

文章编号: 0258-2724(2010)01-0070-06 DOI: 10.3969/j.issn.0258-2724.2010.01.012

基于微粒群算法的多目标列车运行过程优化

余进, 何正友, 钱清泉

(西南交通大学电气工程学院, 四川成都610031)

摘要: 为客观地描述列车的运行过程,建立了列车运行过程的多目标优化模型,并用微粒群算法求解该模型.针对多目标微粒群优化(MOPSO)算法的不足,提出了相应的改进措施和解的多样性保持策略.仿真结果表明,提出的优化列车运行过程的改进MOPSO算法可以在一次运行过程中获得多组列车操纵控制策略,清晰地显示出各性能指标随控制策略变化的趋势,控制序列转换次数大大降低,每组控制策略都可以在能耗、运行时间和停靠准确性之间获得很好的折衷效果,可以根据列车运行状况选择恰当的策略控制列车,以获得预期的结果.

关键词: 微粒群;优化;多目标;列车

中图分类号: U292 **文献标识码:** A

Multi-objective Train Operation Optimization Based on Particle Swarm Algorithm

YU Jin, HE Zhengyou, QIAN Qingquan

(School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: To reveal the essence of multiple objectives of train operation, a multi-objective model for train operation was established and solved by using the multi-objective optimization method. Improvement and keeping diversity strategies were introduced to overcome the deficiencies of the existing MOPSO (multi-objective particle swarm optimization) algorithms. Simulation results show that the improved MOPSO algorithm can generate more than one train control strategy during a time running simultaneously, display changes in performance indices with the control strategies and decrease the shifting number of control serials sharply. Furthermore, fine tradeoff among energy cost, running time and stopping at adequate point can be obtained, as a result, the strategy suited to the train running can be selected to get an anticipated result.

Key words: particle swarm; optimization; multi-objective; train

列车运行过程是集安全、节能、正点、舒适和停靠准确多个目标要求为一体的复杂的控制问题,运行过程优化就是从众多的操纵方法中寻求一种“满意”的策略,可以保证列车安全、正点、运行过程舒适的同时,能耗和运行时间达到铁路运营部门和旅客都可以接受的程度.为达到这一目标,国内外铁路科技工作者进行了广泛深入的研究.文献[1]假定操纵策略由有限的输入控制序列组成,每一输入控制作用下列车能耗随时间变化为一常

数,以最优化方法确定出每一输入控制最佳的持续时间,就可以使得在该操纵策略下列车能耗最小.文献[2]将列车运行控制转换为以能耗为目标的最优化问题,以列车动能作为独立的状态变量,用极大值原理得到列车耗能最小的最佳控制策略.文献[3]以极大值原理详细讨论了控制变量分别为连续和离散两种情况下列车能耗最小的控制策略问题.文献[4]用经验法和极大值原理对列车操纵方式进行了分析,提出了一些有益于节能的策略.文

收稿日期: 2008-01-09

作者简介: 余进(1973-),男,博士研究生,研究方向为轨道交通关键技术, E-mail: jinyu_yj@163.com

通讯作者: 何正友(1970-),男,教授,主要研究方向为信息理论在电力系统中的应用, E-mail: hezy@home.swjtu.edu.cn

献[5]将运行区段划分为若干典型小区段,当列车以最优能耗策略方式运行时,该区段内列车能耗与运行时间呈某种函数关系,文章指出采用离线方式先求得这种函数关系,然后采用全局优化方法对运行时间进行优化分配,从而得到最佳的操纵策略.文献[6]将列车运行过程划分为启动、平稳加速、恒速运行、调速和制动停车5个子过程,用模糊神经网络方法得到操纵策略,以此对列车进行控制.

以上研究工作,很多已经成功应用于工程实际.然而这些研究大都是将列车运行过程作为单目标的优化问题,所得的结果也只是若干可行操纵策略中的一个,有时在一次运行中未必能获得当前满意的解,需要进行多次的优化操作,未能反映出列车运行过程本身是多目标这一本质问题.文献[7,8]采用了多目标优化方法对列车运行控制进行了研究,但对多目标优化的求解沿用了传统的加权和的方法,由于该方法的局限性,未能反映出多目标优化的特点.文献[9]以多目标优化方法对城市轨道交通中模糊预测控制器的隶属度函数参数进行优化,取得了满意的效果.

本文以列车能耗、运行时间和停靠准确性为控制目标,速度限制条件和运动方程为约束,建立列车运行的多目标优化模型,采用多目标微粒群优化算法(MOPSO)求解该模型,这样,在一次运行中,可以得到该问题的多个 Pareto 最优解,每个 Pareto 最优解对应一组可行的列车运行控制策略,每组策略都可以获得在列车能耗、运行时间和停靠准确性各项指标间的“均衡”效果,可以根据列车当前运行状况(正点、早点或晚点运行)选择一组恰当的控制策略,按该策略控制列车,就可以获得满意的结果.

1 列车运行过程多目标优化模型

列车在运行图给定时间内运行时,存在多种控制策略,司乘人员可以根据列车当前运行速度、时间、距车站距离,选择任意的操纵方式对列车进行控制,前提条件是保证列车安全不超速、正点、准确停靠在站台相应位置情况下,减少能耗.控制策略的优劣使得列车能耗出现巨大的差异,在此,引用一组实际运行数据说明该问题,安康机务段安康—达州区段,运行距离 276 km,客车,下行方向,SS_{7C}牵引,编组 17 辆,好的操纵方法耗电量 4 900 kW·h,比较差的操纵方法耗电量 5 800 kW·h.可以看出,由于操纵策略的不同一列客车单趟耗电

量差别占到整个运行耗电量的 1/6,全路各机务部门对列车随意操作具有普遍性.因此,以列车能耗、运行时间、停靠准确性为目标,对列车运行过程进行优化,有极大的现实意义.

本文考虑如式(1)、(2)所示的列车质点运动方程^[3,10]:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{v}, \quad (1)$$

$$v \frac{dv}{dx} = f(u, v) - \omega(x, v) - b(u, v), \quad (2)$$

满足: $t(0) = 0, t(X) = T, v(0) = v(X) = 0, v(t) < V$.

其中: $x \in [0, X]$ 为独立变量,代表列车在线路上位置; X 为线路全长; $t \in [0, T]$ 和 $v \in [0, V]$ 为状态变量, t 表示运行时间, T 为指定的全程运行时间, v 为列车运行速度, V 为允许的最高运行速度, $(t, v) = [0, T] \times [0, V] \subseteq \mathbf{R}^2$; $u \in \{-1, 0, 1\} = U$, 为输入控制序列,“-1”为制动,“0”为惰行,“1”为牵引; $f(u, v)$ 为牵引力,由机车(列车)牵引特性曲线确定,与输入控制和运行速度有关; $\omega(x, v)$ 为列车附加阻力,由列车在线路上位置和运行速度确定; $b(u, v)$ 为制动力,由输入控制、运行速度和列车制动特性确定.列车处于牵引状态时, $u = 1, f(u, v) > 0, b(u, v) = 0$; 列车惰行运行时, $u = 0, f(u, v) = 0, b(u, v) = 0$; 列车制动时, $u = -1, f(u, v) = 0$.

所有的 $(t, v) \in [0, T] \times [0, V], u \in U$, 列车在线路 $(0, X)$ 的能耗:

$$J = \int_0^X \varphi(u) dx, \quad (3)$$

其中, $\varphi: U \rightarrow \mathbf{R}$ 为列车不同输入控制对应的能耗.

全程运行时间:

$$T' = \int_0^X t(x) dx, \quad (4)$$

$$f_i = (1 + \tau_0)^{(T' - T)/\tau}.$$

式(4)^[11]中: τ_0 为惩罚项系数,反映晚点时分在 τ 范围内时使列车正点所需要的单位能耗; τ 为可以接受的晚点时限; f_i 为正点率指标.在一定的早晚点时限 τ 内, f_i 值比较小.当列车运行超过早晚点时限 τ 时, f_i 迅速增大,因此, f_i 值可以反映出列车运行正点情况.

列车停车时实际停车地点:

$$X' = x(T'), \quad X' \leq X, \quad (5)$$

式中, f_d 值反映了列车实际运行距离 d 与线路全

长差异大小,也显示出列车停车后在线路上的位置,距离实际的终点偏差越大, f_d 也越大,因此,可以用 f_d 评价列车停靠的准确性.

多目标列车最优控制问题,就是对于式(1)、(2)描述的系统求得一组 $\{u_i\}_{i=1,2,\dots,k}$ 和 u_i 的转换地点 $\{x_i\}_{i=1,2,\dots,k}$,使得列车能耗 J 、正点率指标 f_t 和停靠准确性指标 f_d 最小.其中, $u_i \in U$, $x_i \in [0, X]$, $i=1,2,\dots,k$, k 未知.

考虑以 J 、 f_t 和 f_d 为目标的多目标优化问题:

$$\begin{aligned} \min \quad & \{J, f_t, f_d\}, \\ \text{s. t.} \quad & \text{式(1)、(2)}, \\ & t(0) = 0, t(X) = T, v(0) = v(X) = 0, v(t) < V. \end{aligned} \quad (6)$$

2 列车运行过程多目标微粒群优化算法

由以上分析可以看出,列车运行过程的优化,需要确定一组列车输入控制序列 $\{u_1, u_2, \dots, u_k\}$, $u_i \in \{-1, 0, 1\}$, $i=1, \dots, k$,以及各输入控制序列的转换点 $\{x_i\}_{i=1,2,\dots,k}$,也就是每一输入控制序列下列车运行的距离 $\{d_i\}_{i=1,\dots,k}$.其中,

$$\begin{aligned} d_1 &= x_1, \\ d_j &= x_j - x_{j-1}, \quad j=1, 2, \dots, k. \end{aligned}$$

为了确定初始的输入控制序列,按照《列车牵引计算规程》^[10]要求,先进行一次牵引计算,对计算结果的输入控制序列按如下策略进行优化:忽略运行距离小于 d_i 最小值要求的控制序列;保证牵引与制动之间存在惰行.许多专家学者致力于微粒群算法解决多目标优化问题,相继出现了许多多目标微粒群优化算法^[12-14],在工程运用中越来越受到大家的关注^[15-16].本文以改进的MOPSO对列车输入控制序列的运行距离 $\{d_i\}_{i=1,\dots,k}$ 进行优化,以此获得满意的控制效果.MOPSO算法伪代码见图1.对MOPSO的改进主要体现在以下两方面:

(1) 传统的grid方法在一定条件下,可以保证解以概率1收敛到真实Pareto最优解,并且能够保持解的多样性,而且计算时间复杂度也好于小生境方法,因此获得了广泛应用.通过把目标空间划分为一系列有限的子空间,在这些子空间上分别考虑最优性和多样性,但由于目标空间不能预先了解,甚至可能是无限的,这种矛盾使得解可能会产生振荡,产生这一问题的原因在于,用grid保持解多样性的多目标优化算法求解多目标优化问题时,不满足解收敛条件.grid方法所产生的解收敛是有条

件的,它要求grid的上界收敛,也就是Pareo前沿能够遍历整个目标空间^[17],除二目标优化外,绝大多数的多目标优化问题都不能满足这一条件.

```

Begin
Initialize swarm
Initialize the external archive
Iteration = 0
While (Iteration < max_iteration)
  For each particle
    Selectg Best
    Update Position
    Mutation
    Evaluation
    Update Best
  End For
  Update the external archive
  Iteration ++
EndWhile
Report results in the external archive
End

```

图1 算法

Fig. 1 MOPSO algorithm

为改善这种对解的不利影响,采用非线性正切函数将所有解的目标值映射到一个有限的范围内,

$$F(w_i) = \tan((w_i - w_{\min i})s_i), \quad (7)$$

式中: w_i 为任意解在目标空间中目标 i 的值, $w_{\max i}$ 和 $w_{\min i}$ 分别为目标 i 的最大和最小值, $(i=1, \dots, m)$,本文中 $m=3$); $s_i = \arctan(\pi/2 - \varepsilon_i)/(w_{\max i} - w_{\min i})$, ε_i 为不大于 $\pi/4$ 常数,取 $\varepsilon_i = \pi/320$.可以看到, $w_{\max i}$ 和 $+\infty$ 分别被映射到 $\pi/2 - \varepsilon$ 和 $\pi/2$,这样对目标空间进行划分时,消除了各子区域的有限性和整个目标空间可能是无限之间的矛盾,保证了自适应grid的上界是有界的,从而改善算法的收敛性.

(2) 采用dominance改进后的E-dominance^[18]方法确定解向量间的优胜关系.

研究表明,以上措施可以显著改善MOPSO的收敛性和计算复杂度.相比较于其他MOPSO的应用,在以下几方面有所不同:

(1) 微粒初始化不采用绝大多数都采用完全随机的方式,为了使得微粒群尽可能靠近目标区域,本文采用以下方式: X 为线路全长,允许最高运行速度 V , $d_i(i=1, 2, \dots, k)$ 为列车以控制序列 i 运行的距离,亦即优化对象,由于列车在每一输入控制状态必须保持一定的时间(取3s),因此, d_i 有最小值,以 V 进行计算, d_i 初始化范围如下:

$$d_i: [3V, X], \quad V \text{ 的单位为 m/s, } X \text{ 的单位为 m,}$$

$$d_i: [3V, X - \sum_{k=1}^{i-1} d_k], \quad d_i > 0, \quad i=1, 2, 3, \dots, k.$$

(2) gBest的选择策略:以改进的grid作为多

性保持策略,由于所有控制策略进行优劣比较的基础是列车运行在同一区段、保证列车安全.因此,所有非劣解的基本要求是 $\sum_{i=1}^k d_i$ 应尽可能接近 X , 选择拥挤程度最小的 grid 中 $\sum_{i=1}^k d_i$ 最接近 X 的解为 gBest.

(3) 采用外部种群档案精英保持策略,当非劣解数量超过档案容量时,启动剪枝操作,按如下策略进行:首先剔除那些在运行过程中超速的解,确保列车安全;其次丢弃那些实际运行距离距 X 最远的解;最后,从密度最大的 grid 中随机选择一个删除,直到满足档案容量.

列车运行过程多目标优化算法步骤如下:

① 初始化线路参数、线路限速、列车基本参数和微粒群算法的惯性系数和学习因子;

② 运行牵引计算子程序;

③ 按以下方法对牵引计算结果中输入控制序列进行优化:忽略运行距离小于 d_i 最小值的输入;保证牵引与制动之间存在惰行;

④ 运行微粒群多目标优化子程序;

⑤ 成列车最优控制策略.按以下方法进行解的选择:

a) 正点运行时,选择正点率指标 f_i 大于 1 而最接近 1 的解;

b) 早点运行时,选择正点率指标 f_i 大于 1 的解,以该解构成的策略控制列车时,实际运行时间大于规定运行时间的差等于(或最接近)早点的的时间;

c) 晚点运行时,选择正点率指标 f_i 小于 1 的解,以该解构成的策略控制列车时,实际运行时间小于规定运行时间的差等于(或最接近)晚点的的时间.

3 仿真实验结果及分析

以秦沈客运专线上某区段 33.769 km 长线路为基础,某高速列车为对象进行了仿真研究,该型号高速列车的主要参数与特性见表 1^[19,20]. 区间运行时间 665 s,允许早晚会时间为 30 s. MOPSO 算法微粒群规模 80,外部种群档案 30,迭代次数 200,在 MATLAB7.0 下进行仿真实验.

首先由牵引计算规程获得列车运行速度-距离曲线和控制策略,见图 2 和图 3. 图中,输入控制序列 1、0、-1 分别表示牵引、惰行、制动. 列车以最大能力始终跟踪限制速度,虽然可以获得最小的运行

时间 566 s,但能耗非常大,能耗指标参数为 911.1,列车工况转换频繁,长时间紧贴限速运行,存在安全隐患,列车运行安全性降低,这样的控制策略不适合于列车控制.

表 1 列车主要特性参数
Tab. 1 The main parameters of train

参数名称	参数特性
列车总重/t	750
最高运行速度 / (km·h ⁻¹)	300
紧急制动距离/m	900, $v = 160 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 1 700, $v = 220 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 3 500, $v = 300 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$
基本阻力/kN	$w = 0.62 + 0.008 2v + 0.000 14 v^2$
牵引特性/kN	$F = 400 - 0.477 9v, 0 < v \leq 150 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ $F = 14 400 \times 0.95 \times 3.6v, v > 150 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$
制动特性 / (N·t ⁻¹)	$b = 1 140(2v + 150) / (3v + 150)$ 紧急制动 $b = 912(2v + 150) / (3v + 150)$ 常用制动减压 130 Kpa $b = 570(2v + 150) / (3v + 150)$ 常用制动减压 80 KPa

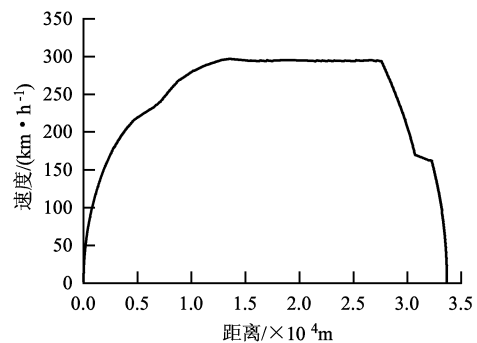


图 2 优化前速度-距离曲线
Fig. 2 Speed-distance curve before optimization

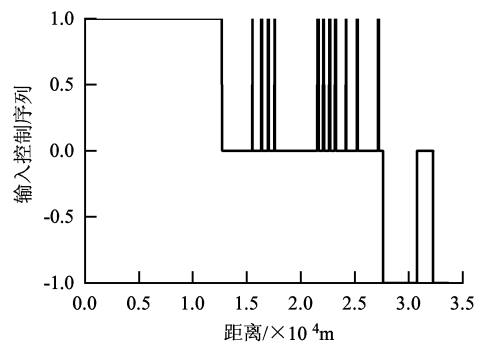


图 3 优化前控制策略
Fig. 3 Control strategies before optimization

通过分析优化,确定“牵引—惰行—牵引—惰行—制动—惰行—制动”为输入控制序列,以文中介绍的多目标微粒群算法对控制序列转换点进行

优化,相应的最佳列车操纵策略见表2.

多目标微粒群优化算法在一次运行过程中可以获得多个最优解,因此,可以得到多组列车控制策略.由表2可以看出,以这些策略控制列车,有一定的灵活性,在相应的情况下都能够获得满意的结果,充分利用了区间运行时分,列车的能耗也比较小.如果列车处于正点运行,可以选择编号为21的

控制策略,运行时间仅仅比规定时间多5 s,能耗比较低,停靠位置误差也比较小,因为列车距离实际的防护地点总是存在一定的安全距离.速度-距离曲线和控制策略见图4和图5,可以看出,优化后的控制策略并没有使得列车在整个区间跟踪限制速度运行,但也保持了比较高的平均速度,运行时间满足要求,能耗较低.

表2 列车最佳控制策略
Tab.2 The train optimal control strategies

编号	列车输入控制序列及相应工况下运行距离/m							能耗指标	运行时间/s	实际运行距离/m
	牵引	惰行	牵引	惰行	牵引	惰行	制动			
1	4 297	15 894	989	8 759	1 122	1 971	4 700	441.23	739.6	33 722
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
20	5 934	15 260	739	8 847	1 939	636	4 565	521.06	676.9	33 648
21	5 914	12 783	886	9 694	1 332	2 035	1 346	528.7	669.9	33 600
22	5 810	14 781	1 405	8 109	1 196	1 069	2 701	555.34	660.0	33 656
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
29	8 651	13 721	875	5 805	1 165	1 319	5 215	677.13	604.5	33 618
30	8 395	11 763	1 409	8 046	1 960	696	1 612	692.36	603.7	33 609

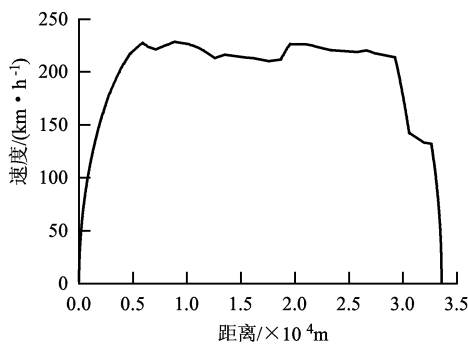


图4 优化后速度-距离曲线

Fig.4 Speed-distance curve after optimization

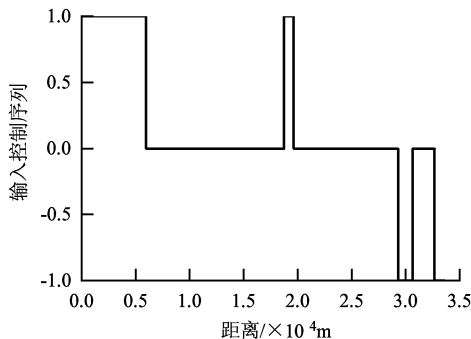


图5 优化后控制策略

Fig.5 Control strategies after optimization

如果列车处于晚点运行,则可以选择表2中编号为30的控制策略,该策略可以使晚点61 s的列车正点到达终点站;反之,若列车处于早点运行,可以选择运行时间略长的20号控制策略,甚至1号

策略,这样可以充分利用早点的时间,降低能耗.

4 结论

列车运行过程是复杂的多目标优化问题,列车安全、能耗、运行时间、停靠准确性和舒适性之间存在一定的矛盾性和不可公度性,增加了问题求解的难度,多目标优化理论的发展为类似问题的求解增添了活力,尤其是多目标进化算法和多目标微粒群算法越来越受到大家的广泛关注.以改进的多目标微粒群优化方法解决列车最优控制问题,研究了保持解的多样性方法,提出了相应的策略,给出了多目标微粒群算法优化列车运行过程的算法,大量的仿真研究验证了策略和算法的有效性、可行性.

参考文献:

- [1] CHENG Jiaxin, HOWLEET P. A note on the calculation of optimal strategies for the minimization of fuel consumption in the control of trains[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1993, 38(11): 1730-1734.
- [2] KHMELNISTSKY E. On an optimal control problem of train operation[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(7): 1257-1266.
- [3] HOWLEET P. The optimal control of a train[M]. annals of operations research 98. Netherlands: KluwerAcademic Publishers, 2000: 1-154.

- [4] 马林,张进思,李群湛. 电牵引列车操纵优化策略及其仿真研究[J]. 铁道学报,1991,10: 109-117.
MA Lin, ZHANG Jinsi, LI Qunzhan. The optimum control algorithm and emulation of the energy consumption of electric trains[J]. Journal of the China Railway Society, 1991(10): 109-117.
- [5] 金炜东,王自力,李崇维,等. 列车节能操纵优化方法研究[J]. 铁道学报,1997,19(6): 58-62.
JIN Weidong, WANG Zili, LI Chongwei, et al. Study on optimization method of train operation for saving energy[J]. Journal of the China Railway Society, 1997,19(6): 58-62.
- [6] WANG Jing, CAI Zixing, JIA Limin. Direct fuzzy neural control with application to automatic train operation[J]. 控制理论与应用,1998,15(3): 392-398.
- [7] TALUKDAR S N, KOO R L. Multiobjective trajectory optimization for electric trains[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1979,AC-24(6): 888-893.
- [8] YÜ Jin, QIAN Qingquan, HE Zhengyou. Genetic algorithms with application to optimize high speed train ATO[C] // Proceedings of the First International Conference. Chengdu: American Society of Civil Engineers, 2007: 2512-2517.
- [9] CHANG C S, XU D Y, QUEK H B. Pareto-optimal set based multiobjective tuning of fuzzy automatic train operation for mass transit system[J]. IEEE Proc. - Electr. Power Appl., 1999, 146(5): 577-583.
- [10] 中华人民共和国铁道部. 列车牵引计算规程[M]. 北京:中国铁道出版社,1999: 20-28.
- [11] CHANG C S, SIM S S. Optimising train movements through coast control using genetic algorithms[J]. IEEE Proc. -Electr. Power Appl., 1997,144(1): 65-73.
- [12] COELLO C A C, PULIDO G T, LECHUGA M S. Handling multiple objectives with particle swarm optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2004, 8(3): 256-279.
- [13] COELLO C A C, LECHUNGA M S. A proposal for multiple objective particle swarm optimization[C] // Proceedings of the IEEE World Congress on Computational Intelligence. Hawaii: IEEE Press, 2002: 12-17.
- [14] HU X, EBERHART R C, SHI Y. Particle swarm with extended memory for multi-objective optimization[C] // Proceedings of the 2003 IEEE Swarm Intelligence Symp. Indianapolis: IEEE Press, 2003: 193-197.
- [15] NANBO J, YAHYA R S. Advances in particle swarm optimization for antenna designs: real-number, binary, single-objective and multiobjective implementations [J]. IEEE Transactions on Antenna and Propagation, 2007, 55(3): 556-567.
- [16] 袁代林,陈虬. 桁架结构拓扑优化的微粒群算法[J]. 西南交通大学学报,2007,42(1): 94-98.
YUAN Dailin, CHEN Qiu. Particle swarm optimization algorithm for topological optimization of truss structures[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2007, 42(1): 94-98.
- [17] KNOWLES J, CORNE D. Properties of an adaptive archiving algorithm for storing nondominated vectors[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2003, 7(2): 100-116.
- [18] HUDONG J, WONG M L. Adaptive diversity maintenance and convergence guarantee in multiobjective evolutionary algorithms[C] // Proceedings of the 2003 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC'03). Canberra: IEEE Press, 2003, 4: 2498-2505.
- [19] 王卓,王艳辉,贾利民,等. 基于 ANFIS 的高速列车制动控制仿真研究[J]. 中国铁道学报,2005,27(3): 113-117.
WANG Zhuo, WANG Yanhui, JIA Limin, et al. Study on high speed train braking control simulation based on ANFIS [J]. Journal of the China Railway Society, 2005, 27(3): 113-117.
- [20] 王成国,马大伟,周忠良. 高速列车操纵运行的数值仿真[J]. 中国铁道科学,2001,22(2): 32-40.
WANG Chengguo, MA Dawei, ZHOU Zhongliang. Numerical simulation of high speed train operation and control[J]. China Railway Science, 2001, 22(2): 32-40.