

摇摆对圆管内层流温度分布的影响

鄢炳火¹, 于雷¹, 杨燕华², 张杨伟¹

(1. 海军工程大学 核能科学与工程系, 湖北 武汉 430033; 2. 上海交通大学 核科学与工程学院, 上海 200240)

摘要:对摇摆条件下的层流流体进行理论分析。推导出了摇摆条件下圆管内层流流体的速度和温度分布。分析了摇摆运动对流体温度的影响。摇摆条件下, 流体温度呈周期性波动, 波动周期为摇摆周期的1/2。在管壁附近, 温度梯度很大。摇摆运动引起的附加力可改变圆管内的速度分布, 进而改变管壁处的温度梯度增强传热。

关键词:摇摆; 层流; 温度

中图分类号: TL33

文献标志码: A

文章编号: 1000-6931(2010)04-0419-04

Effect of Rolling Motion on Laminar Temperature Profile in Tubes

YAN Bing-huo¹, YU Lei¹, YANG Yan-hua², ZHANG Yang-wei¹

(1. Department of Nuclear Energy Science and Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China; 2. School of Nuclear Science and Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: The velocity and temperature profile of laminar flow in tubes in rolling motion was developed by analyzing the laminar flow theoretically. The effect of rolling motion on laminar temperature was investigated. In rolling motion, the fluid temperature oscillates periodically. Its oscillation period is half of the rolling period. The temperature gradient next to the wall is very big. The additional force due to rolling motion can alter the velocity profile and enhance heat transfer by increasing the temperature gradient.

Key words: rolling; laminar flow; temperature

当船舶在海洋上航行时, 海洋中的波浪会使船体的运动姿态发生改变。从而影响到核动力系统中流体的流动和传热特性, 进而影响到核动力系统的运行特性。国内外学者已对此问题进行了研究^[1-4]。但由于问题本身的复杂性, 目前所得到的理论和实验结果还非常有限, 距离工程应用还有很大的差距。本工作通过对摇摆条件下圆管内的层流运动进行适当简化, 以推导出摇摆条件下圆管内的层流温度分布, 分

析摇摆运动对圆管内层流温度分布的影响。

1 理论分析

当船体作简谐运动时, 布置在船中的管道随船体一起运动, 管道中的流动流体受到切向力、离心力和科氏惯性力的作用, 因科氏惯性力始终与流动方向垂直, 对主流流体的影响可忽略。因而通常只需分析切向力与离心力的影响。

通常可认为船体的运动服从三角函数规

律,其运动函数为 $\theta = \theta_m \cos 2\pi t/T$, 其中, θ, θ_m 、分别为摇摆角度与振幅, rad; T 为摇摆周期, s; t 为时间, s。对层流流体进行受力分析, 将附加力分解成切向力和离心力, 如图 1 所示。具体可表示如下:

$$\begin{cases} F_r = -dm \cdot r_0 \beta \\ F_n = -dm \cdot r_0 \omega^2 \end{cases} \quad (1)$$

式中: F_r 为切向力, N; F_n 为离心力, N; dm 为流体微元质量, kg; r_0 为摇摆半径, m; β 为角加速度, rad/s^2 ; ω 为角速度, rad/s 。由于离心力对流体的影响在环路中被相互抵消, 本文中主要考虑切向力对层流流体的影响。这样, 流体就相当于在流动方向上受到一附加的周期相压差。以图 1 中的流体微元为例, 分析周期性压差对圆管内层流传热的影响。

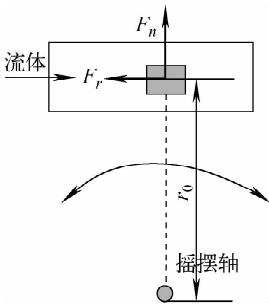


图 1 摇摆作用力示意图

Fig. 1 Scheme of rolling force

假设层流流体为不可压缩流体, 圆管很长, 用 x 表示圆管的轴向坐标, 用 r 表示到管轴的径向距离。因而可认为流动与 x 无关, 径向速度分量与平行于管轴的对流项也为零。则 Navier-Stokes 方程可简化为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (2)$$

式中: ρ 为流体密度, kg/m^3 ; p 为流体动压场与静压场之差; ν 为运动粘度, m^2/s ; u 为速度, m/s 。

由式(2)可得到稳态条件下圆管内的速度:

$$u = \frac{\Delta p}{4\mu l} (R^2 - r^2) \quad (3)$$

由式(1)可得:

$$-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = K \cos nt \quad (4)$$

其中: K, n 分别为振动振幅和频率。

$$K = \frac{4\pi^2}{T^2} r_0 \theta_m, n = \frac{2\pi}{T} \quad (5)$$

于是, 定解问题变为:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} \right) + K \cos nt \\ u|_{r=0} < \infty, u|_{r=R} = 0 \\ u|_{t=0} = u_m \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \end{cases} \quad (6)$$

可求解得到:

$$u(r, t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n J_0 \left(\frac{x_n^{(0)} r}{R} \right) e^{-\frac{(x_n^{(0)})^2 \nu}{R^2} t} - \text{Re} \left(i \frac{K}{n} e^{int} \left(1 - J_0 r \sqrt{\frac{-in}{\nu}} / J_0 R \sqrt{\frac{-in}{\nu}} \right) \right) \quad (7)$$

对于式(7), 只有实部具有物理意义。

$$C_n = \frac{2}{R^2 J_1^2(x_n^{(0)})} \int_0^R \left[u_m \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) - G \right] \cdot J_0 \left(\frac{x_n^{(0)} r}{R} - r \right) r dr \quad (8)$$

其中: $x_n^{(0)}$ 表示 $J_0(x)$ 的第 n 个正零点。

$$\begin{cases} G = \frac{K}{n} \cdot \frac{G_1 G_4 - G_2 G_3}{G_3^2 + G_4^2} \\ G_1 = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{[(2m)!]^2} \left[\left(\frac{r}{2} \right)^4 \left(-\frac{n^2}{\nu^2} \right) \right]^m \\ G_2 = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{[(2m+1)!]^2} \cdot \left[\left(\frac{r}{2} \right)^4 \left(-\frac{n^2}{\nu^2} \right) \right]^m \cdot \left(\frac{r}{2} \right)^2 \frac{n}{\nu} \\ G_3 = G_1|_{r=R}, G_4 = G_2|_{r=R} \end{cases} \quad (9)$$

以常温常压下的流体为例, 分析摇摆过程中速度分布随时间的变化。取管径为 10 mm, 管内流体温度为 20 °C, 压力为 0.1 MPa (常压), 摇摆振幅为 15°, 摇摆周期为 10 s, 摇摆半径为 2.0 m, 圆管中心速度为 0.1 m/s, 此时非摇摆条件下的 Re 为 1 000, 流体处于层流状态。假定摇摆过程中壁温恒为 100 °C。

在整个摇摆过程中, 圆管内的速度呈周期性变化, 初始速度对摇摆过程中速度分布的影响很小(图 2)。因而可认为摇摆过程中的速度主要由式(7)的第 2 项决定。

令 $F = -\frac{K}{n} \left(1 - \frac{G_1 G_3 + G_2 G_4}{G_3^2 + G_4^2} \right)$, 则式(7)可近似表示为:

$$u(r, t) \approx G \cos nt - F \sin nt \quad (10)$$

G 与 F 均为级数表达式, 但当流体和摇摆条件确定后, 两者便可用简单的多项式进行拟合, 分别用四阶和三阶多项式对二者进行拟合,

由于 G 与 F 均是关于 r 的对称函数, 因此, 可将奇数次项省略。拟合结果示于图 3。从图 3 可看出, 级数解与多项式的差别非常小, 可忽略不计。此时 G 与 F 可写为:

$$\begin{cases} G = \frac{K}{n}(-1.8298 \times 10^9 r^4 + 3.7997 \times 10^4 r^2 + 0.2009) \\ F = \frac{K}{n}(4.9061 \times 10^4 r^2 - 1.2480) \end{cases} \quad (11)$$

对式(10)进行变形, 得:

$$u(r, t) = \sqrt{F^2 + G^2} \cos(\theta_0 + nt) \quad (12)$$

其中, $\theta_0 = \arcsin \frac{F}{\sqrt{F^2 + G^2}}$, $\sqrt{F^2 + G^2}$ 可近似为:

$$\sqrt{F^2 + G^2} = \frac{K}{n}(C_1 r^4 + C_2 r^2 + C_3) \quad (13)$$

式中: $C_1 = -9.3663 \times 10^8$; $C_2 = -2.5883 \times 10^4$; $C_3 = 1.2331$ 。

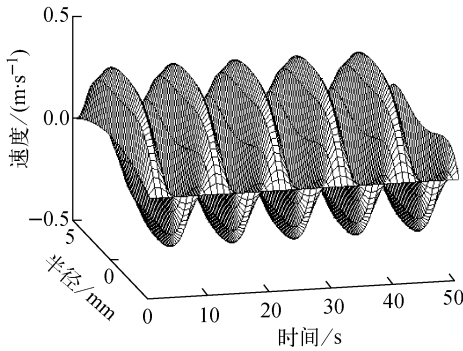


图2 流体速度
Fig.2 Flow velocity

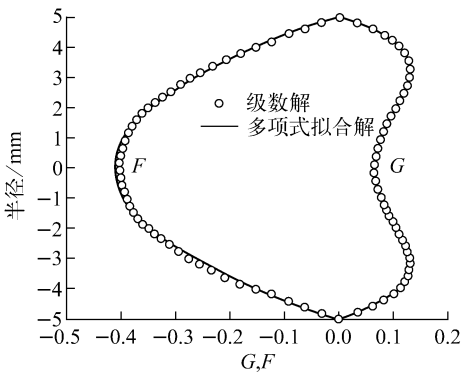


图3 G与F
Fig.3 G and F

与式(2)对应的圆管内层流能量方程为:

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} \right) + \frac{\nu}{c_p \Delta T} \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 \quad (14)$$

式中: \bar{T} 为归一化流体温度, $\bar{T} = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}$; $\Delta T = T_w - T_\infty$; a 为导温系数, m^2/s ; c_p 为比定压热容, $J/(kg \cdot K)$ 。

$$\begin{aligned} \frac{\nu}{c_p \Delta T} \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 &= \frac{K^2 \nu}{2n^2 c_p \Delta T} (4C_1 r^3 + 2C_2 r)^2 \cdot \\ &\cos[2(\theta_0 + nt)] + \frac{K^2 \nu}{2n^2 c_p \Delta T} (4C_1 r^3 + 2C_2 r)^2 \end{aligned} \quad (15)$$

令

$$\begin{cases} f_0(r) = \frac{K^2 \nu}{2n^2 c_p \Delta T} (4C_1 r^3 + 2C_2 r)^2 \\ t' = t + \theta_0/n \end{cases} \quad (16)$$

则式(14)可化为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t'} &= a \left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} \right) + \\ &f_0(r) \cos 2nt' + f_0(r) \end{aligned} \quad (17)$$

式(17)满足 $\bar{T}(r, t')|_{r=R} = 1$ 。将 $\bar{T}(r, t')$ 分解成 $\bar{T}_1(r, t') = \bar{T}_1(r, t') + \bar{T}_2(r)$ 。 $\bar{T}_1(r, t')$ 、 $\bar{T}_2(r)$ 分别满足:

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{T}_1}{\partial t'} = a \left(\frac{\partial^2 \bar{T}_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \bar{T}_1}{\partial r} \right) + f_0(r) \cos 2nt' \\ 0 = a \left(\frac{\partial^2 \bar{T}_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \bar{T}_2}{\partial r} \right) + f_0(r) \end{cases} \quad (18)$$

可解出:

$$\begin{aligned} \bar{T}_1(r, t) &= [CJ_0(r \sqrt{-\frac{i2n}{a}}) - \\ &\int \frac{1}{ar} \int r f_0(r) dr dr] e^{i2(\theta_0 + nt)} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\bar{T}_2(r) = - \int \frac{1}{ar} \int r f_0(r) dr dr \quad (20)$$

对于式(20)则满足:

$$- \int \frac{1}{ar} \int r f_0(r) dr dr |_{r=R} = 1 \quad (21)$$

取

$$\begin{aligned} - \int \frac{1}{ar} \int r f_0(r) dr dr &= - \frac{K^2 \nu}{2an^2 c_p \Delta T} \left(\frac{2}{7} C_1^2 r^8 + \right. \\ &\frac{4}{9} C_1 C_2 r^6 + \frac{1}{4} C_2^2 r^4 - \frac{2}{7} C_1^2 R^8 - \\ &\left. \frac{4}{9} C_1 C_2 R^6 - \frac{1}{4} C_2^2 R^4 - \frac{2an^2 c_p \Delta T}{K^2 \nu} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

由于 $\bar{T}(r, t)|_{r=R} = 1$, 也可得到:

$$\begin{aligned} \bar{T}_1(r,t) = & [J_0 r \sqrt{-\frac{i2n}{a}} / J_0 R \sqrt{-\frac{i2n}{a}} - \\ & \frac{K^2 \nu}{2an^2 c_p \Delta T} (\frac{2}{7} C_1^2 r^8 + \frac{4}{9} C_1 C_2 r^6 + \\ & \frac{1}{4} C_2^2 r^4 + C_4)] e^{i2(\theta_0 + \omega t)} - \frac{K^2 \nu}{2an^2 c_p \Delta T} (\frac{2}{7} C_1^2 r^8 + \\ & \frac{4}{9} C_1 C_2 r^6 + \frac{1}{4} C_2^2 r^4 + C_5) \quad (23) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} C_4 = -\frac{2}{7} C_1^2 R^8 - \frac{4}{9} C_1 C_2 R^6 - \\ \quad \frac{1}{4} C_2^2 R^4 + \frac{2an^2 c_p \Delta T}{K^2 \nu} \\ C_5 = -\frac{2}{7} C_1^2 R^8 - \frac{4}{9} C_1 C_2 R^6 - \\ \quad \frac{1}{4} C_2^2 R^4 - \frac{2an^2 c_p \Delta T}{K^2 \nu} \end{cases} \quad (24)$$

式(24)只有实部有物理意义。对于能量方程式(14), $r \neq 0$, 因而式(24)对于圆管中心的归一化温度有一定的误差, 但对于管壁附近, 式(24)是足够精确的。通常, 管壁附近的温度分布显得更为重要, 因为求解温度分布的目的就是为了求解传热系数, 如果壁面的温度梯度已知, 传热系数便可求解出来。

2 结果分析

将初始条件代入式(24)中, 分析摇摆条件下圆管内层流流体的归一化温度随时间与半径的变化。温度分布示于图4、5。从图4、5可看出, 摇摆运动进行几秒后, 归一化温度随时间呈很有规律的周期性变化, 波动周期恰好为摇摆周期的1/2, 也是速度波动周期的1/2。在靠近管壁处, 温度梯度很大, 这表明摇摆运动引起的附加力可改变圆管内的速度分布, 进而改变管壁处的温度梯度增强传热。这与文献[3]的分析结果有类似之处。由于流速完全受摇摆运动控制, 呈周期性波动, 因而归一化温度也在1.0上下进行波动。

3 结论

对摇摆条件下层流流体进行理论分析, 初步建立了摇摆条件下层流流体的流动与传热模型。在摇摆条件下, 流体温度呈周期性波动, 波动周期为摇摆周期和速度波动周期的1/2。在管壁附近, 流体温度变化比较剧烈。摇摆运动通过改变管壁处的温度梯度增强传热。

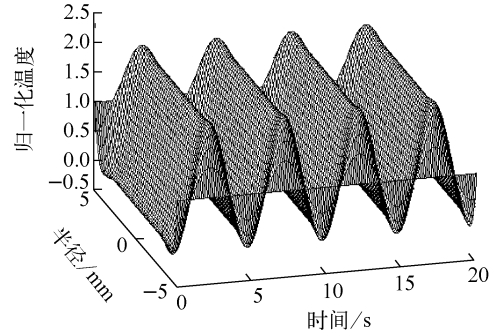


图4 归一化温度

Fig. 4 Dimensional temperature

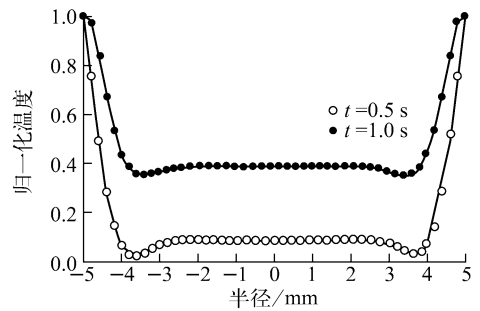


图5 归一化温度随半径的变化

Fig. 5 Change of dimensional temperature with radius

参考文献:

- [1] 谭思超, 庞凤阁, 高璞珍. 摇摆对自然循环传热特性影响的试验研究[J]. 核动力工程, 2006, 27(5): 33-36.
TAN Sichao, PANG Fengge, GAO Puzhen. Experimental research of effect of rolling upon heat transfer characteristic of natural circulation[J]. Nucl Power Eng, 2006, 27(5): 33-36 (in Chinese).
- [2] MURATA H, SAWADA K I, MICHYUKI K S. Natural circulation characteristics of a marine reactor in rolling motion and heat transfer in the core[J]. Nucl Eng Des, 2002, 215: 69-85.
- [3] YAN Binghuo, YU Lei. Theoretical research for the influence of rolling upon turbulent flow heat transfer[C] // Proceedings of 2nd International Symposium on Symbiotic Nuclear Power Systems for 21st Century, China. Harbin: Harbin Engineering University, 2008: 174-178.
- [4] ZOHIR A E, HABIB M A, ATTYA A M. An experimental investigation of heat transfer to pulsating pipe airflow with different amplitudes[J]. Heat Mass Transfer, 2006, 42: 625-635.