

# 基于非局部总变差的图像分割活动轮廓模型<sup>\*</sup>

张文娟<sup>1,2</sup>, 冯象初<sup>2</sup>

(1. 西安工业大学 数理系, 西安 710032; 2. 西安电子科技大学 理学院, 西安 710071)

**摘要:** 在一般活动轮廓模型的连续全局极小化方法基础上, 利用四种非局部总变差, 给出了一种具有连续全局极小解的非局部活动轮廓模型。由于该模型的非局部特性, 在分割过程中能有效地去除图像中的噪声, 同时保留那些重复的精细结构。数值实验证明, 该模型能将图像中的主体结构 and 精细结构很好地分割出来, 而标准活动轮廓模型的分割结果中则丢掉了许多小的精细结构。

**关键词:** 图像分割; 活动轮廓模型; 水平集方法; 连续全局极小化方法; 非局部总变差

**中图分类号:** TP 391      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1001-3695(2010)06-2373-04

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2010.06.108

## Image segmentation active contour model based on nonlocal total variation<sup>\*</sup>

ZHANG Wen-juan<sup>1,2</sup>, FENG Xiang-chu<sup>2</sup>

(1. Dept. of Mathematics & Physics, Xi'an Technological University, Xi'an 710032, China; 2. School of Science, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** Based on the continuous global minimizing method for the general active contour model, this paper proposed a non-local active contour model having continuous global minimizing solutions by using four nonlocal total variation. Due to the non-local property of the model proposed here, noise could be effectively removed in the course of segmentation, and the repeated fine structures could be preserved simultaneously. Numerical experiment shows this model can segment the main structures and the fine structures very well, however many small fine structures are lost in the results of the standard active contour model.

**Key words:** image segmentation; active contour model; level set method; continuous global minimizing method; nonlocal total variation

## 0 引言

近年来空域非局部信息在图像去噪中得到了广泛应用, 非局部滤波及非局部变分模型比以往很多经典的变分模型和 PDE (偏微分方程) 方法产生了更好的去噪效果。在非局部方法中, 用图表示图像, 图像的像素点定义为图的节点, 对具有相似图像特征 (强度、颜色、纹理等) 的像素点, 即使它们的空间距离很大, 也认为是相近的, 在去噪过程中, 这些像素点会被保留下来。由于以往经典的变分模型和 PDE 方法是建立在图像局部信息基础上的, 对分片光滑图像的去噪问题来说, 这已经足够了, 而当图像中含有类似于噪声的纹理或其他精细结构时, 利用这些方法会导致这些小结构丢失或部分丢失。基于图像的非局部信息的去噪方法中, 影响较大的是 Buades 等人<sup>[1]</sup>提出的非局部平均算法, 它是一种图像滤波模型, 其滤波器是基于图像各像素点之间的邻域块距离计算出来的, Gilboa 等人<sup>[2]</sup>给出了非局部平均算法的变分形式, 以及相应的非局部偏微分方程。虽然关于非局部去噪模型方面的研究还有很多, 但基于非局部信息的图像分割模型还很少。

图像分割是针对图像的不同特性把一幅给定图像分割为几个子区域的过程, 这些特性包括图像的强度、颜色以及纹理

等。由于分割所依据的图像特性的不同, 形成了不同的图像分割方法, 这里所研究的内容属于变分图像分割模型中最普遍的活动轮廓模型。变分模型的主要思想是求与原始图像相关的某个特定的目标泛函的极小解, 其中活动轮廓模型是在算法过程中使得图像的边界曲线活动, 达到稳定态后将图像分为几个子区域, 从而达到分割图像的目的, 活动轮廓模型中较普遍的是 Chan-Vese 活动轮廓模型<sup>[3]</sup>、测地线活动轮廓模型<sup>[4]</sup>和 Mumford-Shah 模型<sup>[5]</sup>。求解活动轮廓模型最常用的是由 Osher 等人<sup>[6]</sup>提出的水平集方法, 它用一个高维函数的零水平集来表示图像的边界曲线, 将边界曲线的活动转换为水平集函数的变化过程。利用水平集函数不仅可以为其零水平集表示边界曲线, 而且可以表示边界曲线的内部和外部, 此外, 还可以处理图像区域的拓扑变化, 是近年来图像分割及其他领域一种非常重要的方法。但是, 水平集方法极小化过程很慢, 且需要不断重新定义水平集函数, 而且利用水平集方法求解活动轮廓模型所得为局部极小解, 即要取得好的图像分割效果, 初始轮廓的位置必须靠近精确解, 尽管有很多算法可以提高活动轮廓的速度, 但遗憾的是这些算法得到的均为局部极小解。文献[7, 8]针对前面所述的三种活动轮廓模型提出了一种全局连续极小化方法, 利用此方法求得的目标函数的极小解不依赖于初始轮

**收稿日期:** 2009-10-12; **修回日期:** 2009-11-09      **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目 (NSFC 60872138); 陕西省教育厅科学计划资助项目自然专项 (09JK480); 西安工业大学校长基金资助项目 (XAGDJJ0931)

**作者简介:** 张文娟 (1980-), 女, 山西孟县人, 讲师, 博士研究生, 主要研究方向为小波分析及偏微分方程在图像处理中的应用 (girl-zwj@163.com); 冯象初 (1962-), 男, 教授, 博导, 主要研究方向为数值分析、小波分析及偏微分方程在图像处理中的应用。

廓的位置,事实上,这种全局极小化方法可以推广到任意活动轮廓模型<sup>[9]</sup>。本文目的是在文献[7,8]的活动轮廓模型的全局连续极小化方法基础上,将模型中的总变差正则项推广到非局部情形,给出了四种非局部总变差的形式<sup>[10-12]</sup>。实验证明,利用非局部总变差比标准总变差能更好地分割精细结构,这对图像分割(尤其是医学图像分割)研究是很有意义的。

### 1 非局部总变差

首先给出一些基本的非局部算子的定义,这里用图表示图像,灰度图像  $u(x) : \Omega \subset R^2 \rightarrow R$  的每个像素点为图的节点,  $u(x)$  在点  $x \in \Omega$  的非局部梯度向量  $\nabla_{NL}u(x)$  的定义如下:

$$(\nabla_{NL}u)(x, y) = (u(y) - u(x)) \sqrt{\omega(x, y)}; \Omega \times \Omega \rightarrow R \quad (1)$$

其中:  $0 < \omega(x, y) < \infty$  为点  $x$  和  $y$  之间的权系数,计算权系数的方法有很多种,参见文献[2],这里的向量概念不同于以往,是关于  $x$  和  $y$  的函数。两个非局部向量  $p_1, p_2 : \Omega \times \Omega \rightarrow R$  在点  $x \in \Omega$  的点积  $(p_1 \cdot p_2)(x)$  定义为

$$(p_1 \cdot p_2)(x) = \int_{\Omega} p_1(x, y) p_2(x, y) dy; \Omega \rightarrow R \quad (2)$$

由此,非局部向量  $p : \Omega \times \Omega \rightarrow R$  在点  $x \in \Omega$  的模的大小为

$$|p|(x) = \sqrt{\int_{\Omega} p(x, y)^2 dy}; \Omega \rightarrow R \quad (3)$$

非局部散度定义为非局部梯度的共轭,因此对向量  $p : \Omega \times \Omega \rightarrow R$ ,可推出在点  $x \in \Omega$  有

$$(\text{div}_{NL}p)(x) = \int_{\Omega} (p(x, y) - p(y, x)) \sqrt{\omega(x, y)} dy; \Omega \rightarrow R \quad (4)$$

从而,非局部拉普拉斯为

$$\Delta_{NL}u(x) = \frac{1}{2} \text{div}_{NL}(\nabla_{NL}u(x)) = \int_{\Omega} (u(y) - u(x)) \omega(x, y) dy; \Omega \rightarrow R \quad (5)$$

下面给出四种非局部正则化泛函,首先, Gilboa 等人<sup>[10]</sup>给出了两种正则化非局部泛函:第一种是基于上面的非局部梯度;第二种是基于差分,设  $\phi$  为一正函数,满足  $\phi(0) = 0$ ,基于非局部梯度的泛函为

$$J_1(u) = \int_{\Omega} \phi(|\nabla_{NL}u|^2) dx = \int_{\Omega} \phi(|\nabla_{\omega}u|^2) dx = \int_{\Omega} \phi(\int_{\Omega} (u(y) - u(x))^2 \omega(x, y) dy) dx \quad (6)$$

当取  $\phi(s) = \sqrt{s}$  时得到第一种非局部总变差,且此时泛函为凸:

$$NLTV_1(u) = \int_{\Omega} \sqrt{\int_{\Omega} (u(y) - u(x))^2 \omega(x, y) dy} dx \quad (7)$$

泛函式(6)对  $u$  的导数(Euler-Lagrange)为

$$\partial_u J_1(u) = -2 \int_{\Omega} (u(y) - u(x)) \omega(x, y) (\phi'(|\nabla_{NL}u|^2(x)) + \phi'(\int_{\Omega} (u(y) - u(x))^2 \omega(x, y) dy)) dy \quad (8)$$

基于差分的非局部泛函为

$$J_2(u) = \int_{\Omega \times \Omega} \phi((u(y) - u(x))^2 \omega(x, y)) dy dx \quad (9)$$

同样,取  $\phi(s) = \sqrt{s}$  时得到另一种非局部总变差:

$$NLTV_2(u) = \int_{\Omega \times \Omega} |u(x) - u(y)| \sqrt{\omega(x, y)} dy dx \quad (10)$$

泛函式(9)对  $u$  的导数为

$$\partial_u J_2(u) = -4 \int_{\Omega} (u(y) - u(x)) \omega(x, y) \phi'((u(y) - u(x))^2 \omega(x, y)) dy \quad (11)$$

注意到,当  $\phi(s) = s$  时,泛函式(6)和(9)相等,非局部总变差式(7)和(10)分别对应于局部二维情形下的各向同性总变差和各向异性总变差,可以通过常用的最速下降法对泛函式(6)(9)极小化。对泛函式(9),还可以利用基于图一切割技术的

快速算法,对于以式(7)为正则项的非局部 ROF、非局部 TV-L<sup>1</sup>以及非局部 TV-G 等模型还可以通过投影算法求解。

Gilboa 等人<sup>[11]</sup>给出了第三种正则化非局部泛函:

$$J_3(u) = \frac{1}{2} \int_{\Omega \times \Omega} \phi(|u(x) - u(y)|) \omega(x, y) dx dy \quad (12)$$

其中: $\phi$  为凸的正函数,同样要满足  $\phi(0) = 0$ 。对  $L^1$  型的泛函,进一步假设  $\lim_{s \rightarrow \infty} \phi(s)/s = 1$ ,当  $\phi(s) = s$  时,得到第三种非局部总变差:

$$NLTV_3(u) = \frac{1}{2} \int_{\Omega \times \Omega} |u(x) - u(y)| \omega(x, y) dx dy \quad (13)$$

泛函式(12)对  $u$  的 Euler-Lagrange 为

$$\partial_u J_3(u) = \int_{\Omega} \phi'(|u(x) - u(y)|) \frac{u(x) - u(y)}{|u(x) - u(y)|} \omega(x, y) dx dy \quad (14)$$

此外,Kindermann 等人<sup>[12]</sup>给出了第四种非局部正则化泛函:

$$J_4(u) = \int_{\Omega \times \Omega} \phi(|\nabla u(x) - \nabla u(y)|^2) \omega(x, y) dx dy \quad (15)$$

其中: $\phi$  为非负可微函数,则第四种非局部总变差为

$$NLTV_4(u) = \int_{\Omega \times \Omega} |\nabla u(x) - \nabla u(y)| \omega(x, y) dx dy \quad (16)$$

泛函式(15)对  $u$  的 Euler-Lagrange 为

$$\partial_u J_4(u) = 2 \nabla \cdot (\int_{\Omega} \phi'(|\nabla u(x) - \nabla u(y)|^2) (\nabla u(x) - \nabla u(y)) \omega(x, y) dy) \quad (17)$$

可以利用最速下降法和图一切割技术求泛函式(12)和(15)的极小解。上述四种非局部正则化泛函之间的联系以及在何种情况下用哪种泛函效果更好,目前尚在研究当中,就本文给出的图像分割实验来说,利用上面四种泛函的分割效果相差不多。

### 2 基于非局部总变差的活动轮廓模型

图像分割中,一种成功的变分模型是由 Kass 等人最先提出的活动轮廓模型,该模型可以将图像的各种信息,如边界、区域以及形状等结合起来,二相位活动轮廓模型的一般形式为

$$E_{AC}(C) = \int_C g_b ds + \lambda \int_{C_{in}} g_r^{in} dx + \lambda \int_{C_{out}} g_r^{out} dx \quad (18)$$

$$C(s) : [0, 1] \rightarrow R^2$$

其中: $C$  为参变量  $s \in [0, 1]$  的闭曲线(轮廓);  $g_b : \Omega \rightarrow R^+$  为边缘函数;  $C_{in, out} \subset \Omega$  分别表示曲线  $C$  的内部和外部;  $g_r^{in, out}$  为曲线  $C$  的内部和外部区域检测函数;  $\lambda$  为一正常数。取  $g_r^{in} = g_r^{out} = 0$ ,边缘检测函数  $g_b = g_b(|\nabla u_0(C(s))|)$ ,且  $g_b(t) : R^+ \rightarrow R^+$  单调下降,则模型式(18)变为测地线活动轮廓模型  $E_{GAC}(C) = \int_C g_b(|\nabla u_0(C(s))|) ds$ ,这个模型是良态的且可以通过水平集方法求解,所以得到了广泛应用;若取  $g_b = 1, g_r^{in} = (\mu_{in} - I)^2, g_r^{out} = (\mu_{out} - I)^2$ ,其中,  $I$  为要分割的图像,则得到另一种广泛应用的非局部模型,即 Chan-Vese 活动轮廓模型:

$$E_{CV}(C) = \int_C ds + \lambda \int_{C_{in}} (\mu_{in} - I)^2 dx + \lambda \int_{C_{out}} (\mu_{out} - I)^2 dx$$

它是 Mumford-Shah 模型的二相位分片常数逼近。Mumford-Shah 模型的二相位分片光滑逼近为

$$E_{VC}(C) = \int_C ds + \lambda \int_{C_{in}} |\nabla s_{in}|^2 + (s_{in} - I)^2 dx + \lambda \int_{C_{out}} |\nabla s_{out}|^2 + (s_{out} - I)^2 dx$$

事实上,就是在泛函式(18)中取  $g_b = 1, g_r^{in} = |\nabla s_{in}|^2 + (s_{in} - I)^2, g_r^{out} = |\nabla s_{out}|^2 + (s_{out} - I)^2$ 。另外,许多其他的活动轮廓模型也都可以表示为式(18)的形式。

求解活动轮廓模型常用的是水平集方法,式(18)的水平

集形式为

$$E_{LSM}(\phi) = \int_{\Omega} g_b |\nabla H(\phi)| dx + \lambda \int_{\Omega} g_r^{in} H(\phi) dx + \lambda \int_{\Omega} g_r^{out} (1 - H(\phi)) dx, \phi: \Omega \rightarrow R \quad (19)$$

其中:  $\phi$  即为水平集函数。轮廓曲线  $C$  可以用  $\phi$  的零水平集表示,即  $C = \{x | x \in \Omega, \phi(x) = 0\}$ , 利用水平集函数还可以表示  $C$  的内部和外部:  $C_{in} = \{x | x \in \Omega, \phi(x) > 0\}$ ,  $C_{out} = \{x | x \in \Omega, \phi(x) < 0\}$ ,  $H$  为 Heaviside 函数,当  $\phi \geq 0$  时,  $H(\phi) = 1$ ,  $\phi < 0$  时,  $H(\phi) = 0$ 。可以看出,式(19)与(18)是等价的,式(19)中的第一项  $\int_{\Omega} g_b |\nabla H(\phi)| dx = \int_{\Omega} g_b |\nabla \phi| \delta(\phi) dx = \int_C g_b ds$ , 第二项等价于  $\lambda \int_{C_{in}} g_r^{in} dx$ , 同理,第三项等价于  $\lambda \int_{C_{out}} g_r^{out} dx$ 。对能量泛函式(19)极小化可以通过标准的 Euler-Lagrange 方程求解,水平集方法是求解活动轮廓模型式(18)的一种非常重要的方法,它将图像边界曲线的活动转换为水平集函数的迭代过程,可以处理拓扑的自然变化,而且利用水平集方法可以在分割过程中很方便地引入图像的各种信息,如边界、区域和形状等;另外,水平集方法的数值实现是基于双曲守恒定律及迎风格式,可以保证算法的稳定性和准确率。但是,这里要假设函数  $H, \delta$  的正则性,且必须不断重新定义水平集函数为带符号的距离函数(这意味着解 Eikonal 方程  $|\nabla \phi| = 1$ ) 以保证表示轮廓的零水平集准确而光滑地活动,而且利用水平集方法所求得为为局部极小解,也就是说,解的好坏依赖于初始轮廓的位置,初始轮廓要尽量靠近精确解,才能对图像准确地实施分割。

Chan 等人<sup>[7]</sup>给出了 Chan-Vese 模型全局连续极小解的存在性定理以及求解方法;文献[8]中 Bresson 等人将 Chan-Vese 模型的全局连续极小化方法推广到测地线活动轮廓模型和二相位片光滑 Mumford-Shah 模型,也给出了计算这两种模型全局连续极小解的数值方法。利用文献[7,8]中的方法不仅使得模型的解不依赖于初始轮廓的位置,在运算速度上也比水平集方法有了很大提高,而且还避免了水平集方法需要重新定义水平集函数和函数  $H, \delta$  的正则化等诸多问题。上面所述的全局连续极小化方法可以应用于式(18)所示的一般的活动轮廓模型,其变分形式如下

$$E_{GMAC}(u) = \int_{\Omega} g_b |\nabla u| dx + \lambda \int_{\Omega} g_r^{in} u dx + \lambda \int_{\Omega} g_r^{out} (1 - u) dx \quad u: \Omega \rightarrow [0, 1] \quad (20)$$

下面的定理说明了式(18)定义的变分问题全局连续极小解的存在性及求解方法。

**定理 1** 设  $g_b: \Omega \rightarrow R^+$ , 对任意给定的  $g_r^{in}, g_r^{out}: \Omega \rightarrow R$  及  $\lambda \in R^+$ , 若  $u^*$  为  $E_{GMAC}$  的任一极小解, 则对任意的  $v \in R$ , 集合  $\Omega_c(v) = \{x \in \Omega; u(x) > v\}$  的特征函数(这里  $C$  为集合  $\Omega_c$  的边界)为式(20)和(18)定义的  $E_{GMAC}$  和  $E_{AC}$  的全局极小解。

本文将式(20)中的总变差正则项推广到非局部情形, 因为若利用标准总变差作为正则项, 则意味着水平集的曲率越大, 正则化程度就越高。当对图像(尤其是医学图像)中有用的精细结构进行分割时, 由于这些结构的曲率较大, 故会被光滑掉或部分光滑掉, 而若利用非局部总变差作为正则项, 其非局部特性会使得分割过程中去除图像噪声的同时很好地保留图像中重复的小结构。这里, 要求如下能量泛函的极小解:

$$E_{GMAC}^{NL}(u) = g_b NLTV(u) + \lambda \int_{\Omega} g_r^{in} u dx + \lambda \int_{\Omega} g_r^{out} (1 - u) dx \quad u: \Omega \rightarrow [0, 1] \quad (21)$$

其中:  $NLTV(u)$  可以取前面给出的四种形式。下面求解该变

分问题, 首先引入一个新的函数  $v: \Omega \rightarrow R$ , 使得

$$E_{GMAC}^{NL}(u, v) = g_b NLTV(u) + \lambda \int_{\Omega} (g_r^{in} - g_r^{out}) v dx + \frac{1}{2\theta} \int_{\Omega} (u - v)^2 dx \quad (22)$$

其中:  $\lambda, \theta > 0$  是两个常数。显然,  $\theta$  要足够小, 因为泛函(22)关于  $u, v$  均为凸, 所以式(22)分别关于  $u, v$  求极小, 然后迭代直到收敛, 即可求得式(21)的极小解:

a) 固定  $u$ , 泛函式(22)关于  $v$  求极小, 即求

$$\inf_{v \in [0, 1]} \left[ \lambda \int_{\Omega} (g_r^{in} - g_r^{out}) v dx + \frac{1}{2\theta} \int_{\Omega} (u - v)^2 dx \right] \quad (23)$$

容易求得其解为  $v = \min(\max(u - \lambda\theta(g_r^{in} - g_r^{out}), 0), 1)$ 。

b) 固定  $v$ , 泛函式(22)关于  $u$  求极小, 即求

$$\inf_u \left[ g_b NLTV(u) + \frac{1}{2\theta} \int_{\Omega} (u - v)^2 dx \right] \quad (24)$$

此为非局部 ROF, 利用最速下降法求解, 令  $p(u) = \partial_u NLTV(u)$ , 式(8)(11)(14)(17)分别给出了四种非局部总变差相应的  $p(u)$  的计算方法, 只要取合适的函数  $\phi$  即可。式(24)相应的 Euler-Lagrange 方程为

$$g_b p(u) + \frac{1}{\theta} (u - v) = 0 \quad (25)$$

取初始值  $u|_{t=0} = v$ , 迭代  $u_t = -g_b p(u) + \frac{1}{\theta} (v - u)$  即可求得非局部 ROF 式(24)的极小解。

可以证明, 在图像块流形上非局部总变差收敛于标准的总变差, 所以只要在流形上利用 Coarea 公式, 就可以把定理 1 推广到由强度块流形定义的图像表示上来<sup>[9]</sup>。如果  $u^*$  为  $E_{GMAC}^{NL}$  的任意极小解, 在流形上对  $u^*$  阈值意味着在  $\Omega$  上对  $u^*$  阈值, 则对任意的  $v \in [0, 1]$ , 集合  $\Omega_c(v) = \{x \in \Omega; u^*(x) > v\}$  的特征函数为  $E_{GMAC}^{NL}$  的一个全局极小解, 同时也是活动轮廓模型式(18)的全局极小解。

### 3 数值实验

下面以 Chan-Vese 模型为例检验本文方法的图像分割效果, 在式(21)中取  $g_b = 1, g_r^{in} = (\mu_{in} - I)^2, g_r^{out} = (\mu_{out} - I)^2$ 。其中:  $I$  为要分割的图像, 泛函(21)分别关于  $\mu_{in}, \mu_{out}$  求极小可得

$$\mu_{in} = \frac{\int_{\Omega} I \cdot u(x) dx}{\int_{\Omega} u(x) dx}, \mu_{out} = \frac{\int_{\Omega} I \cdot (1 - u(x)) dx}{\int_{\Omega} (1 - u(x)) dx}$$

即为原始图像  $I$  在  $C_{in}, C_{out}$  内的强度均值。图 1 给出了要分割的人脑医学图像, 图像大小为  $256 \times 256$ , 图中的矩形框为初始轮廓的位置, 同时也是图 2(d) 和图 3(d) 所对应的部分。图 2 为利用标准总变差为正则项的具有全局连续极小解的 Chan-Vese 模型的图像分割结果。图 3 为以非局部总变差为正则项的具有全局连续极小解的 Chan-Vese 模型的分割结果。图 2(a) 及图 3(a) 分别为式(20)和(21)的全局连续极小解, 利用第 2 章中所述的方法求得式(20)和(21)的任一极小解  $u^*$ , 任取  $v \in [0, 1]$ ,

则  $u(x) = \begin{cases} 1 & u^*(x) > v \\ 0 & u^* < v \end{cases}$  即为式(20)和(21)的全局连续极小

解; 图 2(b) 和图 3(b) 为分别利用两种模型对原始图像分割后的轮廓曲线, 曲线上的点对应于模型解  $u: \Omega \rightarrow \{0, 1\}$  的不连续点, 在轮廓曲线的内部,  $u$  值为 1, 在轮廓曲线的外部, 其值为 0; 图 2(c) 和图 3(c) 为将轮廓曲线叠加到原始图像上的结果。

从图 2、3 可以看出,非局部 Chan-Vese 模型把原始图像中的主要结构和小的精细结构都分割出来了,而在图 2 中原始图像的许多精细结构没有被分割出来,而且观察图 2(d)和图 3(d)可以看出,标准 Chan-Vese 模型对原始图像分割后的轮廓曲线没有非局部 Chan-Vese 模型完整。



图1 人脑的医学图像

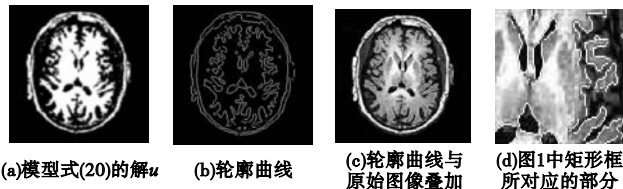


图2 标准Chan-Vese模型分割结果

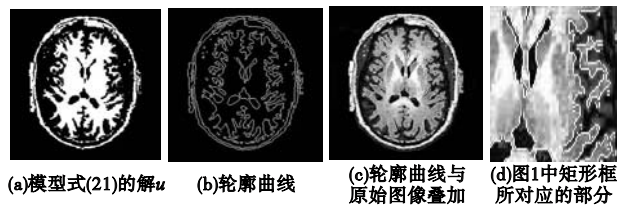


图3 非局部Chan-Vese模型分割结果

#### 4 结束语

本文利用非局部凸泛函在图像处理(尤其是图像去噪)中所起的突出作用,将非局部总变差作为具有全局连续极小解的图像分割活动轮廓模型的正则项,给出了一种非局部图像分割方法,利用这种方法可以根据实际情况任意选取初始轮廓的位置,均可以得到好的分割效果,而且克服了水平集方法关于 Heaviside 函数  $H$  和  $\delta$  函数的正则性问题和需要不断重新定义水平集函数的问题。此外,由非局部总变差的特性及数值试验证明,这种非局部图像分割模型可以将图像中小的精细结构很

好地分割出来,这是以往标准的活动轮廓模型实现不了的。关于本文给出的四种非局部总变差之间的联系和区别,以及本文方法理论方面的研究还有待在以后的工作中继续进行。

#### 参考文献:

[1] BUADES A, COLL B, MOREL J M. A review of image denoising algorithms, with a new one [J]. *SIAM Multiscale Modeling and Simulation*, 2005,4(2):490-530.

[2] GILBOA G, OSHER S. Nonlocal linear image regularization and supervised segmentation [J]. *SIAM Multiscale Modeling and Simulation*, 2007,6(2):595-630.

[3] CHAN T F, VESE L A. Active contours without edges [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2001,10(2):266-277.

[4] CASELLES V, KIMMEL R, SAPIRO G. Geodesic active contours [J]. *International Journal of Computer Vision*, 1997,22(1):61-79.

[5] MUMFORD D, SHAH J. Optimal approximations of piecewise smooth functions and associated variation problems [J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1989,42:577-685.

[6] OSHER S, SETHIAN J A. Fronts propagating with curvature-dependent speed: algorithms based on Hamilton-Jacob formulations [J]. *Journal of Computational Physics*, 1988,79(1):12-49.

[7] CHAN T F, ESEDOGLU S, NIKOLOVA M. Algorithms for finding global minimizers of image segmentation and denoising models [J]. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 2006,66(5):1632-1648.

[8] BRESSON X, ESEDOGLU S, VANDERGHEYNST P, et al. Fast global minimization of the active contour/snake models [J]. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2007,28(2):151-167.

[9] BRESSON X, CHAN T F. Nonlocal unsupervised variational image segmentation models [R]. [S.l.]:UCLA, 2008.

[10] GILBOA G, OSHER S. Nonlocal operators with applications to image processing [J]. *SIAM Multiscale Modeling and Simulation*, 2008,7(3):1005-1028.

[11] GILBOA G, DARBON J, OSHER S, et al. Nonlocal convex functionals for image regularization [R]. [S.l.]:UCLA, 2006.

[12] KINDERMANN S, OSHER S, JONES P W. Deblurring and denoising of images by nonlocal functionals [J]. *SIAM Multiscale Modeling and Simulation*, 2005,4(4):1091-1115.

(上接第 2372 页)

[5] ZHANG D, KONG Wai-kin, YOU J, et al. Online palmprint identification [J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2003,25(9):1041-1050.

[6] ZHANG D, LU Guang-ming, LI Wei, et al. Palmprint recognition using 3-D information [J]. *IEEE Trans on Systems*, 2009,39(5):505-519.

[7] SATOSHI I, KOICHI I, TAKAFUMI A. A practical palmprint recognition algorithm using phase information [C]//Proc of the 19th International Conference on Pattern Recognition. 2008:1-4.

[8] YUE Feng, ZUO Wang-meng, ZHANG D. Orientation selection using modified FCM for competitive code-based palmprint recognition [J]. *Pattern Recognition*, 2009,42(3):2841-2849.

[9] GUO Zhen-hua, ZHANG D, ZHANG Lei. Palmprint verification using binary orientation co-occurrence vector [J]. *Pattern Recognition Letters*, 2009,30(5):1219-1227.

[10] ZUO Wan-meng, ZHANG Hong-zhi, ZHANG D. Post-processed

LDA for face and palmprint recognition [J]. *Signal Processing*, 2009.

[11] SHANG Peng-Jian, LI Tong. Multifractal characteristics of palmprint and its extracted algorithm [J]. *Applied Mathematical Modeling*, 2009,33(3):4378-4387.

[12] CHEN Jian-sheng, MOON Y, WONG M. Palmprint authentication using a symbolic representation of images [J]. *Image and Vision Computing*, 2009,28(3):343-351.

[13] WANG Yan-xia, RUAN Qiu-qi, PAN Xin. An improved square-based palmprint segmentation method [C]//Proc of ISPACS. 2007:316-319.

[14] ZHANG D. Palmprint authentication [M]. Boaton: Kluwer Academic Publishers, 2004:78-79.

[15] 李文新,夏胜雄,张大鹏,等. 基于主线特征的双向匹配的掌纹识别新方法 [J]. *计算机研究与发展*, 2004,41(6):996-1002.

[16] RAFAEL C G, RICHARD E W, STEVEN L E. Digital image processing using MATLAB [M]. [S.l.]:Publishing House of Electronics Industry, 2007.