

# 堆积软岩的黏弹塑性本构模型及其数值计算应用

叶冠林<sup>1</sup>, 张 锋<sup>2</sup>, 盛佳韧<sup>1</sup>, 王建华<sup>1</sup>

(1. 上海交通大学 土木工程系, 上海 200240; 2. 名古屋工业大学, 日本 名古屋 466-8555)

**摘要:** 堆积软岩的主要力学特性有应变软化、流变、受中间主应力影响等, 为了尽可能完整地描述这些力学特性, 提出一个全新的黏弹塑性本构模型。该模型基于下负荷面和  $t_{ij}$  概念, 以超固结状态与正常固结状态之间的孔隙比差  $\rho$  为状态变量, 并在该状态参量的演化律中引入非齐次函数, 使模型能综合描述软岩的应变软化、流变和受中间主应力影响的力学特性。新模型仅比剑桥模型多了 4 个参数, 而且 4 个参数都具有明确物理意义, 可通过常规三轴试验确定。以降雨引起的软岩边坡的渐进性破坏为工程背景, 用水土耦合有限元来探讨 2 种不同地下水位变化对边坡破坏的影响, 从坡体的剪应变分布、位移矢量、破坏的传播等方面分析边坡的破坏机制。

**关键词:** 岩石力学; 软岩; 黏弹塑性; 本构模型; 渐进性破坏

**中图分类号:** TU 45

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-6915(2010)07-1348-07

## VISCO-ELASTOPLASTIC CONSTITUTIVE MODEL FOR SEDIMENTARY SOFT ROCK AND ITS APPLICATION TO NUMERICAL CALCULATION

YE Guanlin<sup>1</sup>, ZHANG Feng<sup>2</sup>, SHENG Jiaren<sup>1</sup>, WANG Jianhua<sup>1</sup>

(1. Department of Civil Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China;

2. Department of Civil Engineering, Nagoya Institute of Technology, Nagoya 466-8555, Japan)

**Abstract:** The sedimentary soft rock is a kind of geomaterial that exhibits the mechanical properties of strain softening, rheology, and influenced by the intermediate principal stress. In order to describe these properties as comprehensively as possible, a new visco-elastoplastic constitutive model is developed. Based on the  $t_{ij}$  concept and subloading surface, this model uses a state variable  $\rho$  which is a void ratio difference between the over-consolidated and normal consolidated states, and introduces a non-homogenous function as an evolution law for  $\rho$ . Compared to the Cam-clay model, only 4 new parameters are added to the new model, which have explicit physical meanings and can be determined from triaxial tests. A progressive failure of soft rock slope due to heavy rain is taken as background, and soil-water coupled FEM is conducted to investigate the influences of 2 kinds of groundwater table changes on the failure. The shear strain, displacement vector and propagation of the failure among the slope are analyzed carefully to clarify its failure.

**Key words:** rock mechanics; soft rock; visco-elastoplasticity; constitutive model; progressive failure

## 1 引言

软岩在我国分布极广, 在山岭隧道、深部采矿、

边坡工程等领域经常会遇到<sup>[1]</sup>。软岩具有应变软化与流变的力学特性, 并受中间主应力影响。在应变软化方面, F. Oka 和 T. Adachi<sup>[2]</sup>提出了一个基于内时理论的应变软化模型; 在流变特性方面, 廖红建

**收稿日期:** 2010-02-25; **修回日期:** 2010-03-29

**基金项目:** 上海市科学技术委员会的资助项目(08PJ1406600); 上海市重点学科建设项目资助(B208)

**作者简介:** 叶冠林(1975-), 男, 博士, 1998年毕业于上海交通大学建筑工程系建筑工程专业, 现任副教授, 主要从事岩土工程数值计算方面的教学与研究。E-mail: ygl@sjtu.edu.cn

等<sup>[3]</sup>将殷建华和 Graham 的弹黏塑性模型进行扩张, 提出了软岩在三轴应力状态下的弹黏塑性本构关系表达式。范庆忠与高延法<sup>[4]</sup>基于对软岩的单轴压缩流变试验数据的分析, 引入损伤变量和硬化函数, 建立软岩的单轴非线性蠕变模型。而在中间主应力影响方面, F. Zhang 等<sup>[5]</sup>将  $t_{ij}$  概念<sup>[6]</sup>引入 F. Oka 和 T. Adachi<sup>[2]</sup>的模型中, 使之可以考虑中间主应力对强度和塑性应变的影响。但是这些模型还不能很好的全面地描述软岩的力学特性。

T. Adachi 和 T. Ogawa<sup>[7]</sup>的高压软岩三轴固结排水试验揭示了随着围压增加, 软岩的应变软化和剪胀性变弱, 当围压足够大时, 表现为应变硬化和剪缩。这种现象说明软岩的力学特性与重超固结土十分相似, 应变软化转为应变硬化的围压阈值可认为是“先期固结压力”。笔者在不同仪器上所做的试验<sup>[8]</sup>也得到类似结论。因此, 本文基于下负荷面和  $t_{ij}$  概念, 以超固结状态与正常固结状态之间的孔隙比差  $\rho$  为状态变量, 并在该状态参量的演化律内引入流变函数, 从而建立起一个全新的黏弹塑性本构模型。该模型能综合描述软岩的应变软化、流变和中间主应力特性。接着用有限元法来模拟软岩边坡的渐进性破坏问题, 在探讨破坏机制的同时, 验证本构模型的有效性。

## 2 黏弹塑性本构模型

### 2.1 塑性势函数

叶冠林和张 锋<sup>[8]</sup>实施的平面应变试验已经证明了软岩的剪切应力比与塑性剪切膨胀比的关系在  $t_{ij}$  应力空间中能更好地被描述, 因此类似于  $t_{ij}$  下负荷面模型<sup>[9]</sup>, 本模型在  $t_{ij}$  应力空间中给出其势函数:

$$f = \ln \frac{t_N}{t_{N1}} + \zeta(X) = \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + \zeta(X) - \ln \frac{t_{N1}}{t_{N0}} = 0 \quad (1)$$

其中,

$$\zeta(X) = \frac{1}{\beta} \left( \frac{X}{M^*} \right)^\beta \quad (2)$$

式中:  $\zeta(X)$  为剪应力比  $X$  的函数;  $\beta$  为物理参量, 可由试验唯一确定;  $M^*$  为临界状态下的一个物理量, 且有

$$M^* = (X_f^\beta + X_f^{\beta-1} Y_f)^\beta \quad (3)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} X_f &= \frac{\sqrt{2}}{3} \left( \sqrt{R_f} - \frac{1}{\sqrt{R_f}} \right) \\ Y_f &= \frac{1 - \sqrt{R_f}}{\sqrt{2}(\sqrt{R_f} + 0.5)} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中:  $X_f, Y_f$  分别为剪应力比  $X$  及塑性剪膨胀比  $Y$  在临界状态下的值;  $R_f$  为三轴压缩时主应力比  $\sigma_1/\sigma_3$  在临界状态下的值。式(1)可以改写为

$$f = \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + \zeta(X) - \left( \ln \frac{t_{N1e}}{t_{N0}} - \ln \frac{t_{N1e}}{t_{N1}} \right) = 0 \quad (5)$$

通过引进正常固结屈服面及下负荷面的概念, 建立起  $t_{ij}$  应力空间中的孔隙比与固结应力的关系。式(1)给出了  $t_{ij}$  应力空间中的塑性势, 图 1 为  $t_{ij}$  应力空间中的下负荷面、正规固结屈服面及孔隙比 - 应力关系。

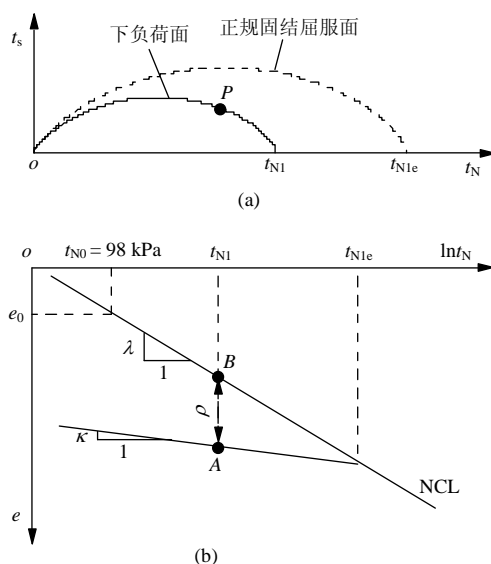


图 1  $t_{ij}$  应力空间中的下负荷面、正规固结屈服面及孔隙比 - 应力关系

Fig.1 Subloading surface, normally consolidated surface and relationship between void ratio and stress in  $t_{ij}$  stress space

由图 1 可知, 塑性体积应变为

$$\varepsilon_v^p = C_p \ln \frac{t_{N1e}}{t_{N0}} \quad (6)$$

其中,

$$C_p = \frac{E_p}{1 + e_0} \quad (7)$$

式中： $E_p$  为控制塑性体积应变的一个参量，为压缩指数与膨胀指数之差 $(\lambda - \kappa)$ ； $e_0$  为围压  $p' = 98 \text{ kPa}$  时的参考孔隙比。另外，超固结比状态变量  $\rho$  可表示为

$$\rho = E_p \ln \frac{t_{Nle}}{t_{Nl}} = (1 + e_0) C_p \ln \frac{t_{Nle}}{t_{Nl}} \quad (8)$$

利用式(8)，塑性势函数方程式(5)就可改写为

$$f = \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + \zeta(X) - \frac{1}{C_p} \left( \varepsilon_v^p - \frac{\rho}{1 + e_0} \right) = 0 \quad (9)$$

### 2.2 流动法则

本模型采用联合流动法则，该流动法则定义在  $t_{ij}$  应力空间。黏塑性应变速率定义为

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial t_{ij}} \quad (10)$$

式中： $\Lambda$  为一正的标量，一般称为塑性算子。

### 2.3 协调方程

塑性势给定了塑性应变速率的方向，屈服面(本模型中屈服面与塑性势相同)给出了产生塑性应变的判断准则，而协调方程给出了塑性应变速率的大小，即

$$\dot{f} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} - \frac{1}{C_p} \left( \dot{\varepsilon}_v^p - \frac{\dot{\rho}}{1 + e_0} \right) = 0 \quad (11)$$

### 2.4 演化律

在 T. Nakai 等<sup>[9, 10]</sup>的工作中，决定下负荷面大小的参量的发展式总是与正的标量  $\Lambda$  成正比，即为  $\Lambda$  的一次齐次函数。而在本模型中，参量  $\rho$  的发展式取为  $\Lambda$  的一次非齐次函数，即

$$\frac{\dot{\rho}}{1 + e_0} = -\Lambda \frac{G(\rho, t)}{t_N} + h(t) \quad (12)$$

其中，

$$h(t) = \dot{\varepsilon}_v^0 (1 + t/t_1)^{-\alpha} \quad (13)$$

式中： $\dot{\varepsilon}_v^0$  为  $t = 0$  时刻时的体积应变速率，而  $t = 0$  只是一个相对时刻，它取为剪切开始的时刻； $t_1$  为一个单位时间，用于式(13)的量纲一化。必须注意到这样一个事实，即在实施一个蠕变实验时，蠕变应力是不可能瞬间加上去的，它总有一个加载过程，而这个过程通常会对随后的蠕变特性有影响。参数  $\alpha$  通常称之为蠕变参数，实际物理意义是应变速率与时间对数之间的梯度。记为

$$\dot{f}_\sigma = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} \quad (14)$$

假定  $G(\rho, t)$  为

$$G(\rho, t) = a \rho \rho^{C_n \ln(1+t/t_1)} \quad (15)$$

式中： $a$  为材料参量，用于控制  $\rho$  的发展速度； $C_n$  为一个新导入的参数，称为应变速率参数，它可以由不同应变速率下实施的三轴压缩试验结果来确定。

通过将式(12)~(15)代入式(11)中，可得

$$\Lambda = \frac{\dot{f}_\sigma + h(t)/C_p}{\frac{1}{C_p} \left( \frac{\partial f}{\partial t_{kk}} + \frac{G(\rho, t)}{t_N} \right)} = \frac{\dot{f}_\sigma + h(t)/C_p}{\frac{h^p}{C_p}} \quad (16)$$

其中，

$$h^p = \frac{\partial f}{\partial t_{kk}} + \frac{G(\rho, t)}{t_N} \quad (17)$$

在蠕变状态下，即  $\dot{f}_\sigma = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} = 0$ ，可以得到

$$\Lambda = \frac{C_p}{h^p} h(t)/C_p = h(t)/h^p \quad (18)$$

使用式(12)的非齐次发展式的原因很简单，如果使用齐次函数，则  $h(t) \equiv 0$ ，在蠕变状态下，应力是保持不变的，因此  $\dot{f}_\sigma = 0$  从而导致  $\Lambda \equiv 0$ ，即不产生黏塑性应变，这显然不符合本文的目的。

### 2.5 塑性算子

塑性算子  $\Lambda$  的大小可由协调方程来求得。将式(10)，(12)，(13)及(15)代入式(11)，可以得到计算  $\Lambda$  的式子：

$$\Lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} E_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl} + h(t)/C_p}{\frac{h^p}{C_p} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} E_{ijkl} \frac{\partial f}{\partial t_{kl}}} \quad (19)$$

### 2.6 黏弹塑性应变速率

根据式(10)和(19)就可以得到黏塑性应变速率。总应变速率可以分解为弹性和塑性成分如下：

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p \quad (20)$$

弹性应变速率可由 Hoke 定理来求得，即

$$\dot{\varepsilon}_{kl}^e = E_{ijkl}^{-1} \dot{\sigma}_{ij} \quad (21)$$

$$E_{ijkl} = \Gamma \delta_{ij} \delta_{kl} + G(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (22)$$

其中，

$$\Gamma = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (23)$$

式中:  $\nu$  为泊松比,  $E$  为弹性模量。两参数均为常量。

### 2.7 加载准则

在这个模型中, 给出一个全新的加载准则, 即

$$\|\dot{\varepsilon}_{ij}^p\| > 0 \quad (A > 0 \text{ 和 } \begin{cases} \dot{f}_\sigma > 0 \text{ (硬化)} \\ \dot{f}_\sigma < 0 \text{ (软化)} \\ \dot{f}_\sigma = 0 \text{ (纯蠕变)} \end{cases}) \quad (24)$$

$$\|\dot{\varepsilon}_{ij}^p\| = 0 \quad (A \leq 0 \text{ (弹性)}) \quad (25)$$

它不仅能判断是弹性应变还是塑性应变, 而且能同时判别是硬化、软化还是纯蠕变, 这是一个很大的进步。

### 2.8 三轴剪切试验模拟

本节将本构模型应用于堆积软岩的三轴固结排水剪切试验<sup>[9]</sup>的模拟。试验中使用的一种叫大谷石的堆积软岩。试样的围压  $\sigma_3$  分别为 0.1, 0.5, 1.0 及 2.0 MPa, 轴向加载速率为 0.025%/min。

图 2 为堆积软岩三轴剪切试验结果与理论值的比较。除在围压很小的情况下剪切膨胀的理论曲线与试验值相差较大外, 整体来讲理论值与试验结果

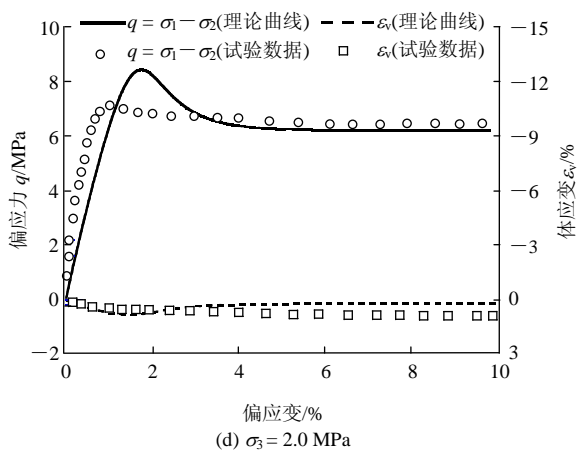
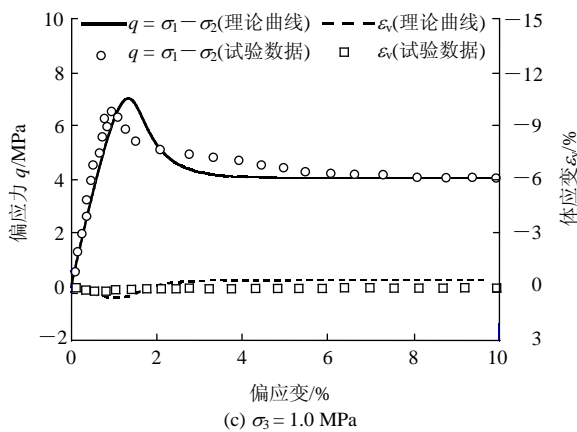
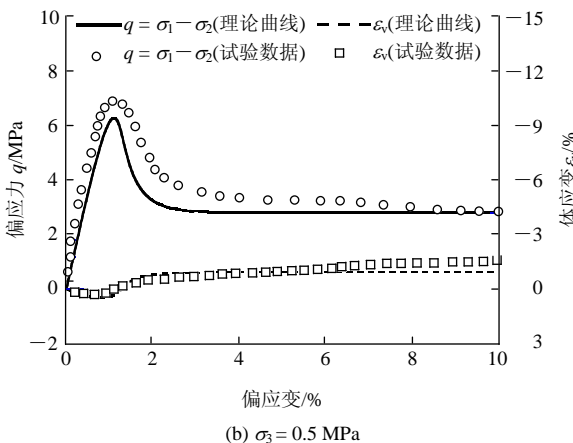
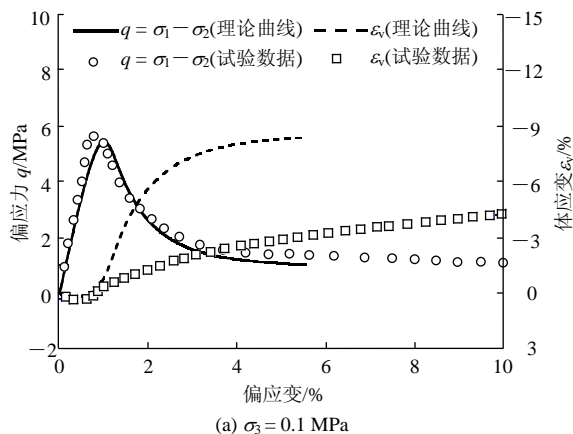


图 2 堆积软岩三轴剪切试验结果与理论值的比较  
Fig.2 Comparison of the testing data of soft sedimentary rock and prediction values by the model

吻合得很好: 围压越大, 则塑性破坏越明显, 而剪胀特性就由剪切膨胀向剪切压缩转变。

## 3 边坡渐进性破坏的数值模拟

边坡及隧道等的渐进性破坏问题一直受到工程界的关注<sup>[11, 12]</sup>。本文以 1999 年 9 月在日本东海北陆自动车道美浓到美并之间发生的斜坡破坏<sup>[13]</sup>为工程背景。在台风引起的大雨过后, 宽 120 m、高 125 m 的斜坡面发生了如图 3 所示的大规模破坏。根据现场记录, 这一破坏不是一次性形成的, 而是发生了多次破坏, 也就是说是一种渐进性破坏。此外, 在灾害发生前数小时曾经有过 63 mm/h 的降雨, 且连续降雨量超过了 600 mm, 因此基本可以断定降雨是斜坡破坏的主要原因。在数值计算时, 对钻孔及弹性波探查结果得到的地层进行了简化, 得到了图 4 所示的主断面的简化地质构造模型。图 5 显示了有限元计算网络及强化层材料参数的细化。表 1 列出边坡的地层材料参数。需要注意的是, 软岩的残留应力比  $R_f$  是与围压有关的, 围压越小其



图3 斜面破坏后的情景  
Fig.3 Scene of the slope after failure

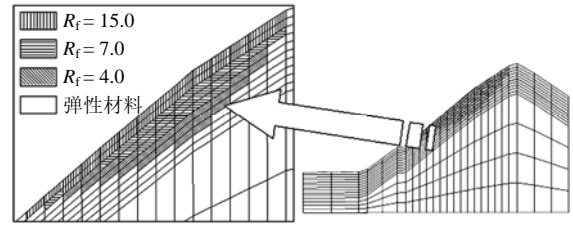


图5 有限元计算网格及强风化层材料参数的细化  
Fig.5 FEM meshes and the details of the strong weathered rock

缺乏地下水位等实测数据，在计算中考虑了2种地下水位变化，即降雨引起的水位上升分别为100%  $h$  和60%  $h$  ( $h$  为初始地下水位与地表之间的距离)，以此来探讨水位变化对破坏的影响及相关的破坏机制。计算使用笔者开发的水土耦合有限元程序 Soft。在计算中，为了尽可能真实的模拟地下水位上升的变化过程，沿着初始地下水位线给出了一个上升水头，该水头从初始地下水位上升到地表。

图6给出了两种水位上升过程所引起的边坡的剪应变( $\sqrt{2I_2}$ ,  $I_2$  是偏应变张量的第二不变量)发展过程。可以非常清楚地看到，水位上升值越大剪应变发展得越快。在地下水位上升100% $h$ 的场地，边坡在2个多小时就破坏了；而在水位上升60% $h$ 的场地，边坡不会破坏。这里所指的破坏是指单元的剪应变达到了应变软化并在应变速率与时间关系中出现突发性反转现象。

图7显示了不同的水位上升过程所引起的山体

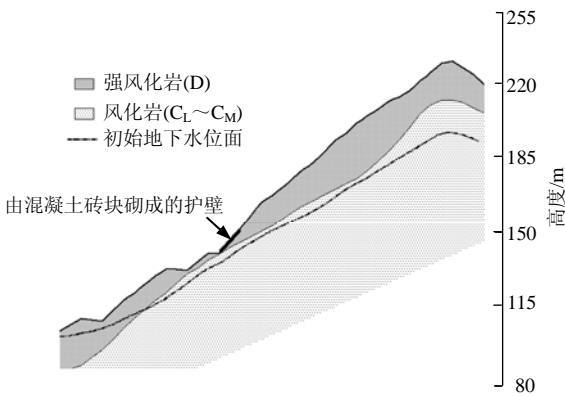


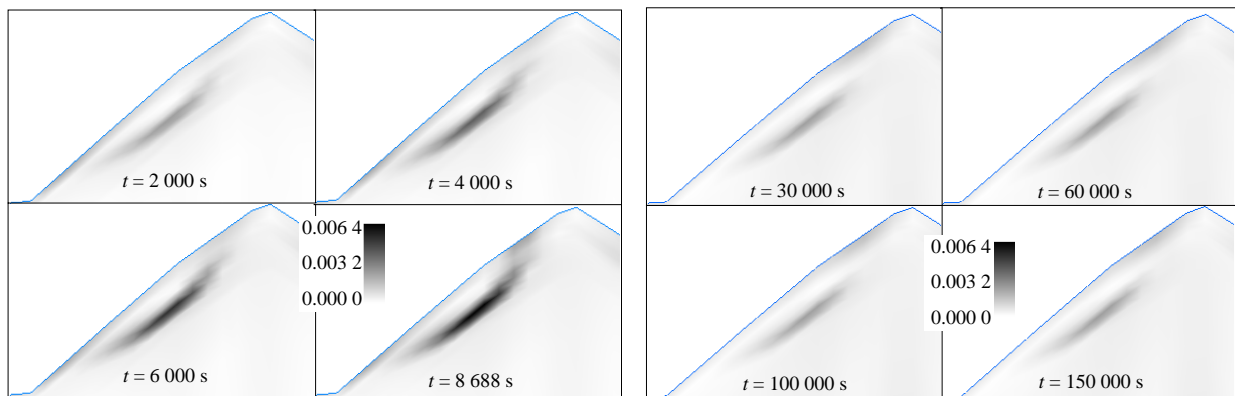
图4 简化地质构造模型  
Fig.4 Simplified geologic profile of the slope

数值越大，因此强风化岩的  $R_f$  分为3个等级。由于

表1 边坡的地层材料参数

Table 1 Material parameters of slope ground

岩性	$E/\text{MPa}$	$\nu$	$\beta$	$R_f$	$a$	$\alpha$	$C_n$	$E_p(\lambda - \kappa)$	$\gamma(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	$e_0$	$P_c/\text{MPa}$	$k/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
风化岩( $C_L \sim C_M$ )	1 000	0.25	1.5	-	25	-	-	0.012 5	15.7( $\gamma'$ )	0.95	20	$1.0 \times 10^{-6}$
强风化岩(D)	300	0.33	1.5	上层: 15.0, 中层: 7.0, 底层: 4.0	25	-	-	0.012 5	25.6( $\gamma_{\text{sat}}$ )	0.95	10	$1.0 \times 10^{-6}$



(a) 地下水位上升100% $h$

(b) 地下水位上升60% $h$

图6 剪切应变的发展过程

Fig.6 Development of shear strain

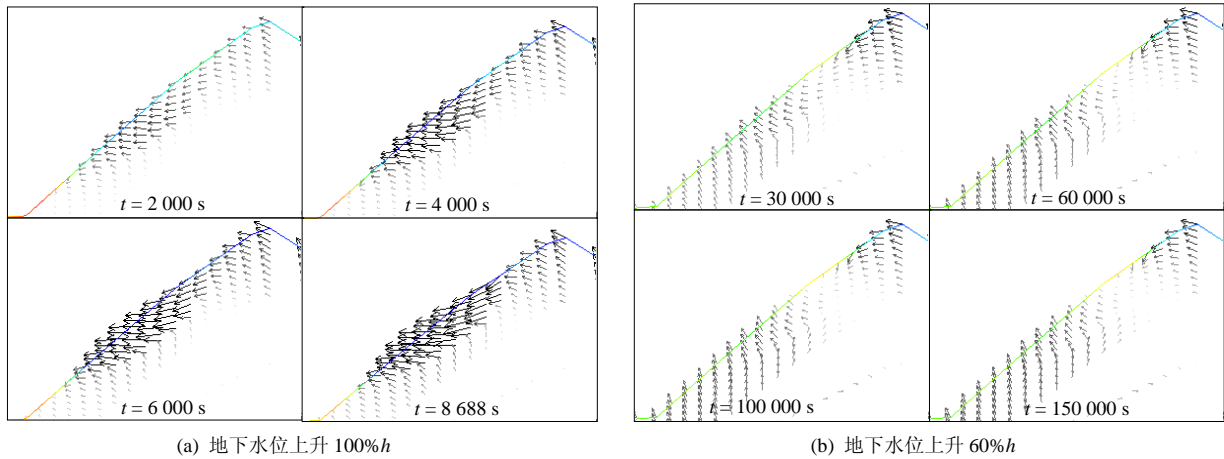


图 7 斜坡的位移矢量的变化  
Fig.7 Development of displacement vectors

位移矢量的变化。对地下水位上升 100%h 的情况, 边坡位移的矢量先朝上然后转为朝下运动。这是由于在塑性变形不明显的情况下, 水位的上升将导致有效自重的下降, 从而使山体向上浮起, 虽然这种位移是非常小的。但对非破坏的地下水位上升 60%h 的情况, 边坡的位移始终朝上, 没有出现朝下流动的趋势。

图 8 则给出了渐进性破坏的传播过程。从图中可以清楚地看到, 破坏是从单元③开始并向两边的单元扩展。另外, 从剪应变速率变化中可看出, 一旦到达某一值后迅速发展并导致破坏。

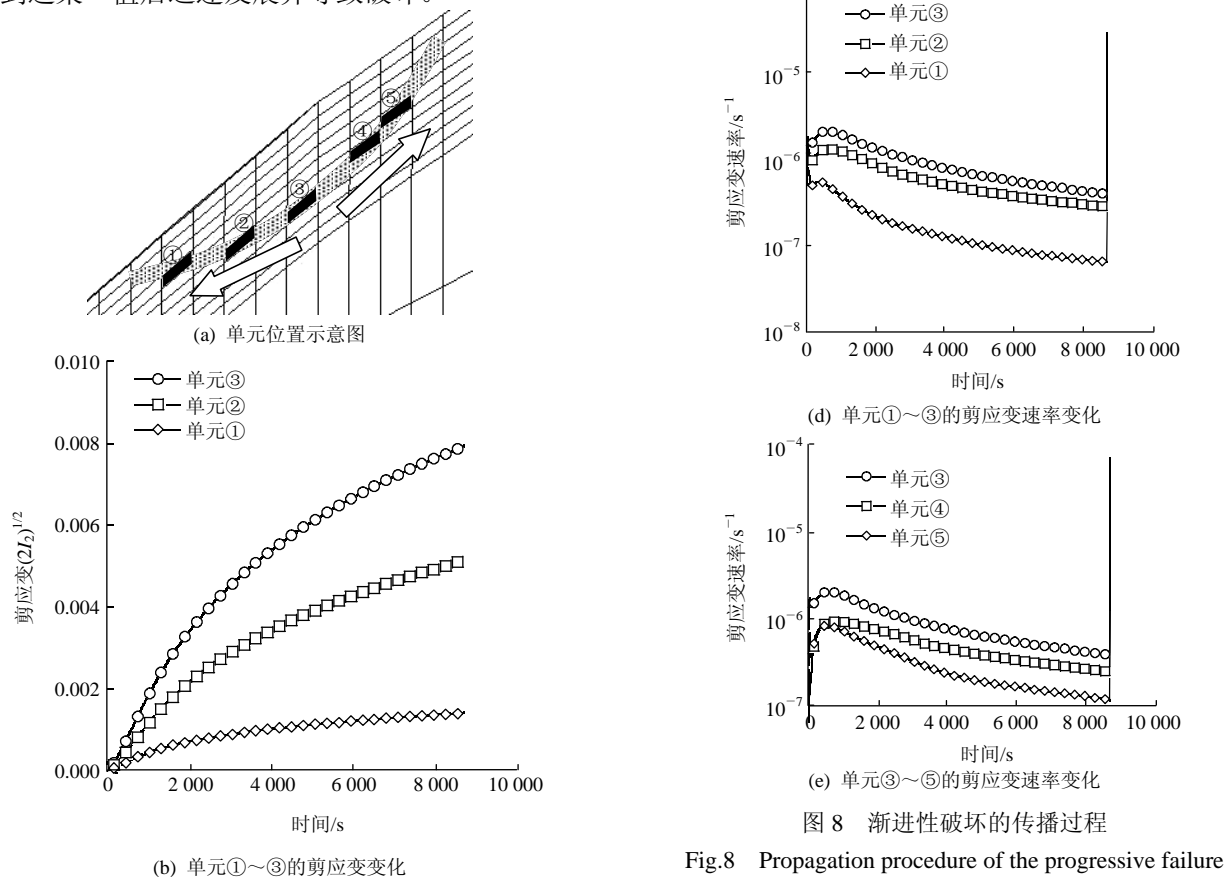


图 8 渐进性破坏的传播过程  
Fig.8 Propagation procedure of the progressive failure

## 4 结 论

(1) 本文提出的新本构模型采用  $t_{ij}$  概念及下负荷面, 并引入代表超固结比的状态参量  $\rho$ , 使得该本构能综合地描述软岩的应变软化、剪胀性和中间主应力的影响。

(2) 与以往的软岩模型不同, 使用联合流动法则, 简化了模型的推导。与剑桥模型一样, 以塑性体积应变为硬化参数, 使得模型更容易被人接受。

(3) 提出了新的状态参量  $\rho$  的非齐次函数发展公式, 使得新模型能描述软岩的 2 种基本流变特性, 应变速率依存性及蠕变。

(4) 新的加载基准除了可描述硬化和软化外, 还可描述纯蠕变。

(5) 与剑桥模型相比, 增加了 4 个参数, 而且这些参数具有明确的物理意义, 可由常规三轴试验确定。

(6) 基于新本构模型, 进行软岩边坡的渐进性破坏的水土耦合有限元分析, 探讨了降雨引起的地下水位变化对边坡破坏的影响, 并揭示了渐进性破坏的力学机制。

### 参考文献(References):

- [1] 何满潮, 景海河, 孙晓明. 软岩工程力学[M]. 北京: 科学出版社, 2002.(HE Manchao, JING Haihe, SUN Xiaoming. Soft rock engineering mechanics[M]. Beijing: Science Press, 2002.(in Chinese))
- [2] OKA F, ADACHI T. A constitutive equation of geologic materials with memory[C]// Proceedings of 5th International Conference on Numerical Method in Geomechanics. [s.l.]: [s.n.], 1985: 293 - 300.
- [3] 廖红建, 苏立君, 殷建华. 硅藻质软岩的三维弹黏塑性模型分析[J]. 岩土力学, 2004, 25(3), 337 - 341.(LIAO Hongjian, SU Lijun, YIN Jianhua. 3D elastic viscoplastic modeling analysis of a diatomaceous soft rock[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(3): 337 - 341.(in Chinese))
- [4] 范庆忠, 高延法. 软岩蠕变特性及非线性模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(2): 391 - 396.(FAN Qingzhong, GAO Yanfa. Study of the creep properties and nonlinear creep model of soft rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(2): 391 - 396.(in Chinese))
- [5] ZHANG F, YASHIMA A, YE G L, et al. An elastoplastic strain-softening constitutive model for soft rock considering the influence of intermediate stress[J]. Soils and Foundations, 2003, 43(5): 107 - 117.
- [6] NAKAI T, MIHARA Y. A new mechanical quantity for soils and its application to elastoplastic constitutive models[J]. Soils and Foundations, 1984, 24(2): 82 - 94.
- [7] ADACHI T, OGAWA T. Mechanical properties and failure criteria of soft rock[J]. Proceedings of JSCE, 1980, 295: 51 - 62.
- [8] 叶冠林, 张 锋. 堆积软岩的强度及蠕变特性的三轴及平面应变试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(12): 2 403 - 2 410.(YE Guanlin, ZHANG Feng. Experimental study on shear strength and creep behavior of sedimentary soft rock under triaxial and plane-strain conditions[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(12): 2 403 - 2 410.(in Chinese))
- [9] NAKAI T, HINOKIO M. A simple elastoplastic model for normally and over consolidated soils with unified material parameters[J]. Soils and Foundations, 2004, 44(2): 53 - 70.
- [10] HASHIGUCHI K. Constitutive equation of elastoplastic materials with elastoplastic transition[J]. Journal of Applied Mechanics, ASME, 1980, 102(2): 266 - 272.
- [11] 吴顺川, 张晓平, 刘 洋. 基于颗粒元模拟的含软弱夹层类土质边坡变形破坏过程分析[J]. 岩土力学, 2008, 29(11): 2 899 - 2 904.(WU Shunchuan, ZHANG Xiaoping, LIU Yang. Analysis of failure process of similar soil slope with weak intercalated layer based on particle flow simulation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(11): 2 899 - 2 904.(in Chinese))
- [12] 汪成兵, 朱合华. 隧道围岩渐进性破坏机制模型试验方法研究[J]. 铁道工程学报, 2009, (3): 48 - 53.(WANG Chengbing, ZHU Hehua, Study on the test method for progressive failure mechanism of the surrounding rock of tunnel with model[J]. Journal of Railway Engineering Society, 2009, (3): 48 - 53.(in Chinese))
- [13] YASHIMA A, MATSUMOTO A, TANABE K. Slope failure at tunnel entrance due to excavation and its countermeasure[C]// ADACHI T ed. Proceedings of the Modern Tunnelling Science and Technology. Kyoto: Balkema, 2001: 557 - 562.