

# 开放平板线的特性阻抗\*

万长华

(上海微波技术研究所, 上海)

**摘要** 本文通过保角变换研究了垂直带状线中等位线的特性, 结果表明其中有一根非常近似于圆的等位线. 据此导出了开放平板线的特性阻抗. 这个方法物理概念清晰, 所得结果可信并和已有的结果吻合较好.

**关键词** 开放平板线; 保角变换; 特性阻抗; 等位线

## 1. 引言

由于开放平板线在微波滤波器技术<sup>[1-2]</sup>和微波测量技术<sup>[3]</sup>上的广泛应用, 因此关于它的分析受到特别重视<sup>[4-10]</sup>. 其以尤以 Wheeler 的工作<sup>[4-5]</sup>为世人所推崇. 他导出了一个统一的公式附加几个常数, 就很好地描述了空气圆微带线、开放平板线、槽形线、外方内圆同轴线及标准同轴线的阻抗特性, 结果较好. 本文用一种新颖的方法, 从基本概念出发, 导出了开放平板线的特性阻抗, 所得结果与文献中的结果吻合.

## 2. 理论

如图 1 所示的开放平板线, 用解析方法严格求解似乎是不可能的. 然而是否有可能证明垂直带状线中唯一存在一根圆或非常近似于圆的等位线呢? 回答是肯定的. 这就间接地求解了开放平板线.

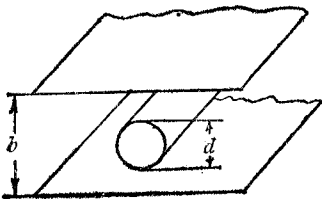


图 1 开放平板线的结构

考察如图 2(a) 所示的垂直带状线, 其中心带厚为零.

仿文献[11], 通过 S-C 变换和椭圆正弦变换把图 2(a) 的上半部分变为  $\omega$  平面上的矩形区域.

变换函数为

$$z = j \frac{b}{\pi} \int_0^t \frac{dt}{\sqrt{t^2 - \frac{1}{k^2}}} \quad (1)$$

式中

$$\begin{aligned} k &= \sin \left( \frac{\omega}{2b} \pi \right) \\ z &= \text{sn}(\omega, k) \end{aligned} \quad (2)$$

故垂直带线的阻抗为

$$Z = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{K'(k)}{K(k)} \quad (\Omega) \quad (3)$$

\* 1987 年 8 月 31 日收到, 1988 年 7 月 5 日修改定稿。

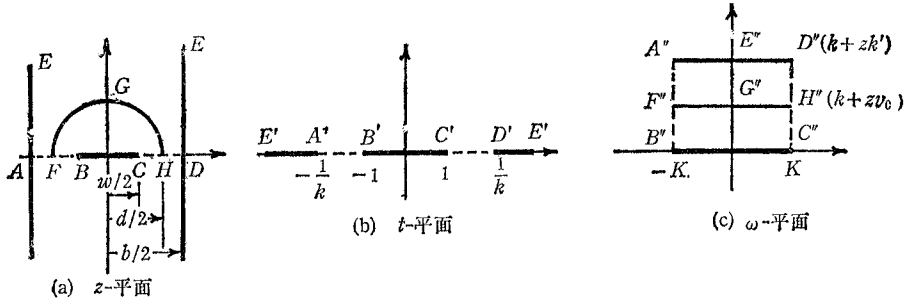


图 2 垂直带状线在各平面上的结构

式中  $\mu$  和  $\epsilon$  是媒质的物性参数.  $K(k)$  和  $K'(k)$  分别是模为  $k$  和  $k' (= \sqrt{1 - k^2})$  的第一类完全椭圆积分, 且  $K'(k) = K(k')$ .

可以证明<sup>[12]</sup>, 图 2(a) 中任意一根等位线上的点离原点的距离在  $G$  点和  $H$  点(据对称性可知  $F$  点的性质与  $H$  点相同)取得极值. 显然对于靠近内导体的等位线上的  $|z|$  在  $G$  点为最小, 在  $H(F)$  点为最大; 而对于靠近外导体的等位线则相反. 考虑到电位函数从内导体变化到外导体的过程中的连续性、单调性, 可以断定必存在且只存在一根使  $|z_G| = |z_H|$  的等位线. 如果这根等位线近似于圆, 则可利用它来求开放平板线的特性阻抗. 事实上对于较小的  $k$ (即  $w/b$  较小), 这根“准圆”等位线与圆相差甚微, 而在  $k$  较大时也差别不大. 表 1 的数据即可说明这一点.

基于上述理论, 设唯一存在于垂直带状线中的准圆等位线的外接圆直径为  $d = 2|z_G| = 2|z_H|$ , 则利用垂直带状线的特性阻抗  $Z$  和同轴带状线的特性阻抗  $Z_2$ <sup>[13]</sup> 立即得到开放平板线的特性阻抗  $Z_1$  为

$$Z_1 = Z - Z_2 = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left[ \frac{K'(k)}{K(k)} - \frac{K'(x)}{K(x)} \right] \quad (\Omega) \quad (4)$$

表 1 “准圆”等位线上的  $|z|/b$

$\begin{matrix} u/K \\  z /b \\ d/2b \end{matrix}$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0.05	0.05	0.04999	0.049999	0.049999	0.049999	0.049999
0.25	0.25	0.24987	0.24956	0.24921	0.24897	0.24893
0.45	0.45	0.44683	0.43950	0.43201	0.42700	0.42533
$\begin{matrix} u/K \\  z /b \\ d/2b \end{matrix}$	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	$\frac{d - 2 z _{\min}}{d}$ (%)
0.05	0.049999	0.049999	0.049999	0.049999	0.05	$6.7 \times 10^{-4}$
0.25	0.24908	0.24936	0.24966	0.24989	0.25	0.43
0.45	0.42682	0.43070	0.43576	0.44022	0.45	5.48

式中

$$x = \frac{2(w/d)}{1 + (w/d)^2}$$

另一方面,在准圆等位线,  $\omega = u + jv_0$  上,  $z_G = j \frac{d}{2} \left( z = j \frac{\operatorname{sn} v_0}{\operatorname{cn} v_0} \right)$ ,  $z_H = \frac{d}{2} \left( z = \frac{1}{\operatorname{dn} v_0} \right)$ .  
代入变换式(1)式求得

$$k = \sqrt{1 - \cos^2 \left( \frac{d}{2b} \pi \right) \operatorname{ch}^2 \left( \frac{d}{2b} \pi \right)} \quad (5)$$

因此

$$\begin{aligned} w/b &= \frac{2}{\pi} \cos^{-1} \left[ \cos \left( \frac{d}{2b} \pi \right) \operatorname{ch}^2 \left( \frac{d}{2b} \pi \right) \right] \\ x &= \frac{\frac{4b}{\pi d} \cos^{-1} \left[ \cos \left( \frac{d\pi}{2b} \right) \operatorname{ch} \left( \frac{d}{2b} \pi \right) \right]}{1 + \left[ \frac{2b}{\pi d} \cos^{-1} \left( \cos \left( \frac{d\pi}{2b} \right) \operatorname{ch} \left( \frac{d}{2b} \pi \right) \right) \right]^2} \end{aligned} \quad (6)$$

故开放平板线的特性阻抗  $Z_1$  由(4),(5),(6)式确定. 极限情形,令  $d/b = 1$ , 则  $k = 1$ ,  $x = 1$ , 此时(4)式给出  $Z_1 = 0(\Omega)$ . 这正是内、外导体接触时的情形. 虽然(4)式的计算牵涉到两个第一类完全椭圆积分比的计算,但 Hilberg<sup>[14]</sup> 提供了三种不同精度的计算这些比值的极其方便的算术近似表达式. 用其中一种精度为  $3 \times 10^{-6}$  的近似公式可把(4)式化为如下近似算式:

$$\begin{aligned} (1) \quad 0 \leq \frac{d}{b} \leq 0.4552 \\ Z_1 \approx \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \left\{ \left[ \left( \frac{\rho}{y} \right)^2 - \sqrt{\left( \frac{\rho}{y} \right)^4 - 1} \right] \frac{1 + \sqrt{\cos y}}{1 - \sqrt{\cos y}} \right\} \\ (2) \quad 0.4552 < d/b \leq 0.7338 \\ Z_1 \approx \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \left\{ \frac{1}{\pi} \ln \left( 2 \frac{1 + \sqrt{\cos y}}{1 - \sqrt{\cos y}} \right) - \frac{\pi}{\ln 2 \left[ \left( \frac{\rho}{y} \right)^2 + \sqrt{\left( \frac{\rho}{y} \right)^4 - 1} \right]} \right\} \\ (3) \quad 0.7338 < d/b \\ Z_1 \approx \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \left\{ \frac{1}{\ln \left[ 2 \frac{1 + \sqrt{\cos y}}{1 - \sqrt{\cos y}} \right]} - \frac{\pi}{\ln 2 \left[ \left( \frac{\rho}{y} \right)^2 + \sqrt{\left( \frac{\rho}{y} \right)^4 - 1} \right]} \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

以上三式中

$$\rho = \frac{d\pi}{2b}, \quad y = \cos^{-1}(\cos \rho \operatorname{ch} \rho).$$

### 3. 结果和讨论

本文对  $d/b$  从 0.1 到 0.9 变化时的  $Z_1$  进行了计算, 其结果和其他作者的结果一并列在表 2 中以作比较.

从表 2 可看出本文的结果与 Wheeler 所得结果吻合较好. 究竟何者更为可信, 恐一时无法断言. 但就通常使用条件而言, 前两列结果都是可以信赖的.

本文用保角变换解析方法研究了垂直带状线中等位线的特性, 利用其中近似于圆的

表 2 各种方法所得开放平板线的阻抗之比较

 $(\mu = \mu_0, \varepsilon = \varepsilon_0)$ 

方法 $d/b$	本文 $Z_1(\Omega)$	Wheeler <sup>[7]</sup> $Z_1(\Omega)$	Knight <sup>[6]</sup> $Z_1(\Omega)$	Franke <sup>[7]</sup> $Z_1(\Omega)$	Chisholm <sup>[8]</sup> $Z_1(\Omega)$	Mahapatra <sup>[9]</sup> $Z_1(\Omega)$	林钟方法 <sup>[10]</sup> $Z_1(\Omega)$
0.1	152.5257	152.6485	152.51	152.53	152.53	152.53	152.53
0.2	110.9627	111.0522	110.96	110.97	110.97	110.95	110.97
0.3	86.6213	86.6920	86.62	86.66	86.65	86.58	86.64
0.4	69.2845	69.3432	69.28	69.42	69.39	69.14	69.34
0.5	55.7138	55.7650	55.71	56.04	55.99	55.36	55.84
0.6	44.4188	44.4645	44.42	45.11	45.00	43.69	44.65
0.7	34.5334	34.5680	34.52	35.87	35.65	33.16	34.91
0.8	25.4072	25.4005	25.34	27.86	27.47	23.03	25.93
0.9	16.2604	16.0879		20.80	20.11	12.46	16.78

等位线间接导出了开放平板线的特性阻抗。整个分析推导过程物理概念清晰, 所得结果可信、实用。为研究某些不易直接研究的传输线问题提供了一种有效的方法——间接法。

感谢林为干教授、周学松高级工程师在本文写作过程中给予作者的指点和建议。

## 参 考 文 献

- [1] G. L. Matthaei, L. Young, E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Network and Coupling Structures*, McGraw-Hill, New York, 1964, chs. 8 and 10.
- [2] B. F. Nicholson, *Radio and Electronic Engr.*, **34**(1967), 39.
- [3] W. B. Wholey, W. N. Eldred, *Proc. IRE*, **38**(1950), 244.
- [4] H. A. Wheeler, *IRE Trans. on AP*, **AP-3**(1955), 203.
- [5] H. A. Wheeler, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-27**(1979), 717.
- [6] R. C. Knight, *Proc. Math. Soc.*, **39**(1933), 272.
- [7] S. Frankel, *Proc. IRE*, **30**(1942), 182.
- [8] R. M. Chisholm, *IRE Trans. on MTT*, **MTT-4**(1956), 166.
- [9] S. Mahapatra, *Proc. IRE*, **48**(1960), 1652.
- [10] 林为干, 钟祥礼, *物理学报*, **19**(1963), 249.
- [11] W. G. Lin (林为干), *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-30**(1982), 1981.
- [12] 万长华, 任伟, *微波学报*, 1986年, 第2期, 第17页.
- [13] M. A. R. Gunston, *Microwave Transmission-Line Impedance Data*, VNR Co., 1972, ch 4.
- [14] W. Hilberg, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-17**(1969), 259.

## CHARACTERISTIC IMPEDANCE OF UNSCREENED SLAB-LINE

Wan Changhua

(Shanghai Research Institute of Microwave Technology, Shanghai)

**Abstract** The characteristic impedance of unscreened slab-line is obtained, based on the investigation of the properties of the equipotential line in vertical stripline. Physical concepts of the developed method is clear. The computed results agree well with those in the literatures.

**Key words** Unscreened slab-line; Conformal mapping; Characteristic impedance; Equipotential line