

裂纹线场分析方法在岩石力学中的应用

王 成

(重庆交通 大学土木建筑学院, 重庆 400074)

摘要: 将岩体破坏主控结构面上的裂纹视为共线等间距裂纹, 利用裂纹线上的合理条件将共线裂纹受压剪应力的问题简化为有限宽岩体内含有一条裂纹受压剪应力的问题; 把岩体材料的屈服准则作为求解该问题的基本方程, 运用线场分析方法在裂纹线附近区域得到弹塑性解析解。分析裂纹面闭合所产生的裂纹面上的摩擦强度对裂纹线附近应力场的影响, 通过在裂纹线上提出的合理条件和弹塑性应力场在其边界上的匹配条件, 得出裂纹线上塑性区范围与压剪荷载的关系, 并获得岩体沿主控结构面的裂纹贯通破坏的强度准则。通过与试验结果的对比分析后发现所提出理论是合理的, 研究结果可为岩体断裂力学的发展提供有力依据。

关键词: 岩石力学; 裂纹面摩擦强度; 共线裂纹; 裂纹线; 线场分析方法; 弹塑性材料

中图分类号: TU 45

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2010)增1 - 3254 - 05

APPLICATION OF ANALYTICAL METHOD OF CRACK LINE FIELDS TO ROCK MECHANICS

WANG Cheng

(School of Civil Engineering and Architecture, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: The fractures of rock mass in engineering are originated from the cracks located in it, and the solution to stress fields in multi-crack body is one of the most difficult problems in fracture mechanics. The cracks on main-controlled surface in rock mass damage are regarded as uniformly-spaced collinear cracks. When the reasonable equations on crack line are applied, the problems of collinear multi-crack loaded by shearing-compressive stresses are simplified as the issues of a crack in finite-dimension rock. The methodology to solve this problem is yielding criterion of rock mass material. An analytic solution near the crack line in an elastic-perfectly plastic rock mass is obtained, when the line field analysis method is applied. The influence of frictional strength on crack surface towards the shearing-compressive stresses is analyzed, which results from closure of crack surfaces on the stress fields. By proposing the reasonable equations on the crack line and the matching conditions of the elastoplastic stress fields at their boundaries, the relations between the length of plastic zone on the crack line and shearing-compressive stresses are obtained. Also, the failure criterion of the rock mass with collinear cracks along the main-controlled surface is yielded. The correctness of the analysis method is verified by the experimental results of a model test. The study serves as an important basis for the development of rock mass fracture mechanics.

Key words: rock mechanics; frictional strength of crack surface; collinear cracks; crack line; line field analysis method; elastoplastic materials

收稿日期: 2009 - 12 - 22; **修回日期:** 2010 - 03 - 23

作者简介: 王 成(1962 -), 男, 博士, 1983年毕业于西南师范学院物理系理论物理专业, 现任教授, 主要从事岩土工程方面的教学与研究工作。
E-mail: wch62@qq.com

1 引 言

人类工程活动无不在地表开挖岩体和利用岩体,地表浅层岩体充满着极其丰富的裂纹,而这些岩体又常常是各种重要建筑物的地基,山地城市和水利水电工程建筑更是如此。目前人们对建筑物安全以及地基稳定性问题十分关注,自然山体滑坡、地基开挖形成滑坡以及滑坡治理等是人们长期研究的岩土工程课题。岩体失稳破坏的力学机制分析应该研究岩体内部裂纹的发生和发展,早在 20 世纪 60 年代人们将金属材料断裂力学引入到岩石断裂问题的研究,由于岩石材料的本性与金属材料不同,使岩体断裂问题的研究至今没有得到成熟一致的结论。事实上,岩体压剪断裂问题在水利工程建设、地基抗震问题研究以及矿山岩体破坏中的重要性已引起人们的普遍关注,目前国内外已开展了有关岩体压剪断裂的初步研究,并在压剪断裂判据等方面取得了进展^[1~4],岩体内的裂纹在外荷载作用下裂纹端部应力集中使裂纹不断扩展,会导致裂纹间的相互贯通,最终形成使岩体失稳破坏的主控结构面,这对岩体的稳定性产生不利影响。目前多数研究者认为压剪断裂破坏问题是由平行于最大压应力方向扩展的张性裂纹相互贯通引起的,而对于贯通的过程却无法做出合理的解释。另外,岩体断裂问题的理论研究还很不成熟,就是发展比较完善的金属材料断裂力学,含有 2 条以上的裂纹构件的应力场解析解也还没有求出,而岩体材料包含的裂纹更复杂。因此,对于工程岩体的断裂问题,首先应该研究岩体失稳破坏主控结构面上的共线裂纹问题。

裂纹线场分析方法最早由 J. D. Achenbach 和 Z. L. Li^[5]提出,Z. J. Yi 等^[6, 7]在此基础上做了新的发展,裂纹线方法只针对裂纹线上的应力场或位移场求解,可以将求解弹塑性问题的偏微分方程转化为常微分方程而获得解析解,该解析解在裂纹线上是足够精确的。对于一些典型断裂力学问题的应力强度因子,采用裂纹线方法可以得到简单的精确解^[7],但一些近年出版的断裂力学专著^[8]还是沿用几十年的应力强度因子近似解。说明裂纹线方法还未得到推广使用。对于裂纹面受有集中力的一类断裂力学问题,C. Wang 等^[9, 10]做了求解,并研究了其承载

力问题。周小平等^[11~14]对同一问题的其他情况也完成了求解。而裂纹线场分析方法应用于岩石断裂问题的研究是王 成等^[15, 16]提出的,周小平等^[12, 17]对同一问题也进行了研究。王 成^[18]针对层状岩体断裂破坏的锚固问题给出了断裂力学解释。对于复杂的岩体断裂问题研究还远未达到满意的程度,目前,这一问题的研究还很少,有待于进一步探索和推进。本文将描述岩石材料破坏特性的莫尔-库仑准则作为求解岩体裂纹扩展断裂问题的基本方程,重点考虑裂纹面受压剪作用下的摩擦强度对裂纹线附近应力场的影响,对岩体内主控结构面的共线裂纹在压剪荷载作用下利用线场分析方法求解裂纹线附近的弹塑性应力场,并以此为基础进一步探索岩体裂纹受压剪断裂的破坏机制和扩展破坏规律。岩体材料的破坏机制和破坏规律理论上很不完善,裂纹线场分析方法是十多年前针对金属材料断裂力学问题提出并发展起来的一种有效分析方法,在岩石力学中的应用还处于探索阶段,需努力开展研究。

2 求解塑性应力场的基本方程

如图 1 所示,设岩体内有一组共线裂纹,求解裂纹尖端附近应力场。为了求得这一问题的弹塑性解答,根据断裂力学^[19]中的近似做法,将该问题简化为含有一条裂纹的有限宽岩体的受力问题,如图 2 所示。对于无限宽岩体内含有一条裂纹在远处受压剪应力场作用的问题已有解答^[15]。有限宽岩体内含有一条裂纹的情况,求解裂纹线附近的塑性应力场问题,其基本方程仍为平衡方程和屈服条件,即

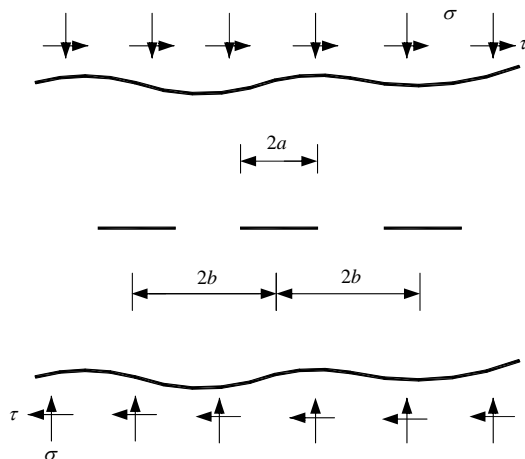


图1 岩体内的一组共线裂纹

Fig.1 A set of collinear cracks in rock mass

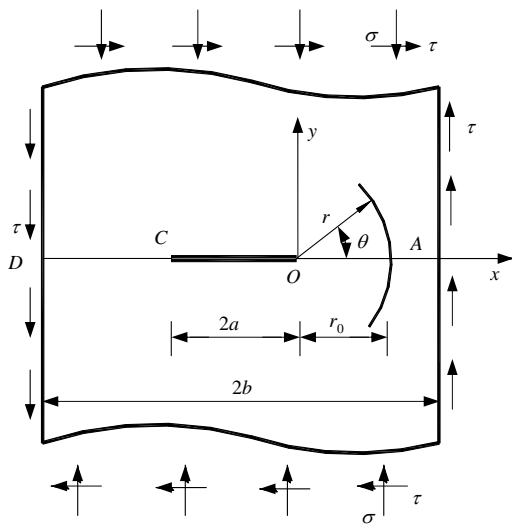


图2 有限宽岩体内一条裂纹

Fig.2 A crack in finite-dimension rock mass

(1) 平衡方程:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (1a)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \quad (1b)$$

(2) Mohr-Coulomb 屈服条件:

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = [2c \cos \varphi + (\sigma_x + \sigma_y) \sin \varphi]^2 \quad (2)$$

式中: c , φ 分别为岩石材料的黏聚力和内摩擦角。

3 裂纹线附近的弹塑性应力场

3.1 裂纹线附近的塑性应力场

按照线弹性断裂力学的结果, 在裂纹尖端应力为无穷大, 即具有奇异性, 而在弹塑性断裂力学中, 尖端应力达到某一值材料即进入屈服, 实际上不再具有奇异性。然而, 若干年来为了获得裂纹问题的弹塑性解答, 常常需做出小范围屈服假定^[8, 19], 由此得到的弹塑性解在裂纹尖端仍然存在奇异性, 这是不合理的, 应该寻求更好的方法求解, 裂纹线方法能够解决裂尖应力奇异问题。

通常, 由上述基本方程求解裂纹尖端附近塑性区应力场的全场解需要求解由平衡方程和屈服条件组成的偏微分方程组, 其解析解很难求出。但从裂纹本身及其附近应力场特点分析可知, 荷载相对于裂纹面及其沿裂纹的延长线一般都具有对称性或反对称性的特点, 而且裂纹扩展破坏也必将从裂纹尖

端开始, 裂纹尖端附近的应力场十分关键, 因此, 求解裂纹线上的应力场是很重要的。

对于裂纹线附近的塑性应力场的求解, 基本思路是将各应力场分量按小 $y(y/x \ll 1)$ 的幂级数展开, 并略去 y 的高阶项后代入平衡方程式(1)和相应的屈服条件式(2), 得到一组常微分方程, 即将求解偏微分方程组的问题转化为求解常微分方程组的问题, 求解这组常微分方程得到裂纹线附近的塑性应力 σ_x^p , σ_y^p 和 τ_{xy}^p , 具体的求解过程和表达式见有关研究成果^[15]。

3.2 裂纹线附近的弹性应力场

对于无限宽岩体内的一条裂纹受压剪应力作用求解弹性应力场的问题, 采用复变函数解法, 选取 Westergaard 应力函数, 可以按经典方法求得其应力场^[7]。对于图2所示有限宽岩体在远处受压剪应力作用的问题, 满足所有边界条件的弹性应力场不能得到, 但是经研究这一问题仍可采用有关方法^[7], 认为有限宽岩体在裂纹线附近的弹性应力场在无限宽岩体应力场基础上引入2个待定参数^[6], 即

$$\sigma_x^e = \sigma - \frac{1}{\sqrt{r(2a+r)}} \left[(a+r)M + \frac{3a^2}{2a+r} N\theta \right] \quad (3a)$$

$$\sigma_y^e = -\frac{1}{\sqrt{r(2a+r)}} \left[(a+r)M - \frac{a^2}{2a+r} N\theta \right] \quad (3b)$$

$$\tau_{xy}^e = \frac{1}{\sqrt{r(2a+r)}} \left[(a+r)N - \frac{a^2}{2a+r} M\theta \right] \quad (3c)$$

式中: M 和 N 分别为与岩体和裂纹尺寸 $2b$, $2a$ 以及压剪应力场大小等有关的待定参数, 将由裂纹面上提出的有限宽岩体所满足的合理条件确定。

有限宽岩体裂纹面的合理条件可以这样来建立, 在如图2中沿裂纹线 AO 和 CD 将有限宽岩体分为两部分, 考虑任意一部分的静力平衡, 有

$$2a\sigma + 2q_0r_0 - 2 \int_{r_0}^{b-a} (\sigma_y^e)_{\theta=0^\circ} dr = 2b\sigma \quad (4)$$

$$2a(c_j + \sigma \tan \varphi_j) + 2s_0r_0 + 2 \int_{r_0}^{b-a} (\tau_{xy}^e)_{\theta=0^\circ} dr = 2br \quad (5)$$

式中: c_j , φ_j 分别为裂纹面的黏聚力和内摩擦角。

将式(3)代入式(4), (5)可解出2个待定参数:

$$M = \frac{q_0r_0 - (b-a)\sigma}{\sqrt{b^2 - a^2} - \sqrt{r_0(2a+r_0)}} \quad (6)$$

$$N = \frac{b\tau - s_0 r_0 - a(c_j + \sigma \tan \varphi_j)}{\sqrt{b^2 - a^2} - \sqrt{r_0(2a + r_0)}} \quad (7)$$

将式(6)和(7)代入式(3)即得到既满足裂纹面边界条件又满足远场荷载边界条件的弹性应力场。从式(3), (6)和(7)可以看出, 考虑裂纹面的摩擦强度后, 可以使裂纹线附近的剪应力场和水平正应力减小, 而使竖向正应力场增加。

4 弹塑性边界上的匹配结果

由图 2 可知, 在弹塑性边界上沿法向和切向的应力分量可通过 x, y 坐标系下的应力分量^[15]来表示, 可得到弹性区应力分量在弹塑性边界上的值和塑性区应力分量在弹塑性边界上的值, 根据弹性区应力场和塑性区应力场在弹塑性边界上相等的连续性条件建立两个方程, 分别比较等式两端同次幂的系数相等可得一组方程, 引入如下一组量纲一的量:

$$k = \frac{c_j}{c}, \quad \xi = \frac{r_0}{a}, \quad \lambda = \frac{b}{a}, \quad \eta_q = 1 + \frac{q_0}{c} \tan \varphi \quad (8)$$

由此可得

$$\eta_\tau = \frac{k + \eta_\sigma \tan \varphi_j}{\lambda} + \frac{1 + m\xi [m(\lambda - 1) + 1]\eta_\sigma \tan \varphi + m\xi + 1}{m\lambda (m\xi + 1 + 2 \tan^2 \varphi)} \quad (9)$$

$$\frac{A}{a} = \left[\frac{4}{3 \cos^2 \varphi} (1 + \xi)(2 + \xi) - 1 \right] \xi \quad (10)$$

$$\frac{q_0}{c} = \frac{[m(\lambda - 1) + 1]\eta_\sigma - 2 \tan \varphi}{m\xi + 1 + 2 \tan^2 \varphi} \quad (11)$$

$$2 \frac{r_2}{r_0} = 1 + \frac{(1 - \eta_q)m\xi + m(\lambda - 1)\eta_\sigma \tan \varphi}{(1 + \xi)(2 + \xi)(2\eta_q \tan^2 \varphi - \eta_\sigma \tan \varphi)} \quad (12)$$

$$m = \frac{1 + \xi}{\sqrt{\xi(2 + \xi)(\lambda^2 - 1)} - \xi(2 + \xi)} \quad (13)$$

式(9)表达了裂纹线上的塑性区量纲一的长度 ξ 与荷载 σ, τ 的关系, 图 3 所示为 $\varphi = 35^\circ, \eta_\sigma$ 分别为 0.2, 0.5, 1.0, 1.5 时裂纹线上塑性区长度 ξ 随剪切荷载 η_τ 的关系曲线。同理, 利用式(9)和(13)可绘出不同 φ, η_σ 值的其他 $\xi - \eta_\tau$ 曲线, 也可以绘出 $\xi - \eta_\sigma$ 曲线等。式(13)要求 $\xi \leq \lambda - 1$ 。即 $\xi = \lambda - 1$ 是裂纹贯穿, 岩体破坏的临界状态, 此时, 式(9)可简化为

$$(\eta_\tau)_{cr} = (k + \eta_\sigma \tan \varphi_j) \frac{1}{\lambda} + (1 + \eta_\sigma \tan \varphi) \left(1 - \frac{1}{\lambda} \right) \quad (14)$$

式中: $\frac{1}{\lambda}$ 为共线裂纹的连通率。

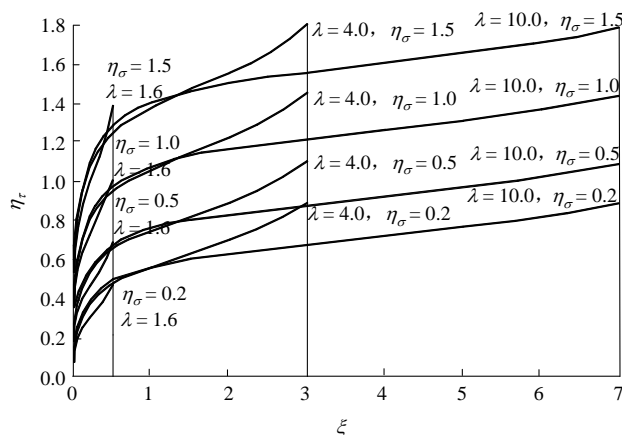


图 3 ξ 随 η_τ 的变化曲线

Fig.3 Variation curves of ξ with η_τ

式(14)表明, 岩体的抗剪切强度由裂纹面抗剪强度和未连通部分(岩桥)的抗剪强度所构成。

5 理论分析与试验结果的对比

引用模型试验结果^[2]与本文理论计算结果进行对比验证。模型材料力学参数: 单轴抗压强度 $\sigma_c = 2.05$ MPa, 单轴抗拉强度 $\sigma_t = 0.27$ MPa, 黏聚力 $c = 0.53$ MPa, 内摩擦角 $\varphi = 35^\circ$ 。裂纹闭合, 裂纹表面黏聚力 $c_j = 0.1$ MPa, 表面内摩擦角 $\varphi_j = 10^\circ$ 。试验过程中剪切面(裂纹面)上的正应力保持常数, 侧向荷载逐步增大直到试件破坏(即得到剪切强度), 其余参数及试验情况见有关结果^[2]。

表 1 为岩体剪切强度的试验结果、理论结果^[2]与试验结果吻合较好, 表明本文分析方法的正确性和本文理论结果的对比情况。可以看出, 本文结果

表 1 岩体剪切强度实测值与计算结果对比

Table 1 Contrast of test and computed rock shear strengths

连通率 /%	正应力 /(0.1 MPa)	剪切强度 /(0.1 MPa)			连通率 /%	正应力 /(0.1 MPa)	剪切强度 /(0.1 MPa)		
		实测	理论 ^[2]	本文			实测	理论 ^[2]	本文
0	3.0	7.34	7.40	7.40	43	3.5	5.43	5.12	5.11
0	4.0	8.56	8.10	8.10	44	3.0	5.36	4.82	4.82
0	5.0	8.99	8.80	8.80	45	3.5	5.03	4.99	4.99
9	0.8	5.76	5.44	5.44	46	4.0	5.63	5.16	5.16
19	4.0	7.86	7.53	6.88	46	6.0	6.1	6.08	6.08
13	3.0	6.43	6.64	6.64	50	5.0	5.35	5.34	5.34

13	4.0	6.8	7.27	7.27	60	0.8	3.52	3.03	3.03
13	6.0	8.06	8.54	8.53	60	2.0	3.65	3.5	3.49
20	5.0	7.49	7.42	7.42	62	3.0	4.34	3.76	3.76
42	5.0	5.91	5.9	5.89	62	4.0	4.14	4.14	4.14
43	0.8	4.39	3.84	3.83	62	6.0	4.95	4.89	4.89

和可行性。另外还可以看到，本文结果与徐靖南和朱维申^[2]的理论结果具有较好的一致性。

表 1 为岩体剪切强度实测值与计算结果对比，可以看出，本文结果与试验结果吻合较好，表明裂纹线场分析方法在岩石力学中的应用是正确可行的。

6 结 论

本文将岩体内共线多裂纹受压剪应力的问题简化为有限宽岩体内含有一条裂纹受压剪应力的问题，运用线场分析方法对该问题进行了弹塑性分析，得出如下结论：

(1) 裂纹线场分析方法完全放弃了在裂纹尖端小范围屈服的假定，得出的裂纹线上塑性区长度可以为足够大，直到岩体裂纹之间相互贯通或裂纹扩展至破坏公式都是正确的，表明该方法在岩石力学中的应用是可行的。

(2) 受压剪应力作用的岩石裂纹考虑裂纹面的摩擦强度后，可以使裂纹线附近的剪应力场和平行于裂纹面的正应力减小，而使垂直于裂纹面的正应力场增加。

(3) 在压剪应力作用下裂纹线上的塑性区长度随压剪应力的变化规律可以反映共线裂纹的扩展至连通破坏的全过程。

(4) 裂纹线上塑性区的量纲一最大长度 $\xi = \lambda - 1$ 时，裂纹间的岩桥相互贯通，式(13)为具有共线裂纹岩体的破坏准则。可作为估计和判断岩体失稳破坏前安全系数的重要依据。

(5) 若基本方程式(2)采用其他屈服准则，则按照本文方法求解可得出其他相应结果。

参考文献(References):

[1] 周群力. 岩石压剪断裂判据及其应用. 岩土工程学报, 1987, 9(6): 67 - 73.(ZHOU Qunli. Shearing-compressive fracture criterion and application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1987, 9(6): 67 - 73.(in Chinese))

[2] 徐靖南, 朱维申. 压剪应力作用下共线裂纹的强度判定[J]. 岩石力学与工程学报, 1995, 14(4): 306 - 311.(XU Jingnan, ZHU Weishen. Strength study of collinear cracks under shearing-compressive stresses[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1995, 14(4): 306 - 311.(in Chinese))

[3] 王桂尧. 岩石压剪断裂机制及强度准则的探讨[J]. 岩土工程学

报, 1996, 18(4): 68 - 74.(WANG Guiyao. Discussion on Shearing-compressive fracture mechanism of rock and strength criterion[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 18(4): 68 - 74.(in Chinese))

[4] 徐平, 夏熙伦. 花岗岩 I - II 复合型断裂试验及断裂数值分析[J]. 岩石力学与工程学报, 1996, 15(1): 62 - 70.(XU Ping, XIA Xilun. Fracture test of I - II mixed mode and numerical analysis of granite[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1996, 15(1): 62 - 70.(in Chinese))

[5] ACHENBACH J D, LI Z L. Plane stress crack line fields for crack growth in an elastic-perfectly plastic material[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1984, 20(3): 534 - 544.

[6] YI Z J. The most recent solutions of near crack line field for mode III cracks[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1994, 47(1): 147 - 155.

[7] 易志坚. 求解应力强度因子的一种新方法[J]. 重庆交通学院学报, 1991, 10(3): 37 - 41.(YI Zhijian. A new method of determining the stress intensity factors[J]. Journal of Chongqing Jiaotong Institute, 1991, 10(3): 37 - 41.(in Chinese))

[8] 程 靳, 赵树山. 断裂力学[M]. 北京: 科学出版社, 2008.(CHENG Jin, ZHAO Shushan. Fracture mechanics[M]. Beijing: Science Press, 2008.(in Chinese))

[9] WANG C, ZHANG L K. Near crack line elastic-plastic analysis for a finite plate loaded by two pairs of anti-plane point forces[J]. Applied Mathematics And Mechanics, 1998, 19(6): 547 - 554.

[10] WANG C, WU C P. Elastic-Plastic Analytical solutions for an eccentric crack loaded by two pairs of anti-plane point forces[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2003, 24(7): 782 - 790.

[11] 周小平, 杨海清, 张永兴. 偏心裂纹板受剪应力作用下的弹塑性解析解[J]. 重庆大学学报(自然科学版), 2007, 30(3): 145 - 149.(ZHOU Xiaoping, YANG Haiqing, ZHANG Yongxing. Elastic-plastic analytical solution for an eccentric crack loaded by shear forces in a finite rock plate[J]. Journal of Chongqing University (Natural Science), 2007, 30(3): 145 - 149.(in Chinese))

[12] 周小平, 杨海清, 张永兴. 有限宽偏心裂纹板在裂纹面受两对集中拉力作用时裂纹线的弹塑性解析解[J]. 工程力学, 2008, 25(1): 30 - 35.(ZHOU Xiaoping, YANG Haiqing, ZHANG Yongxing. Elasto-plastic analysis of a finite plate with an eccentric crack loaded by two pairs of concentrated tensile forces[J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(1): 30 - 35.(in Chinese))

[13] 周小平, 张永兴, 钱七虎. 压应力状态下共线节理扩展模式的分叉研究[J]. 工程力学, 2009, 26(8): 15 - 19.(ZHOU Xiaoping, ZHANG Yongxing, QIAN Qihu. Bifurcation condition of crack pattern in collinear cracks under far field compressive loads[J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(8): 15 - 19.(in Chinese))

[14] 张伯虎, 刘庆义, 董事尔. 有限宽裂纹板受一对集中剪力时弹塑性解[J]. 西南石油大学学报(自然科学版), 2008, 30(1): 157 - 160.(ZHANG Bohu, LIU Qingyi, DONG Shier. Elastic-plastic analysis for a finite crack plate loaded by a pair of shear forces[J]. Journal of Southwest Petroleum University(Science and Technology), 2008, 30(1): 157 - 160. (in Chinese))

[15] 王 成, 邓安福. 岩体断续节理受压剪荷载的弹塑性分析[J]. 重庆建筑大学学报, 1997, 16(2): 31 - 34.(WANG Cheng, DENG Anfu. Elastoplastic analysis of discrete joint in rock-mass loaded by compress-shear[J]. Journal of Chongqing Jianzhu University, 1997, 16(2): 31 - 34.(in Chinese))

[16] 王 成, 易志坚. 断续节理在 II 型受载下的弹塑性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 1998, 17(2): 153 - 158.(WANG Cheng, YI Zhijian. Elastoplastic analysis of discrete joint with model II load[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1998, 17(2): 153 - 158. (in Chinese))

[17] 朗惠芳, 代 彤. 基于裂纹线场分析法的滑坡失稳机制分析[J]. 山西建筑, 2009, 35(17): 105 - 106.(LANG Huifang, DAI Tong. Slope instability mechanism analysis based on fault line field analytic

- method[J]. Shanxi Architecture, 2009, 35(17): 105 - 106.(in Chinese)
- [18] 王 成. 层状岩体边坡锚固的断裂力学原理[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(11): 1 900 - 1 904.(WANG Cheng. Fracture mechanics principles of anchorage for layered rock mass slope[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(11): 1 900 - 1 904.(in Chinese))
- [19] 洪起超. 工程断裂力学基础[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1987.(HONG Qichao. Basis of engineering fracture mechanics[M]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 1987.(in Chinese))