

大攻角叶栅绕流的高效算法^{*}

居 鸿 宾

(上海交通大学动力与能源工程学院)

沈 孟 育 王 保 国

(清华大学工程力学系)

AN EFFECTIVE PROGRAM FOR SIMULATION OF CASCADE FLOW AT LARGE ANGLE-OF-ATTACK

Ju Hong-bin

(Shanghai Jiaotong University)

Shen Meng-yu Wang Bao-guo

(Tsinghua University)

Abstract

A finite volume program for the calculation of plane cascade flow at large angle-of-attack is developed. The Osher-Chakravarthy 3rd order TVD scheme is used to ensure the high accuracy, and the technique of diagonalization is adopted to fast the convergence speed. Two kinds of non-reflective boundary conditions are explored at the inlet and outlet boundaries, which can reduce the scale of computational domain and avoid too many grid points for simulations of flow separation and shock waves.

§ 1. 引 言

数值模拟大攻角叶栅绕流中叶片表面的分离和激波一般需要较密的计算网格, 这增强了问题的刚性, 过长的计算时间还会使误差积累从而导致计算失败. 复杂流动数值模拟的关键之一应是尽量减少计算格点数目和计算量. 差分方法中有两类基本格式, 一类基于中心差分, 另一类是迎风类格式, 如矢量通量分裂法 (FVS) 和通量差分分裂法 (FDS). 比较研究表明^[1], 用于边界层计算时 FVS 比中心差分类方法稍差, 但 FDS, 如基于 Roe 近似 Riemann 解的格式, 就比中心差分方法好, 而且所需网格点要少 1/2~1/4. 可见, 对同时含有激波和分离的粘性流动, 基于 Roe 近似 Riemann 解的 FDS 应是比较合适的.

^{*} 1997 年 1 月 2 日收到.

计算分离流动时为避免使用很密网格应用高阶格式是必要的^[2], 高阶格式带来的一个主要问题是格式基点的增加给边界处理带来了困难, 所以需建立基点少的高阶格式. Roe 近似 Riemann 解的 MUSCL 或 non-MUSCL 型二阶及三阶 Osher-Chakravarthi TVD 格式^[3] 只需要五点. 已有证明^[4], 理论上 MUSCL 型格式对真正非线性问题其精度不高于二阶, 三阶及以上阶精度的格式需是 non-MUSCL 型的, Osher&Chakravarthi 的三阶 TVD 格式^[3] 正属于此类. 本文的计算实践表明, 状态变量三阶插值的结果仍然远远好于二阶, 而较之 non-MUSCL 型格式其计算量小且程序编制简单.

结合近似因子分解技术的隐处理可以加快收敛速度, 但此时块三角阵的求解比较复杂. 在有限差分格式中 Pullium 等^[5] 提出一种对角化方法, 本文将这一方法移植到有限体积格式中来从而减少了总的计算量.

显然, 缩小计算域也可减少计算格点, 但此时边界往往不满足无穷远条件, 所以需作无反射边界处理, 本文对此做了一些探讨并针对进、出口边界提出两种无反射滤波器.

§ 2. 差分格式

直角坐标系 (x, y) 中二维无量纲 Reynolds 平均 N.S. 方程为

$$\partial U/\partial t + \partial F/\partial x + \partial G/\partial y = (1/Re)(\partial F_v/\partial x + \partial G_v/\partial y), \quad (1)$$

其中状态变量 U , 无粘通量 F, G 以及粘性通量 F_v, G_v 分别为: $U = [\rho, \rho u, \rho v, e]^T$.

$$F = [\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, (e+p)u]^T, G = [\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, (e+p)v]^T, F_v = [0, \tau_{xx}, \tau_{xy}, w_x]^T,$$

$$G_v = [0, \tau_{xy}, \tau_{yy}, w_y]^T, \text{ 且: } e = (1/2)\rho(u^2 + v^2) + \rho\varepsilon, \varepsilon = RT/(\gamma - 1),$$

$$\tau_{xx} = 2\mu\partial u/\partial x - (2/3)\mu(\partial u/\partial x + \partial v/\partial y), \tau_{yy} = 2\mu\partial v/\partial y - (2/3)\mu(\partial u/\partial x + \partial v/\partial y),$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu(\partial u/\partial y + \partial v/\partial x), w_x = \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + \gamma(\mu_L/Pr_L + \mu_T/Pr_T)\partial\varepsilon/\partial x,$$

$$w_y = \tau_{xy}u + \tau_{yy}v + \gamma(\mu_L/Pr_L + \mu_T/Pr_T)\partial\varepsilon/\partial y,$$

其中 ρ, u, v, p, T 分别表示密度, x, y 方向速度分量, 压力和温度, Re 为特征 Reynolds 数, Pr_L, Pr_T 分别为层流和湍流 Prandtl 数, $\mu = \mu_L + \mu_T$, μ_L, μ_T 分别为分子粘性系数和湍流粘性系数, μ_T 通过 Baldwin-Lomax 代数湍流模型^[6] 计算获得.

根据格式需要本文采用两套网格. 第一套贴体网格构成格式中显式步的计算单元, 通过给定边界外第一条网格线与边界的间距及网格线与边界夹角、联立求解 Poisson 方程和边界处源项方程得到, 其节点记号和相应的直角坐标分别为 $(\xi, \eta) = (i, j), (x_{ij}, y_{ij})$; 另一套网格是通过连接第一套网格单元中心而形成的, 节点记号为 $(\xi, \eta) = (i + 1/2, j + 1/2)$, 节点位置由下式得到:

$$x_{i+1/2, j+1/2} = \frac{1}{4}(x_{i, j} + x_{i, j+1} + x_{i+1, j} + x_{i+1, j+1}),$$

$$y_{i+1/2,j+1/2} = \frac{1}{4}(y_{i,j} + y_{i,j+1} + y_{i+1,j} + y_{i+1,j+1}).$$

这套网格的节点将用于存储状态变量的单元平均值 (对于二阶以上精度该节点处参数与单元平均值并不相等), 并且在其上构造格式的隐式部分.

在由 (i, j) , $(i+1, j)$, $(i+1, j+1)$, $(i, j+1)$ 四节点组成的计算单元 [记为 $(i+1/2, j+1/2)$] 内积分 N.S. 方程, 对时间导数进行后向 Euler 积分, 将无粘矢通量线性化并对粘性矢通量进行显式处理, 最后得到关于增量 $\delta W^n = W^{n+1} - W^n$ 的方程为

$$\begin{aligned} & \delta W_{i+1/2,j+1/2}^n + \Delta t[(\hat{A}_{i+1,j+1/2}^n \delta W_{i+1,j+1/2}^n - \hat{A}_{i,j+1/2}^n \delta W_{i,j+1/2}^n) \\ & \quad + (\hat{B}_{i+1/2,j+1}^n \delta W_{i+1/2,j+1}^n - \hat{B}_{i+1/2,j}^n \delta W_{i+1/2,j}^n)] \\ & = -\Delta t[(\hat{F}_{i+1,j+1/2}^n - \hat{F}_{i,j+1/2}^n) + (\hat{G}_{i+1/2,j+1}^n - \hat{G}_{i+1/2,j}^n)] \\ & \quad + \frac{\Delta t}{Re}[(\hat{F}_{V,i+1,j+1/2}^n - \hat{F}_{V,i,j+1/2}^n) + (\hat{G}_{V,i+1/2,j+1}^n - \hat{G}_{V,i+1/2,j}^n)], \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $W_{i+1/2,j+1/2}$ 是单元内状态变量的总量, 它是单元平均值 $\bar{W}_{i+1/2,j+1/2}$ 与单元面积 $\Omega_{i+1/2,j+1/2}$ 的积, $\hat{F}, \hat{G}, \hat{F}_V, \hat{G}_V$ 是单元表面无粘和粘性数值通量, \hat{A}, \hat{B} 分别为 \hat{F} 和 \hat{G} 的 Jacobi 矩阵: $\hat{A} = \partial \hat{F} / \partial W$, $\hat{B} = \partial \hat{G} / \partial W$.

隐式步 (LHS) 处理

将 Jacobi 阵按特征值正负进行分裂: $\hat{A} = \hat{A}^+ + \hat{A}^-$, $\hat{B} = \hat{B}^+ + \hat{B}^-$, 并由此对单元边界处通量增量进行迎风插值和近似因子分解, 则 (2) 左边项 (LHS) 有

$$\begin{aligned} \text{LHS} = & [I + \Delta t(\nabla_{\xi_{i+1/2,j+1/2}}^n \hat{A}^+ + \Delta_{\xi_{i+1/2,j+1/2}}^n \hat{A}^-)] \\ & \cdot [I + \Delta t(\nabla_{\eta_{i+1/2,j+1/2}}^n \hat{B}^+ + \Delta_{\eta_{i+1/2,j+1/2}}^n \hat{B}^-)] \delta W_{i+1/2,j+1/2}^n, \end{aligned}$$

其中 I 为单位矩阵, $\Delta_{\xi}, \nabla_{\xi}$ 分别表示 ξ 方向的向前和向后差分:

$$\Delta_{\xi_{i+1/2,j+1/2}}^n d = d_{i+3/2,j+1/2}^n - d_{i+1/2,j+1/2}^n, \quad \nabla_{\xi_{i+1/2,j+1/2}}^n d = d_{i+1/2,j+1/2}^n - d_{i-1/2,j+1/2}^n.$$

$\Delta_{\eta}, \nabla_{\eta}$ 为 η 方向的向前和向后差分.

上式需进行块三对角阵求逆, 为简化算法本文采用 Pulliam 的对角化形式^[5], 为此将 Jacobi 阵对角化, 即 $\hat{A} = R_{\xi} \Lambda_{\xi} L_{\xi}$, $\hat{B} = R_{\eta} \Lambda_{\eta} L_{\eta}$. 这样在 LHS 中只对特征值进行差分, 则有

$$\begin{aligned} \text{LHS} = & R_{\xi}^n [I + \Delta t(\nabla_{\xi_{i+1/2,j+1/2}}^n \Lambda_{\xi}^+ + \Delta_{\xi_{i+1/2,j+1/2}}^n \Lambda_{\xi}^-)] \\ & \cdot N [I + \Delta t(\nabla_{\eta_{i+1/2,j+1/2}}^n \Lambda_{\eta}^+ + \Delta_{\eta_{i+1/2,j+1/2}}^n \Lambda_{\eta}^-)] L_{\eta}^n \delta W_{i+1/2,j+1/2}^n, \end{aligned}$$

其中, $N = L_{\xi}^n R_{\eta}^n$. 这样求解过程就简化为两个标量三对角阵求逆, 其步骤为:

$$i. [I + \Delta t(\nabla_{\xi_{i+1/2,j+1/2}}^n \Lambda_{\xi}^+ + \Delta_{\xi_{i+1/2,j+1/2}}^n \Lambda_{\xi}^-)] \delta W^* = (R_{\xi}^n)^{-1} \cdot \text{RHS}.$$

$$\text{ii. } [I + \Delta t(\nabla_{\eta_{i+1/2,j+1/2}}^n \Lambda_{\eta}^+ \cdot + \Delta_{\eta_{i+1/2,j+1/2}}^n \Lambda_{\eta}^- \cdot)] \delta W^{**} = N^{-1} \cdot \delta W^*.$$

$$\text{iii. } \delta W_{i+1/2,j+1/2}^n = (L_{\eta}^n)^{-1} \cdot \delta W^{**}.$$

显式步 (RHS) 处理

定常问题的精度由式 (2) 右端项 (RHS) 决定. 单元边界无粘数值通量 \hat{F} , \hat{G} 通过 Roe 平均的近似 Riemann 解得到. 以 \hat{F} 的计算为例, 有

$$\hat{F}_{i,j+1/2}^n = \frac{1}{2} [F(U_{i,j+1/2}^L) + F(U_{i,j+1/2}^R) - |\hat{A}|(U_{i,j+1/2}^R - U_{i,j+1/2}^L)],$$

其中 $|\hat{A}|$ 是由 $U_{i,j+1/2}^L$ 和 $U_{i,j+1/2}^R$ 经 Roe 平均得到的特征矩阵. $U_{i,j+1/2}^L$ 和 $U_{i,j+1/2}^R$ 分别为单元边界 $(i, j + 1/2)$ 的左、右状态, 它们可按式 (3) 通过单元平均值插值而得到

$$U_{i,j+1/2}^R = \bar{U}_{i+1/2,j+1/2}^n - a \left[(c - 2kb) \tilde{\Delta}_{i+1,j+1/2} \bar{U}^n + \frac{1}{c} (1 + 2kb) \tilde{\tilde{\Delta}}_{i,j+1/2} \bar{U}^n \right],$$

$$U_{i+1,j+1/2}^L = \bar{U}_{i+1/2,j+1/2}^n + a \left[(c + 2kb) \tilde{\Delta}_{i+1,j+1/2} \bar{U}^n + \frac{1}{c} (1 - 2kb) \tilde{\tilde{\Delta}}_{i,j+1/2} \bar{U}^n \right],$$

其中 a, b, c 均为 ξ 方向单元宽度 $s_{i+1/2,j+1/2}^{\xi}$ 的函数:

$$a = \frac{s_{i+1/2,j+1/2}^{\xi}}{s_{i+3/2,j+1/2}^{\xi} + 2s_{i+1/2,j+1/2}^{\xi} + s_{i-1/2,j+1/2}^{\xi}}, \quad b = \frac{s_{i+1/2,j+1/2}^{\xi}}{s_{i+1/2,j+1/2}^{\xi} + s_{i+3/2,j+1/2}^{\xi}},$$

$$c = \frac{s_{i+1/2,j+1/2}^{\xi} + s_{i-1/2,j+1/2}^{\xi}}{s_{i+3/2,j+1/2}^{\xi} + s_{i+1/2,j+1/2}^{\xi}},$$

为提高格式的稳定性, 对梯度 $\Delta_{i,j+1/2} \bar{U}^n = \bar{U}_{i+1/2,j+1/2}^n - \bar{U}_{i-1/2,j+1/2}^n$ 实施如下限制:

$$\tilde{\Delta}_{i+1,j+1/2} \bar{U}^n = \min \text{ mod} [\Delta_{i+1,j+1/2} \bar{U}^n, c^{-1} \Delta_{i,j+1/2} \bar{U}^n],$$

$$\tilde{\tilde{\Delta}}_{i,j+1/2} \bar{U}^n = \min \text{ mod} [\Delta_{i,j+1/2} \bar{U}^n, c \Delta_{i+1,j+1/2} \bar{U}^n],$$

其中限制器为

$$\min \text{ mod} (x, y) = \text{sgn} (x) \cdot \max \{0, \min [|x|, y \cdot \text{sgn} (x)]\}.$$

上述多项式插值的格式具有二阶精度, 对于较均匀的网格, $k = 1/3$ 时具有三阶精度. 本文取 $k = 1/3$.

对于粘性通量采用如下平均:

$$F_{V_{i,j+1/2}}^n = \left(\bar{F}_{V_{i-1/2,j+1/2}}^n s_{i+1/2,j+1/2}^{\xi} + \bar{F}_{V_{i+1/2,j+1/2}}^n s_{i-1/2,j+1/2}^{\xi} \right) / \left(s_{i+1/2,j+1/2}^{\xi} + s_{i-1/2,j+1/2}^{\xi} \right).$$

由此得到粘性通量的中心差分. 为了计算单元平均通量, 首先需计算速度、温度等的

梯度, 以 $\partial u/\partial x$ 为例, 根据 Gauss 定理有

$$\overline{\frac{\partial u}{\partial x}} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \frac{\partial u}{\partial x} d\Omega = \frac{1}{\Omega} \int_{\partial\Omega} u dS_x,$$

其中 dS_x 是边界矢量 dS 在 x 方向的分量, 其余类推.

§ 3. 出口无反射边界处理

叶栅绕流的轴向亚音进口边界提三个定解条件, 即滞止压力 p^* , 滞止温度 T^* . 气流方向角 β_{in} . 对轴向亚音出口则给定背压 p_b , 固壁速度提无滑移条件: $u = v = 0$. 并假设壁面绝热 $\partial\varepsilon/\partial n = 0$, 近壁处网格线在粘性底层内时有压力外推关系 $\partial p/\partial n = 0$. 在周期边界提周期条件. 所有隐式步边界条件均提为 $\delta U^n|_{\text{boundary}} = 0$.

各边界 (特别是进、出口边界) 补充关系式的选取具有很大的灵活性, 如根据特征关系式或对 Riemann 不变量进行外推, 更简单的办法是用直接外推, 如在进口有 $\partial^2 p/\partial\xi^2 = 0$, 在出口有 $\partial^2 \rho/\partial\xi^2 = \partial^2 u/\partial\xi^2 = \partial^2 v/\partial\xi^2 = 0$. 本文采用简单外插的方法, 但为了能缩小求解域而进行了无反射处理.

进、出口边界的无反射处理可以使计算区域缩小. 边界条件需反映域外信息对内场的影响, 同时又要将内场扰动传递至域外. 通常的处理方法, 如进、出口边界中补充 (特征) 关系式的简单外插法, 一般情况下都会引起波在边界处的反射. 以一维进口边界为例, 如果进口流速均匀, 则可补充压力外推关系 $\partial^2 p/\partial x^2 = 0$. 由内点静压外插至边界, 再通过等熵关系得到其它参数, 这样得到的边界记为 B(oundary). 计算区域边界实际上与内点没有本质的不同, 所以边界参数也可用与内点同样的算法得到, 记为 E(uler). 所谓无反射边界处理, 就是在 B 与 E 之间加上适当的滤波器 F(ilter) 将反射波滤掉. 下面以进口边界为例介绍两种基于 Riemann 间断解的滤波器 (出口边界可类似处理).

1. 近似 Riemann 间断解

将两种方法得到的边界 B 和 E 分别作为边界处左右状态量 $U^L = B$, $U^R = E$, 就构成了 Riemann 间断问题. 这一问题的解将边界处的空间-时间平面 $x-t$ 分解成如图 1 所示的几个区域, 由此可以很容易地确定无反射的边界状态 F , 如图 1 中 $F = U^{(2)}$.

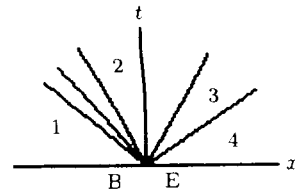


图 1. Riemann 间断解

可以通过迭代方法得到非线性 Riemann 问题的解, 更方便的方法是应用近似 Riemann 解 (如 Roe). 有的算法本身就利用了这些近似解计算单元边界通量, 对此种格式应用上述方法时就可把边界与内点同样处理.

2. 简化的 Riemann 间断解

近似 Riemann 间断解在某些情况下是不方便的. 对于一般的差分格式而言, 为

了处理边界而专门编制相应的近似 Riemann 间断解程序显得麻烦, 滤波器最好只在简单外插基础上增加少许工作量. 假设在进、出口不存在激波这样的强间断(一般情况是如此), 那么就可以用等熵压缩波代替图 1 中的激波, 利用等熵关系可以得到如下各状态之间的关系(图 1)^[7]:

$$u_2 - u_L = \frac{-2n}{\gamma - 1}(c_2 - c_L), \quad \frac{c_2}{c_L} = \left(\frac{p_2}{p_L}\right)^{(\gamma-1)/(2\gamma)}, \quad u_3 = u_2, \quad p_3 = p_2,$$

$$u_R - u_3 = \frac{2n}{\gamma - 1}(c_R - c_3), \quad \frac{c_R}{c_3} = \left(\frac{p_R}{p_3}\right)^{(\gamma-1)/(2\gamma)}$$

由此得到状态 2 和 3 的封闭解为

$$c_2 = c_L \left[\frac{n \frac{\gamma-1}{2}(u_L - u_R) + c_L + c_R}{c_L + c_R \left(\frac{p_L}{p_R}\right)^{(\gamma-1)/2\gamma}} \right], \quad p_3 = p_2 = p_L \left(\frac{c_2}{c_L}\right)^{2\gamma/(\gamma-1)},$$

$$c_3 = c_R \left(\frac{p_3}{p_R}\right)^{(\gamma-1)/(2\gamma)}, \quad u_3 = u_2 = u_L - \frac{2n}{\gamma-1}(c_2 - c_L).$$

对于进口 $n = +1$, 出口 $n = -1$, 根据流动方向可以得到相应的边界为 $F = U^{(2)} (u > 0)$ 或 $F = U^{(3)} (u < 0)$.

§ 4. 几个算例

算例 1.

首先将不同边界处理用于 Godunov 型格式, 如三阶 Osher-Chakravarthy TVD 格式, 图 2a 是计算区域前后各延展一倍栅距的某叶栅绕流等 Mach 数分布. 作为标准用于比较, b 是延展 0.1 倍栅距、采用简单外推边界的结果. c 是 0.1 倍栅距并采用 Riemann 间断解处理边界的结果. d 则是简化的 Riemann 解边界处理的结果. 可以看出 c 和 d 的出口更接近于 a, 而且 d 与 c 结果几乎相同, 这表明简化的 Riemann 解作为边界滤波器是可行的.

另外此处还在二阶 NND 格式中运用上述边界计算了同一流动的层流流场. 图 3a 是延展一倍栅距的等压力线分布. b 是 0.1 倍栅距边界简单外插的结果. c 则是使用滤波器的结果. 由此可以看出对非 Godunov 型格式上述的无反射边界更为有效.

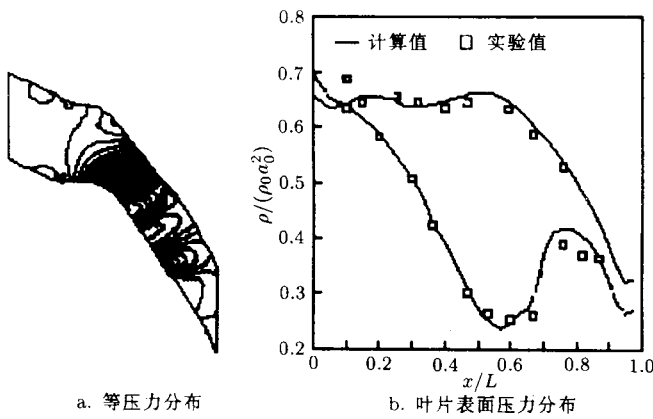
算例 2.

这一个例子取自 [8], 是北京重型机器厂某跨音叶栅. 主要参数为: 进气角 $\beta_{in} = -21.2^\circ$, 轴向弦长 $L = 0.1126 \text{ m}$, 栅距 $T = 0.09163$, 背压 $p_b = 102214 \text{ pa}$, $p^* = 199351 \text{ pa}$, $T^* = 288 \text{ K}$. 计算格点数为 $61 \times 31 \times 31$ (流向总点数 \times 叶栅内轴向点数 \times 法向点数), 壁面法向网格无量纲最小间距约 0.5%, y^+ 的事后检验值大都在 100~500 之间, 个别点达 $y_{min}^+ = 12$. 图 4a 是粘流计算得到的等压力分布, 图 4b 是叶型表面压力分布 (x/L 为弦向位置与弦长之比, 下同).



图 2. 无反射边界比较

图 3. 无反射边界比较



a. 等压力分布

b. 叶片表面压力分布

图 4. 北重叶栅计算结果

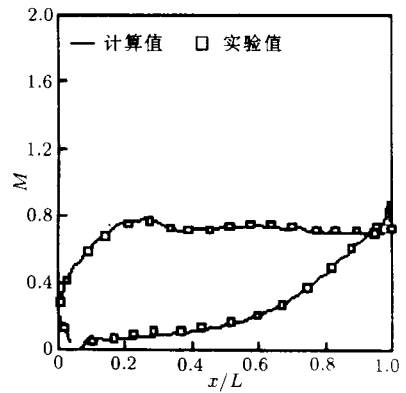


图 5. VKI LS-59 叶栅亚音绕流叶片表面等熵 M 分布

算例 3.

下面这个例子是 von Karman 研究院的 LS-59 叶栅粘性绕流 [9]. 此种叶型的特点是大头, 大弯曲.

①亚音绕流 取出口等熵 M : $M_{2,is} = 0.7$, 进口总压 $P^* = 1.25 \text{ bar}$, 总温 $T^* = 278 \text{ K}$, $\beta_{in} = 0$, 壁面法向网格无量纲最小间距约 0.2%, 格点数为 $101 \times 51 \times 51$, CFL 开始取 5 然后取 1. 图 5 是计算得到的叶型表面等熵 M 分布. 出口气流角平均值约为 -79.7° , 实际测得结果为 -79.5° .

在保留其它条件不变的前提下这里进一步计算了三个不同攻角的绕流, 即 $\beta_{in} = 40^\circ, 50^\circ, -40^\circ$. 图 6 是它们的叶型表面等熵 M 分布, 由此可以看出当来流攻角在很大范围内变化时, 这种大头叶型的吸力面参数变化只在弦长的 10% 范围发生, 而压力面的变化范围则宽得多.

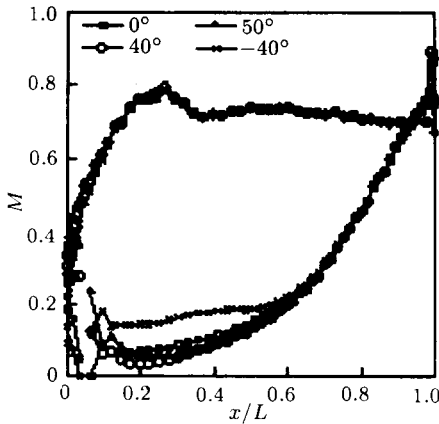


图 6. VKI LS-59 叶栅亚音绕流不同攻角下叶片表面等熵 M 分布

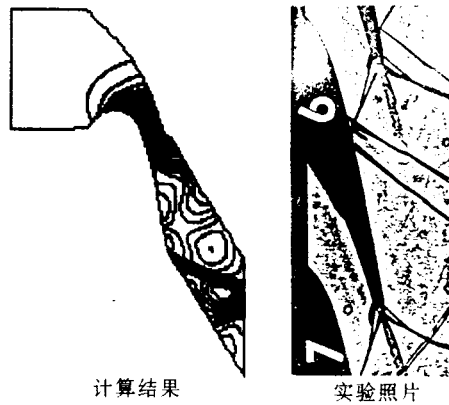


图 7. VKI LS-59 叶栅跨音绕流等压线

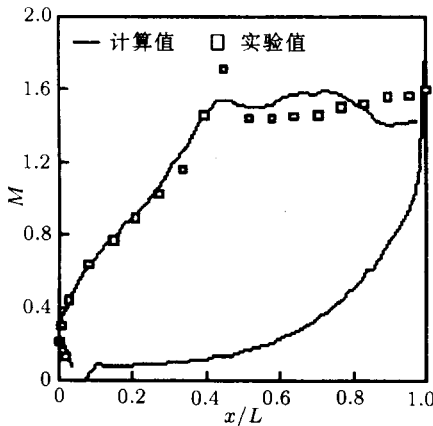


图 8. VKI LS-59 叶栅跨音绕流叶型表面等熵 M 分布

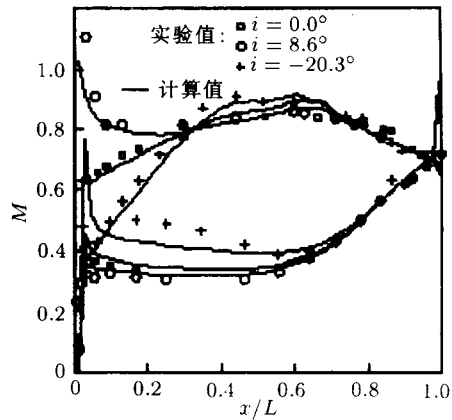


图 9. 叶型表面等熵 M 分布

②跨音绕流 取 $M_{2,is} = 1.43$, $P^* = 2.5 \text{ bar}$, $T^* = 278 \text{ K}$, $\beta_{in} = 0$, 计算域栅前, 栅后各延伸 1 倍栅距, 格点数为 $111 \times 45 \times 45$, 壁面法向网格无量纲最小间距约 0.25%, CFL=1. 图 7 是计算得到的等压线和实验照片的比较, 图 8 是叶型表面等熵 M 分

布, 可以看出计算结果中喉部激波位置较准确但强度不够, 对尾缘激波模拟较好. 计算得到的出气角平均值约为 -78° , 与实验值是吻合的.

算例 4.

为了进一步定量地考察算法对叶栅大攻角流场的模拟能力, 本文计算了一个有变工况实验数据的叶栅绕流. 叶型几何参数及设计工况气动参数取自 [10], 两个变工况的攻角分别为 $i = +8.6^\circ$, $i = -20.3^\circ$, 实验结果取自 [11]. 图 9 是计算结果与实验结果的比较, 可以看出零攻角、正攻角以及负攻角的吸力面的计算结果都较好, 但对负攻角的压力面分离泡模拟精度欠佳.

§ 5. 结 论

基于近似 Riemann 解的高精度通量差分分裂格式适合于计算含分离和激波的流动; 采用近似因子分解并将对角化技术引入有限体积格式可以大大提高计算效率; 无反射边界条件的应用可使计算区域缩小, 基于简化的 Riemann 间断解的无反射滤波器简单且有效. 计算的几个实例表明本算法对各种条件叶栅绕流均有较好的稳定性和精度, 适合于大头、大攻角叶栅绕流的数值分析.

参 考 文 献

- [1] Zheng X., Liu F., Staggered Upwind Method for Solving Navier-Stokes and $k - \omega$ Turbulence Model Equations, *AIAA J.*, **33**:6 (1995).
- [2] 张涵信, 求解气动方程的高精度格式及其相关问题, 计算流体力学研究进展, 第七届全国计算流体力学会议论文集, 温州, (1994), 25-30.
- [3] Chakravarthy S.R., Osher S., A New Class of High Accuracy TVD Schemes for Hyperbolic Conservation Laws, *AIAA* 85-0363.
- [4] Wu H., UENO-A Class of ENO Schemes Constructed in an Unified Way, 北京计算流体力学讨论会文集, 第六辑, 中国科学院力学研究所, 1994.
- [5] Pulliam T.H., Chaussee D.S., A Diagonal Form of an Implicit Approximate Factorization Algorithm. *J. Comput. Physics*, **39** (1981), 347-363.
- [6] Baldwin B.S., Lomax H., Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows, *AIAA* 78-257, 1978.
- [7] Atkins H., Casper J., Nonreflective Boundary Conditions for High-Order Methods, *AIAA, J.*, **32**:3 (1994).
- [8] 张耀科, 龚增锦, 沈孟育, 关于用时间相关法求解平面叶栅跨音绕流的一些问题, *工程热物理学报*, **1**:4 (1980).
- [9] Sieverding C.H., Numerical Methods for Flows in Turbomachinery Bladings, Volumes 3: Workshop on 2D and 3D Flow Calculations in Turbine Bladings, Lecture Series 1982-05, April 26-30, 1982, von Karman Institute for Fluid Dynamics, Rhode Saint Genese Belgium.
- [10] Hodson H.P., Dominy R.G., Three-Dimensional Flow in a Low-Pressure Turbine Cascade at Its Design Condition, *ASME* 86-GT-106, June 8-12, 1986.
- [11] Hodson H.P., Dominy R.G., The Off-Design Performance of a Low Pressure Turbine Cascade. *ASME* 86-GT-188, June 8-12, 1986.