

基于统一强度理论朗肯土压力的计算研究

张 健^{1, 2}, 胡瑞林¹, 刘海斌³, 王珊珊¹

(1. 中国科学院地质与地球物理研究所 中国科学院工程地质力学重点实验室, 北京 100029; 2. 南阳师范学院 土木建筑工程学院, 河南 南阳 473061; 3. 中国华水水电开发总公司, 北京 100069)

摘要: 采用双剪统一强度理论主应力型表达式和平面应变假设, 首先将挡土墙土压力问题视为平面应变问题, 通过广义虎克定律确定出中主应力 $\sigma_2 = \nu(\sigma_1 + \sigma_3)$, 并根据朗肯土压力分析原理确定出另外一个主应力, 最后结合双剪统一强度理论主应力型表达式分别推导朗肯主动土压力和被动土压力的计算公式。该公式除了引入考虑中主应力影响的系数 b , 还通过广义虎克定律把材料的泊松比 ν 引入朗肯土压力计算公式中。经典的朗肯土压力计算公式仅为该统一解的特例。该统一解可以灵活地运用于各种不同特性填土材料的土压力计算。最后通过一算例讨论不同权系数 b 对计算结果的影响。分析表明: 采用经典的朗肯被动土压力理论所得到的结果是偏小的, 而采用经典的朗肯主动土压力理论所得到的结果是具有一定的安全储备; 双剪统一强度理论可以更好地发挥材料的强度潜力, 可取得一定的经济效益。

关键词: 土力学; 双剪统一强度理论; 朗肯土压力; 平面应变; 泊松比

中图分类号: TU 43

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2010)增 1 - 3169 - 08

CALCULATION STUDY OF RANKINE EARTH PRESSURE BASED ON UNIFIED STRENGTH THEORY

ZHANG Jian^{1, 2}, HU Ruilin¹, LIU Haibin³, WANG Sansan¹

(1. *Key Laboratory of Engineering Geomechanics, Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Science, Beijing 100029, China*; 2. *Department of Civil engineering, Nanyang Normal University, Nanyang, Henan 473061, China*; 3. *China Huashui Hydropower Development Corporation, Beijing 100069, China*)

Abstract: The issue of wall earth pressure will be regarded as problem of plane strain, so intermediate principal stress is calculated by generalized Hook's law in plane strain assumption. The principal stress in accordance with the principle of Rankine earth pressure is determined. On this basis, the formula of Rankine earth pressure is derived when the expression of principal stress in double-shear unified strength theory is used. The weighted coefficient b considering effects of intermediate principal stress and the Poisson's ratio is introduced to the formula. The solution based on classical Rankine active earth pressure theory is a special case of the unified solution. The unified solution can be flexibly used to calculate earth pressure of various filled materials. Finally, an example is given to show the impact of their results in different weighted coefficients b . The analytical shows that the result of classical Rankine passive earth pressure theory is smaller, so it often causes the potential danger. However, the result of classical Rankine active earth pressure theory is larger and has enough safety storage. The potential strength of filling materials is sufficiently developed under the guidance of the double-shear unified strength

收稿日期: 2009 - 04 - 20; **修回日期:** 2009 - 07 - 15

基金项目: 中科院知识创新重要方向性项目(KZCXZ - YW - 113); 中国地质调查局地调项目(1212010814005); 南阳师范学院高层次人才项目资助(2006)

作者简介: 张 健(1980 -), 男, 2006 年毕业于长安大学地质工程专业, 现为博士研究生, 主要从事边坡及土力学方面的研究工作。E-mail: zhangjian9945016@126.com

theory, so some economic benefits can be obtained.

Key words: soil mechanics; double-shear unified strength theory; Rankine earth pressure; plane strain; Poisson's ratio

1 引言

经典的土压力理论由于它是基于 M-C 强度准则得出的, 没有考虑中主应力对强度的影响。双剪统一强度理论提出后, 一些学者把双剪统一强度理论引入土压力计算中, 考虑了中主应力对土压力计算结果影响作用, 扩展了其应用范围。

高江平等^[1, 2]在双剪统一强度理论的基础上通过计算平衡拱面积和滑裂体体积推导了主动土压力公式, 还导出了按能量理论计算挡土墙主、被动土压力的公式。范文等^[3]根据土压力上限理论和多三角形破坏机构的计算原理推导了基于双剪统一强度理论的土压力公式。上述都是通过双剪统一强度理论公式 $c_t = \frac{2(1+b)c_0 \cos \varphi_0}{2+b(1+\sin \varphi_0)} \frac{1}{\cos \varphi_t}$ 和 $\varphi_t = \arcsin$

$\left[\frac{b(1-m) + (2+b+bm) \sin \varphi_0}{2+b(1+\sin \varphi_0)} \right]$ 将 M-C 强度准则下

的抗剪强度参数 c_0 , φ_0 转化为双剪统一强度理论的抗剪强度参数 c_t , φ_t , 其中中间主剪应力系数 b 考虑了中主应力的影响。该方法的运用较为简单, 具有一定的普遍性。因为它可以通过上述 2 个表达式把传统 M-C 强度准则抗剪强度参数 c_0 , φ_0 转化为双剪统一强度理论下的强度参数 c_t , φ_t 。所以它可以运用到一切与传统 M-C 强度准则抗剪强度参数 c_0 , φ_0 相关的岩土工程上来。谢群丹等^[4-6]分别把中主应力假设为 $\sigma_2 = K\sigma_1$ 、 $\sigma_2 = \sqrt{\sigma_1\sigma_3}$ 、 $\sigma_2 = \frac{m}{2}(\sigma_1 +$

$\sigma_3)$, 利用双剪统一强度理论主应力型表达式和朗肯土压力分析原理提出了新的土压力计算方法。该方法关键是需要对挡土墙后面填土取土体微元进行应力分析, 确定出 3 个主应力中的 2 个, 然后结合双剪统一强度理论主应力型表达式求解另外一个主应力。但是, 该方法在应力分析过程中往往较难确定合适的中间主应力。

本文将挡土墙土压力问题视为平面应变问题, 通过广义虎克定律确定出中主应力 $\sigma_2 = \nu(\sigma_1 + \sigma_3)$, 并根据朗肯土压力分析原理确定出另外一个主应

力, 结合双剪统一强度理论主应力型表达式分别推导了朗肯主动土压力和被动土压力的计算公式。该公式除了引入考虑中主应力影响的系数 b , 还通过广义虎克定律把材料的泊松比 ν 引入了朗肯土压力计算公式中, 从另一个角度探讨朗肯土压力理论的计算方法。经典的朗肯土压力计算公式只是本文计算公式的特例, 最后通过算例分析了权系数 b 的影响作用。

2 双剪统一强度理论

M. H. Yu 等^[7-9]的双剪统一强度理论以双剪单元体为力学模型, 考虑作用于双剪单元体上的全部应力分量以及它们对材料破坏的不同影响而建立的一个新的强度理论, 充分考虑了中间主应力 σ_2 在不同应力条件下对材料屈服或破坏的影响。

三轴应力状态下的强度极限线如图 1 所示。一般情况下, 双剪统一强度理论的极限面为一以静水应力为轴心的不等边锥体。 b 实际上也是一个选用不同强度准则的参数, 当 $0 \leq b \leq 1$ 时, 极限面均为外凸的, 在 $b = 0$ 或 $b = 1$ 两种情况下, 十二边形简化为不等变形锥体, 在 $b < 0$ 或 $b > 1$ 的情况下, 则为非凸极限面。理论上已经证明, M-C 强度准则和双剪强度准则分别界定了外凸型强度准则的下限和上限。统一强度准则具有多种数学表达式, 在岩土力学和工程中, 压应力为正、拉应力为负, 则其主应力型的表达式为

$$F = \sigma_1 - \frac{\alpha(b\sigma_2 + \sigma_3)}{1+b} = \sigma_t \left(\sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1+\alpha} \right) \quad (1a)$$

$$F' = \frac{1}{1+b}(\sigma_1 + b\sigma_2) - \alpha\sigma_3 = \sigma_t \left(\sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1+\alpha} \right) \quad (1b)$$

其中,

$$\alpha = \frac{\sigma_t}{\sigma_c} = \frac{1 + \sin \varphi_0}{1 - \sin \varphi_0} \quad (1c)$$

$$\sigma_t = \frac{2c_0 \cos \varphi_0}{1 - \sin \varphi_0} \quad (1d)$$

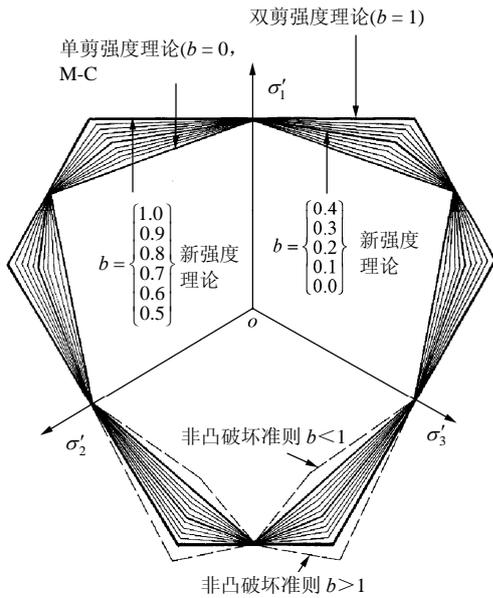


图 1 统一强度理论在三轴应力状态下的强度极限线
Fig.1 Strength limiting lines of the unified strength theory under triaxial stress states

式中: b 为反映中间主剪应力的系数, 因为岩土类材料极限面一般为外凸形, 所以 b 的取值为 $0 \leq b \leq 1$; σ_1 为拉伸强度极限; α 为材料拉压强度比; σ_c 为抗压强度极限。

将式(1c), (1d)代入式(1a), (1b), 得出用 c_0 和 φ_0 表示的双剪统一强度理论为

$$\sigma_1(1 - \sin \varphi_0) - \frac{b\sigma_2 + \sigma_3}{1+b}(1 + \sin \varphi_0) = 2c_0 \cos \varphi_0$$

$$\left(\sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \varphi_0 \right) \quad (2)$$

$$\frac{\sigma_1 + b\sigma_2}{1+b}(1 - \sin \varphi_0) - \sigma_3(1 + \sin \varphi_0) = 2c_0 \cos \varphi_0$$

$$\left(\sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \varphi_0 \right) \quad (3)$$

整理式(2), (3), 可得

$$\sigma_3 = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) (1+b)\sigma_1 - b\sigma_2 - 2(1+b) \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) c_0$$

$$\left(\sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \varphi_0 \right) \quad (4)$$

$$\sigma_3 = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) \frac{b\sigma_2 + \sigma_1}{1+b} - 2 \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) c_0$$

$$\left(\sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \varphi_0 \right) \quad (5)$$

3 理论分析模型

朗肯研究自重应力作用下, 半无限土体内各点的应力从弹性平衡状态发展为极限平衡状态的条件, 提出了朗肯土压力理论。假设墙背垂直、光滑、墙后填土面水平, 如图 2 所示。现分析紧靠挡土墙面的土中任意 z 深度处土微元体的状态。

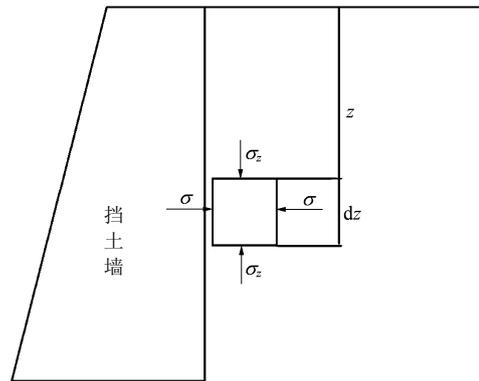


图 2 土体中某点的应力状态
Fig.2 Stress state of a point in soil

当土体静止不动时, 土微元体的应力 $\sigma_z = \gamma z$ 。(其中, γ 为土的容重, z 为计算点的深度)当挡土墙向外时, 水平应力 σ 不断减小, 而竖直应力 σ_z 保持不变, 直至土单元达到主动极限平衡状态, 这时的 σ 值即为主动土压力 p_a 强度。同样地, 当挡土墙向里移动时, 水平应力 σ 不断增大, 而竖直应力 σ_z 保持不变, 直至达到被动极限平衡状态, 这时的 σ 值即为被动土压力 p_p 强度。

岩土体在弹性限度内进行强度分析时, 中间主应力可以通过广义虎克定律来确定。把该计算模型可视为平面应变问题进行研究, 假设挡土墙横截面为 xz 平面, 那么垂直于挡土墙横截面的方向为 y 方向, 由平面应变问题的弹性解答可知:

$$\varepsilon_y = 0 \quad (6)$$

由广义胡克定律知:

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)] \quad (7)$$

式中: ν 为填土材料的泊松比, $0 < \nu < 0.5$ 。

联立式(4)和(5)可得

$$\sigma_y = \nu(\sigma_z + \sigma_x) \quad (8)$$

在 xz 平面上一点应力状态有 $\sigma_z + \sigma_x = \sigma_1 + \sigma_3$, 所以假设中间主应力为

$$\sigma_2 = \nu(\sigma_1 + \sigma_3) \tag{9}$$

把式(9)代入式(4), (5)可得

$$\begin{aligned} \sigma_3(1 + \nu b) &= \sigma_1 \left[(1 + b) \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) - \nu b \right] - \\ &2c_0(1 + b) \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) \\ (\sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \varphi_0) \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} \sigma_3 \left[1 + b - \nu b \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) \right] &= \sigma_1(1 + \nu b) \cdot \\ \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) - 2c_0(1 + b) \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) \\ \left(\sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \varphi_0 \right) \end{aligned} \tag{11}$$

4 中主应力第一种情况时的朗肯土压力公式推导

4.1 主动土压力公式推导

当土单元进入主动极限平衡状态时, 可知:

$$\sigma_1 = \sigma_z = \gamma z \tag{12}$$

$$\sigma_2 = \nu(\sigma_1 + \sigma_3) \tag{13}$$

将式(12), (13)代入式(11), 可得朗肯主动土压力强度为

$$\begin{aligned} p_a = \sigma_3 = \gamma z \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) \cdot \\ \frac{1 + \nu b}{1 + b - \nu b \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right)} - \\ 2c_0 \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) \frac{(1 + b)}{1 + b - \nu b \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right)} \end{aligned} \tag{14}$$

令 $k_a = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right)$, 即为朗肯主动土压力系数, 则式(14)可写为

$$p_a = \sigma_3 = \gamma z k_a \frac{1 + \nu b}{1 + b - \nu b \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right)} -$$

$$2c_0 \sqrt{k_a} \frac{(1 + b)}{1 + b - \nu b \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right)} \tag{15}$$

当 $b = 0$ 时: $p_a = \gamma z k_a - 2c_0 \sqrt{k_a}$ 。通过式(15)和经典朗肯主动土压力强度公式对比可知: 分别在 2 个分项上多了 2 个系数 $\frac{1 + \nu b}{1 + b - \nu b \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right)}$ 和 $\frac{1 + b}{1 + b - \nu b \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right)}$ 。

由式(15)可知主动土压力由两部分组成, 黏聚力 c 的存在减少了作用在墙上的土压力, 并且在墙上部形成一个负侧压力区(拉应力区), 由于墙背与填土在很小的拉应力下就会脱开, 该区域的土中会出现拉裂缝, 在计算作用在墙背上的主动土压力时应略去这部分负侧压力。此时, 由土压力为 0 的条件可计算受拉区的高度 z_0 :

$$z_0 = \frac{2c_0(1 + b)}{(1 + \nu b)\gamma \sqrt{k_a}} \quad (p_a = 0) \tag{16}$$

在设计挡土墙时, 首先要利用判别式判断挡土墙的高度 H 是否大于 z_0 , 若 $H > z_0$, 则要计算朗肯主动土压力; 若 $H \leq z_0$, 则不必进行土压力计算, 这时的挡土墙只需按构造要求设计即可。

p_a 作用方向垂直于墙背, 沿墙高呈三角形分布。若墙高为 H , 则单位墙长度上朗肯主动土压力为

$$\begin{aligned} E_a = \frac{1}{2} P_a (H - z_0) = \frac{1}{2} \gamma H^2 k_a \cdot \\ \frac{1 + \nu b}{1 + b - \nu b \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right)} - \\ \frac{2c_0 H \sqrt{k_a} (1 + b)}{1 + b - \nu b \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right)} + \frac{2c_0^2}{\gamma} \cdot \\ \frac{(1 + b)^2}{\left[1 + b - \nu b \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) \right] (1 + \nu b)} \end{aligned} \tag{17}$$

E_a 的作用方向垂直于墙背, 其作用点在距墙底 $\frac{H - z_0}{3}$ 处。当 $b = 0$ 时:

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 k_a - 2cH\sqrt{k_a} + \frac{2c^2}{\gamma} \quad (18)$$

式(18)为经典朗肯主动土压力计算公式。

整理(17)可得

$$E_a = \left\{ \left[H - \frac{2(1+b)c_0}{\gamma(1+vb)\tan\left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2}\right)} \right]^2 + \frac{[4c_0^2(1+b)^2] \left[1 - \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2}\right) \right]}{\gamma^2(1+vb)^2 \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2}\right)} \right\} \cdot \left\{ \frac{\gamma(1+vb)^2 \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2}\right)}{2 \left[1 + b - vb \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2}\right) \right]} \right\} \quad (19)$$

当 $H = \frac{2(1+b)c_0}{\gamma(1+vb)\tan\left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2}\right)}$ 时, E_a 取得最小

值。

4.2 被动土压力公式推导

当土单元进入被动极限平衡状态时, 可知:

$$\sigma_2 = \nu(\sigma_1 + \sigma_3) \quad (20)$$

$$\sigma_3 = \gamma z \quad (21)$$

将式(20), (21)代式(11), 可得朗肯被动土压力强度:

$$p_p = \sigma_1 = \left\{ \sigma_3 \left[1 + b - vb \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2}\right) \right] + 2c_0 \cdot \tan\left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2}\right)(1+b) \right\} / \left[\tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2}\right)(1+vb) \right] = \gamma z \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right) \frac{[1 + b - vb \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2}\right)]}{1 + vb} + 2c_0 \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right) \frac{1+b}{1+vb} \quad (22)$$

令 $k_p = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right)$ 即为朗肯被动土压力系

数。当 $b=0$ 时: $P_p = \gamma z k_p + 2c_0\sqrt{k_p}$; P_p 的作用方向垂直于墙背, 沿墙高呈三角形分布。若墙高为 H , 则单位墙长度上朗肯被动土压力为

$$E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 k_p \cdot$$

$$\left[\frac{1 + b - vb \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2}\right)}{1 + vb} \right] + 2c_0 H \sqrt{k_p} \frac{1+b}{1+vb} \quad (23)$$

E_p 的作用方向垂直于墙背, 其作用点在距墙底 $\frac{H}{3}$ 处。当 $b=0$ 时: $E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right) + 2c_0 H \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right)$ 即为经典朗肯被动土压力计算公式。

5 中间主应力第二种情况时的朗肯土压力公式推导

5.1 主动土压力公式推导

将式(12), (13)代入式(10), 可得朗肯主动土压力强度:

$$p_a = \sigma_3 = \gamma z \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2}\right).$$

$$\frac{1 + b - vb \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right)}{1 + vb} - 2c_0 \tan\left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2}\right) \frac{1+b}{1+vb} \quad (24)$$

令 $k_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2}\right)$ 即为朗肯主动土压力系数。

$$p_a = \gamma z k_a \frac{1 + b - vb \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right)}{1 + vb} - 2c_0 \sqrt{k_a} \frac{1+vb}{1+b} \quad (25)$$

当 $b=0$ 时: $p_a = \sigma_3 = \gamma z k_a - 2c_0\sqrt{k_a}$ 即为经典朗肯主动土压力强度公式。

由式(15)计算受拉区的高度 z_0 :

$$z_0 = \frac{2c_0(1+b)}{\left[1 + vb - \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right) \right] \gamma \sqrt{k_a}} \quad (p_a = 0) \quad (26)$$

则朗肯主动土压力为

$$E_a = \frac{1}{2} P_a (H - z_0) = \frac{1}{2} \gamma H^2 k_a \frac{1 + b - vb \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right)}{1 + vb} - \frac{2c_0 H \sqrt{k_a} (1+b)}{1 + vb} +$$

$$\frac{2c_0^2}{\gamma} \frac{(1+b)^2}{\left[1+b-\nu b \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right)\right](1+\nu b)} \quad (27)$$

E_a 的作用方向垂直于墙背，其作用点在距墙底 $\frac{H-z_0}{3}$ 处。当 $b=0$ 时： $E_a = \frac{1}{2}\gamma H^2 k_a - 2c_0 H \sqrt{k_a} + \frac{2c^2}{\gamma}$ 即为经典朗肯主动土压力计算公式。

同理可得：当 $H = [2(1+b)c_0] / \gamma \left[1 + \nu b - \nu b \cdot \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right)\right] \tan\left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2}\right)$ 时， E_a 取得最小值。

5.2 被动土压力公式推导

将式(18)，(19)代入式(10)，可得朗肯被动土压力强度：

$$p_p = \sigma_1 = \gamma z \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right) \cdot \frac{1+\nu b}{1+b-\nu b \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right)} + 2c_0 \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right) \cdot \frac{1+b}{1+b-\nu b \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right)} \quad (28)$$

令 $k_p = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right)$ 即为朗肯被动土压力系数。当 $b=0$ 时： $p_p = \gamma z k_p + 2c_0 \sqrt{k_p}$ 即为经典朗肯被动土压力强度公式。

p_p 的作用方向垂直于墙背，沿墙高呈三角形分布。若墙高为 H ，则朗肯被动土压力为

$$E_p = \frac{1}{2}\gamma H^2 k_p \frac{1+\nu b}{1+b-\nu b \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right)} + 2c_0 H \sqrt{k_p} \frac{1+b}{1+b-\nu b \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right)} \quad (28)$$

E_p 的作用方向垂直于墙背，其作用点在距墙底 $\frac{H}{3}$ 处。当 $b=0$ 时： $E_p = \frac{1}{2}\gamma H^2 \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right) + 2c_0 H \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right)$ 即为经典朗肯被动土压力计算公式

6 算例与分析

已知挡土墙及填土参数：土重度为 18 kN/m^3 ；内摩擦角 $\varphi = 30^\circ$ ，黏聚力 $c = 10$ ，泊松比 $\nu = 1/3$ 。试根据双剪统一强度理论确定不同 b 值和 H 值条件下朗肯土压力强度 E_a ， P_p 的值。计算结果如表 1~3，图 3，4 所示。

表 1 不同 b 值下 z_0 值
Table 1 Values of z_0 with different values of b

$b = 0.00$	$b = 0.25$	$b = 0.50$	$b = 0.75$	$b = 1.00$
1.93	2.22	2.48	2.70	2.89

表 2 不同 H 与 b 值条件下的 p_a 值
Table 2 Values of p_a with different values of b and H

H/m	P_a/kPa				
	$b = 0.00$	$b = 0.25$	$b = 0.50$	$b = 0.75$	$b = 1.00$
3.00	18.10	16.64	15.83	15.58	15.55
3.25	21.12	19.09	17.88	17.35	17.10
3.50	24.52	21.88	20.23	19.39	18.91
3.75	28.29	25.00	22.88	21.72	20.99
4.00	32.43	28.45	25.83	24.33	23.33
4.25	36.95	32.23	29.09	27.22	25.94
4.50	41.85	36.35	32.65	30.39	28.81
4.75	47.12	40.80	36.51	33.85	31.95
5.00	52.76	45.58	40.67	37.58	35.35

表 3 不同 H 与 b 值条件下的 p_p 值
Table 3 Values of p_p with different values of H and b

H/m	P_p/kPa				
	$b = 0.00$	$b = 0.25$	$b = 0.50$	$b = 0.75$	$b = 1.00$
3.00	61.62	70.38	77.88	85.89	90.24
3.25	69.19	78.99	87.38	96.43	101.21
3.50	77.14	88.03	97.35	107.49	112.72
3.75	85.46	97.48	107.78	119.06	124.75
4.00	94.16	107.36	118.68	131.16	137.32
4.25	103.23	117.66	130.04	143.78	150.42
4.50	112.68	128.39	141.86	156.92	164.05
4.75	122.50	139.53	154.15	170.57	178.21
5.00	132.70	151.10	166.90	184.75	192.90

由以表 1~3，图 3，4 可得： E_a 和 E_p 随着 H

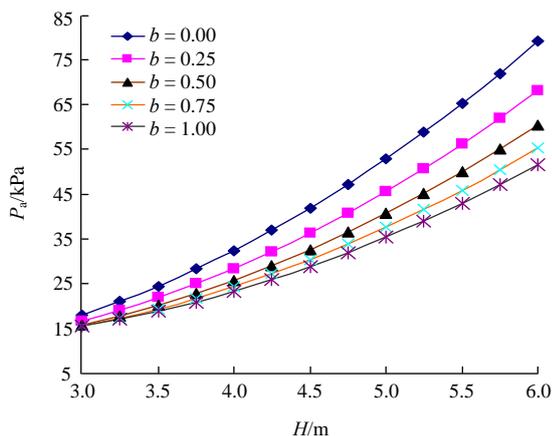


图 3 不同 H 与 b 值条件下的 p_a 值
Fig.3 Values of p_a with different values of b and H

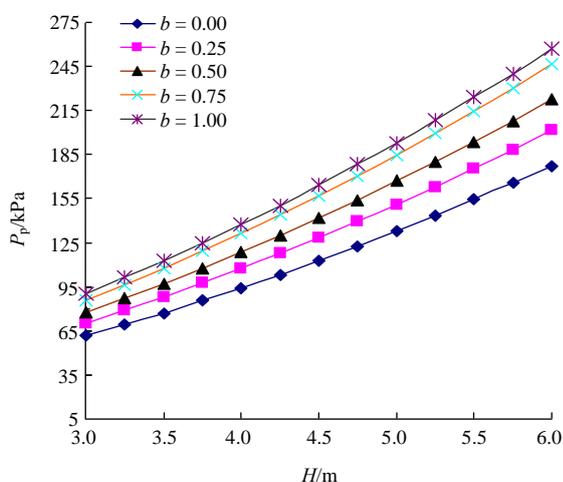


图 4 不同 H 与 b 值条件下的 p_p 值
Fig.4 Values of p_p with different values of b and H

值的增大而增大, 随着 b 值的增大, 曲线变得越陡峭。说明 b 值越大, 对结果影响越大。同一 H 值下, b 值对 E_a 影响最大约为 50%。同一 H 值下, b 值对 E_p 影响约最大约为 40%。

对以上结果分析表明: 在朗肯土压力计算中, 采用经典的朗肯主动土压力理论所得到的结果往往是偏大的, 最大可偏大约 50%, 具有一定的安全储备。在朗肯土压力计算中, 采用经典的朗肯被动土压力理论所得到的结果往往是偏小的, 最大偏小约为 40%。

7 结 论

(1) 本文将挡土墙土压力问题视为平面应变问题, 通过广义虎克定律确定出中主应力 $\sigma_2 = \nu(\sigma_1 +$

$\sigma_3)$, 并结合朗肯土压力原理和双剪统一强度理论主应力型表达式推导了朗肯主动土压力和被动土压力的计算公式。该公式除了引入考虑中主应力影响的系数 b , 可以适用于各种不同特性的岩土材料, 经典朗肯土压力理论可看作该公式的一个特例。

(2) 在实际中, 由朗肯土压力公式所得主动土压力值通常都较实测值偏大, 原因就是没有考虑中间主应力的影响, 中间主应力对朗肯土压力的影响是有一定影响的。统一强度理论可以比传统的 M-C 强度理论更好地发挥材料的强度潜力。算例分析表明它可以更好地发挥材料的强度潜力达 20%~50%, 可产生一定经济效益。

(3) $b = 0$ 对应于 Coulomb 强度准则, 中间主应力对强度没有影响; $b = 1$ 对应于双剪统一强度理论, 中间主应力对强度的影响与最小主应力等同。这 2 个极限情形就是图 1 外凸强度准则极限面的内外边界。该公式的应用首先应选取合理的 b 值, 从而确定出合适的本构模型。而参数 b 可利用真三轴试验结果进行确定。

参考文献(References):

- [1] 高江平, 俞茂宏. 双剪统一强度理论在空间主动土压力计算中的应用[J]. 西安建筑科技大学学报, 2006, 38(1): 93 - 99.(GAO Jiangping, YU Maohong. Application of the twin-shear unified theory in the space earth pressure computation[J]. Journal of Xi'an University of Architecture and Technology, 2006, 38(1): 93 - 99.(in Chinese))
- [2] 高江平, 刘元烈, 俞茂宏. 统一强度理论在挡土墙土压力计算中的应用[J]. 西安交通大学学报, 2006, 40(3): 359 - 364.(GAO Jiangping, LIU Yuanlie, YU Maohong. Unified strength theory with applications to earth pressure[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2006, 40(3): 359 - 364.(in Chinese))
- [3] 范 文, 沈珠江, 俞茂宏. 基于统一强度理论的土压力极限上限分析[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(10): 1 147 - 1 153.(FAN Wen, SHENG Zhujiang, YU Maohong. Upper-bound limit analysis of earth pressure based on unified strength theory[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 27(10): 1 147 - 1 153.(in Chinese))
- [4] 谢群丹, 刘 杰, 何 杰. 双剪统一强度理论在土压力计算中的

- 应用[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(3): 343 - 345.(XIE Qundan, LIU Jie, HE Jie. The application of the double-shear unified strength theory[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, 25(3): 343 - 345.(in Chinese))
- [5] 路德春, 张在明, 杜修力, 等. 平面应变条件下的极限土压力[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(2): 3 354 - 3 359.(LU Dechun, ZHANG Zaiming, DU Xiuli, et al. Limit earth pressure under plane Strain condition[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(2): 3 354 - 3 359.(in Chinese))
- [6] 陈秋南, 张永兴, 周小平. 三向应力作用下的朗金被动土压力公式[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(5): 880 - 882.(CHEN Qiunan, ZHANG Yongxing, ZHOU Xiaoping. Formula of Rankine Passive earth pressure under triaxial compressive loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(5): 880 - 882.(in Chinese))
- [7] YU M H. Generalized plasticity[M]. Berlin: Springer, 2006.
- [8] YU M H. Advances in strength theories for materials under complex stress state in the 20th Century[J]. Applied Mechanics Reviews, 2002, 55(3): 169 - 218.
- [9] 俞茂宏, 咎月稳, 范 文. 20 世纪岩石强度理论的发展[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(5): 545 - 550.(YU Maohong, ZAN Yuewen, FAN Wen. Advances in strength theory of rock in the 20th century[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2000, 19(5): 545 - 550.(in Chinese))
- [10] YU M H. Advances in strength theory of material under complex stress in the 20th century[J]. Applied Mechanics Reviews, 2002, 55(3): 169 - 218.(in Chinese))
- [11] 陈灯红, 彭 刚, 陈高峰, 等. 龙滩重力坝 21 坝段及引水道三维结构分析研究[J]. 三峡大学学报(自然科学版), 2007, 30(2): 16 - 19.(CHEN Denghong, PENG Gang, CHEN Gaofeng, et al. 3D structural analysis and research on diversion waterway of 21st monolith of Longtan Gravity Dam[J]. Journal of China Three Gorges University(Natural Science), 2007, 30(2): 16 - 19.(in Chinese))
- [12] 范 文. 基于统一强度理论的地基极限承载力公式[J]. 岩土力学, 2005, 26(10): 1 617 - 1 622.(FAN Wen. Formula of ultimate bearing capacity of shallow foundation based on unified strength theory[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(10): 1 617 - 1 622.(in Chinese))