段的平均行程时间[J]. 吉林大学学报(工学版), 2007,37(3): 533-537.  
ZHANG Hesheng, ZHANG Yi, WEN Huimin, et al. Estimation approaches of average link travel time using GPS data[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2007, 37(3): 533-537.
- [2] 刘阳,尹铁源,葛震,等. 数字图像处理应用于车辆牌照识别的研究[J]. 辽宁大学学报(自然科学版), 2004,31(1): 65-68.  
LIU Yang, YIN Tiejuan, GE Zhen, et al. Identification of license plate by digital image processing[J]. Journal of Liaoning University (Natural Sciences Edition), 2004, 31(1): 65-68.
- [3] 李昊,罗霞,姚琛. 浮动车数据在车辆路径问题中的应用[J]. 西南交通大学学报,2007,42(6): 748-752.  
LI Hao, LUO Xia, YAO Chen. Vehicle routing based on floating car data[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2007, 42(6): 748-752.

- [4] Bureau of Public Roads. Traffic assignment manual [R]. Washington D. C.: Department of Commerce, 1964.
- [5] NAM D H, DREW D R. Automatic measurement of traffic variables for intelligent transportation systems applications[J]. Transp. Research B, 1999, 33: 437-457.
- [6] DEVI V L. Estimation and prediction of travel time from loop detector data for intelligent transportation systems applications[D]. College Station: Texas A&M University, 2004.
- [7] 何兆成,赵建明,王镇波,等. 城市信号控制路网中的路段行程时间估计方法[J]. 交通运输工程学报, 2008,8(4): 95-98.  
HE Zhaocheng, ZHAO Jianming, Wang Zhenbo, et al. Travel time estimation method in urban road network with signal control[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2008, 8(4): 95-98.
- [8] SPIES S H. Conical volume-delay functions[J]. Transportation Science, 1990, 24(2): 153-158.
- [9] Transportation Research Record. Special report 209: highway capacity manual[R]. Washington, D. C.: National Research Council, 2000.
- [10] 盖春英. 区域公路网交通量实用预测方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学,2000.
- [11] AKCELIK R. Travel time functions for transport planning purpose: Davidson's function, its time-dependent form and an alternative travel time function [J]. Australian Road Research, 1991, 21(3): 49-59.
- [12] 王伟,许吉谦,杨涛,等. 城市交通规划理论及其应用[M]. 南京: 东南大学出版社,1998: 72-78.
- [13] BRANSTON D. Link Capacity functions: a review [J]. Transportation Research, 1976, 10: 223-236.
- [14] 杨佩昆,钱林波. 交通分配中路段行程时间函数研究[J]. 同济大学学报,1994,22(1): 27-32.  
YANG Peikun, QIAN Linbo. Research on link travel time functions for traffic assignment[J]. Journal of Tongji University, 1994, 22(1): 27-32.
- [15] 肖秋生,郭占全,林秉良,等. 行程时间随交通流量变化规律的研究[J]. 中国公路学报,1991,4(3): 41-46.  
XIAO Qiusheng, GUO Zhanquan, et al. Research on link travel time functions for traffic assignment [J]. Journal of Tongji University. 1991, 4(3): 41-46.