◎工程与应用◎

竞选算法及其在函数全局最优化问题中的应用

贺春华[1],吕文阁[2],张湘伟[2]
HE Chun-hua[1],LV Wen-ge[2],ZHANG Xiang-wei[2]

1.广东工业大学 材料与能源学院,广州 510006
2.广东工业大学 机电工程学院,广州 510006
1.Faculty of Materials and Energy,Guangdong University of Technology,Guangzhou 510006,China
2.Faculty of Electromechanical Engineering,Guangdong University of Technology,Guangzhou 510006,China
E-mail:hchh@gdut.edu.cn

HE Chun-hua,LV Wen-ge,ZHANG Xiang-wei.Election-survey algorithm and its application in global optimization problem of function.Computer Engineering and Applications,2010,46(11):196-199.

Abstract: The election-survey algorithm is a kind of optimal algorithm based on the optimal implication involved in campaign,it acts by simulating the behavior that the election candidates pursue the highest support in campaign all along.The basic principle and calculation procedure of the election-survey algorithm are introduced and the election-survey algorithm is used in solving global optimal solution of functions.The numerical experiment results by researching the optimal problem of standard test functions show that the election-survey algorithm can constringe rapidly to global optimal solution and has better stability.
Key words: optimal algorithm;election-survey algorithm;function optimization;numerical experiments

摘 要:竞选算法是借鉴人类竞选活动中所蕴涵的优化思想而建立的一种优化算法,其搜索机制模拟的是竞选人在整个竞选过程中追求最高支持率的行为。介绍了算法的基本思想、基本原理和计算步骤,并将竞选算法应用于求解函数的全局最优解。通过对标准测试函数优化的数值实验结果表明,竞选算法可快速搜索到函数的全局最优解,并具有较好的稳定性。
关键词:优化算法;竞选算法;函数优化;数值实验
DOI:10.3778/j.issn.1002-8331.2010.11.060 **文章编号:**1002-8331(2010)11-0196-04 **文献标识码:**A **中图分类号:**TP301.6

1 引言

获得问题的最优解一直是人们追求的理想与目标,Wolpert 和 Macready 在 1997 年提出并严格论证了无免费午餐定理(No Free Lunch Theorems,NFL 定理)[1],简单表述为:对于所有可能的问题,任意给定两个算法 A 、A',如果 A 在某些问题上表现比 A' 好(差),那么 A 在其他问题上的表现就一定比 A'差(好)。也就是说,任意两个算法 A 、A'对所有问题的平均表现度量是完全一样的。NFL 定理否定了寻找一个万能的通用最佳算法的可能性, 等效地,NFL 定理肯定了针对特定的优化问题,一定存在着相对最适用优化算法的必然性。因此,探索新型的优化算法将始终是一项具有科学意义和实用价值的工作。

自然界和人类社会中的各种复杂系统如生态系统、经济系统、社会系统等是经过了长期发展而形成的,它们目前的结构或状态是对环境的适应的结果,它们的发展过程本质上就是一个优化的过程。在优化理论和方法研究上,人们通过模拟自然界和人类社会的各种行为、特征和机制,提出了一些具有优秀搜索能力的现代优化算法—启发式优化算法,如模仿物种进化的遗传算法[2]、模拟金属冷却过程的退火算法[3]、模拟蚂蚁觅食过程的蚁群算法[4]、模拟鸟类或鱼群觅食行为的粒子群算法[5]、模拟人类和动物记忆功能的禁忌搜索算法[6]等。

竞选是人类社会的一项重要活动,竞选人通过一系列竞选行为,以期望获得选民们的最大支持。竞选人根据对选民们的抽样调查来了解当前支持情况,并决定下一步竞选行动。为了获得选民们的更高支持,竞选人总是趋向具有较高威望选民的位置,而结果总是支持率最高、在选民中威望最高的竞选人赢得竞选。竞选算法就是通过模拟人类社会竞选活动而建立的一种搜索最优解的方法。作为求最优解的一种优化算法,竞选算法在机械优化设计、图像处理等领域得到应用[7-10]。

2 竞选算法的基本思想

人类社会活动中存在着这样一种竞选机制:多个竞选人在选民中进行竞选。竞选人能够对一定范围内的选民产生影响,

基金项目:国家自然科学基金(the National Natural Science Foundation of China under Grant No.50775044)。
作者简介:贺春华(1963-),男,博士生,副教授,主要研究领域:优化设计;吕文阁(1966-),男,博士,副教授,主要研究领域:优化设计;张湘伟(1950-),男,教授,博士生导师,主要研究领域:现代设计方法,固体计算力学。
收稿日期:2009-11-24 **修回日期:**2010-01-28

竞选人对选民的影响随着竞选人与选民之间的距离的增加而逐渐减小。竞选人的威望越高，其影响范围也就越大，当超过一定的极限距离后竞选人对选民的影响降低为零；假设社会结构是不均衡的，选民的威望不尽相同，因此对竞选人的支持也不相同；每一个选民都受到多个竞选人的影响，选民要根据竞选人对他影响的大小按比例分配他的支持；通过对选民的抽样调查获取各个竞选人的被支持情况。计算某个竞选人对有限数量抽样调查选民的影响和抽样调查选民对该竞选人的支持，就可以估算出该竞选人的支持情况。竞选人可能对多个选民产生影响，因此也就会获得多个选民的支持。一个抽样调查选民对某个竞选人的支持占该竞选人获得总支持的比例，就是一个抽样调查选民对该竞选人的贡献。将每个抽样调查选民的位置坐标与其贡献相乘后求和，得到的位置坐标就是该竞选人支持重心，即抽样调查得出的该竞选人具有更高威望的位置。

在上面描述的竞选机制中，可以看出，竞选人对不同距离的抽样调查选民的影响是不同的，威望不同抽样调查选民可供分配的支持量也不相同，因此一个抽样调查选民分配给不同竞选人产生的支持也不相同。这样，虽然是同一批抽样调查选民，对不同竞选人产生的支持的贡献是完全不同的，因此也就有不同的支持重心，引导着竞选人向最适合自己的位置移动。从效果上看，这样的竞选机制将引导着竞选人向着距离自己较近的、具有较高威望的抽样调查选民方向移动，以获得具有更高威望的位置。

竞选是竞选人通过一系列竞选活动以获得最大的支持，而优化是从问题的众多可行解中寻找出最优解，两者在过程上存在着一定的相似性。可以想象，竞选过程中蕴涵着一种优化思想和机制，因此可以借鉴这一思想和模拟这一机制而建立一种优化算法，将它称为竞选算法(Election-Survey Algorithm，ESA)。

3　竞选算法的基本原理

在竞选算法中，将解空间想象成选民，将当前解想象成竞选人。选民，即可行解所对应的函数值称为选民的威望，竞选人，即当前解所对应的函数值称为竞选人的威望。

以竞选算法的一个计算循环为例，介绍竞选算法的最优值搜索实现过程。

如图1所示，假设有 l 个竞选人，在图中以“+”表示，记为 $C_i(i=1,2,\cdots,l)$；m 个全局抽样调查选民，以“·”表示，记为 $V_j(j=1,2,\cdots,m)$，其位置坐标记为 $x_{V_j}(j=1,2,\cdots,m)$；每个竞选人周围选取 n 个局部抽样调查选民，并以“∘”表示，记为 $V_{i,k}(i=1,2,\cdots,l,k=1,2,\cdots,n)$，其位置坐标记为 $x_{V_{i,k}}(i=1,2,\cdots,l,k=1,2,\cdots,n)$。在后面的计算过程中，$V$ 泛指抽样调查选民，抽样调查选民的单数字下标表示“j”全局抽样调查选民顺序号，逗号分开的两数字下标“i,k”表示局部抽样调查选民，第一个数字表示在第“i”个竞选人周围，第二个数字表示第“k”个局部顺序号。

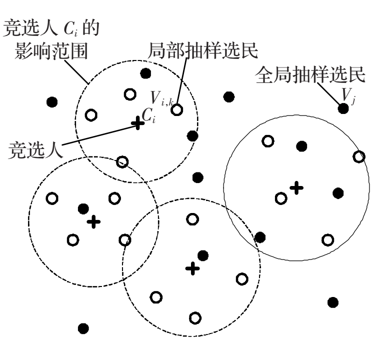

图1　抽样调查选民分布

步骤1　设置参数

竞选算法的主要参数有：竞选人个数；全局抽样调查选民样本数；局部抽样调查选民样本数；竞选人的影响范围；局部抽样调查均方差；计算精度(停止计算的条件)。

步骤2　初始化一批竞选人，生成各竞选人的初始坐标位置，并计算竞选人的初始威望。根据竞选人的初始位置坐标直接由目标函数计算竞选人的威望，即

$$P_{C_i}=f(x_{C_i}) \tag{1}$$

其中，P_{C_i} 表示竞选人 C_i 的威望，$f(\cdot)$ 为目标函数，x_{C_i} 为竞选人 C_i 的位置坐标($i=1,2,\cdots,l$)。由式(1)可以计算出竞选人 $C_1,C_2,\cdots,C_l$ 的威望 $P_{C_1},P_{C_2},\cdots,P_{C_l}$。

步骤3　计算竞选人的影响范围。竞选人的威望越高，其影响范围也就越大，当超过一定的极限距离后竞选人对选民的影响降低为零。因此，可以采用下面的规律建立竞选人的威望与影响范围之间的关系：

$$R_{C_i}=\frac{(P_{C_i}-P_{\mathrm{Min}})}{(P_{\mathrm{Max}}-P_{\mathrm{Min}})}(R_{\mathrm{Max}}-R_{\mathrm{Min}})+R_{\mathrm{Min}} \tag{2}$$

其中，R_{C_i} 表示竞选人 C_i 的影响范围；R_{Max} 和 R_{Min} 为竞选人最大和最小影响范围，是算法的两个参数；P_{Max} 和 P_{Min} 为当前竞选人中的最大威望和最小威望，$P_{\mathrm{Max}}=\mathrm{Max}(P_{C_1},P_{C_2},\cdots,P_{C_l})$，$P_{\mathrm{Min}}=\mathrm{Min}(P_{C_1},P_{C_2},\cdots,P_{C_l})$。根据式(2)可以计算出竞选人 $C_1,C_2,\cdots,C_l$ 的影响范围 $R_{C_1},R_{C_2},\cdots,R_{C_l}$。

步骤4　生成全局抽样调查选民样本。在可行解中，使用均匀分布产生全局抽样调查选民，均匀分布记为 $u(x_{\mathrm{Min}},x_{\mathrm{Max}})$，其概率密度函数为：

$$f_u(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x_{\mathrm{Max}}-x_{\mathrm{Min}}} & x_{\mathrm{Min}}\leqslant x\leqslant x_{\mathrm{Max}}\\ 0 & \text{其他}\end{cases} \tag{3}$$

其中，x_{Min} 和 x_{Max} 分别为可行解区域的下限和上限。由均匀分布

$$x_{V_j}=u(x_{\mathrm{Min}},x_{\mathrm{Max}}) \tag{4}$$

计算出全局抽样调查选民 $V_1,V_2,\cdots,V_m$ 的位置坐标 x_{V_j}。

步骤5　生成局部抽样调查选民样本。在竞选人周围，使用正态分布产生局部抽样调查选民。正态分布记为 $N(\mu,\sigma^2)$，其概率密度函数为：

$$f_N(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]\quad -\infty\leqslant x\leqslant\infty \tag{5}$$

其中，μ 是均值，σ^2 是均方差。

竞选人的威望越高，采用较小的局部抽样调查均方差，使算法快速稳定地收敛于局部最优解。因此，采用下面的规律建立竞选人的威望与局部抽样调查均方差之间的关系

$$\sigma_{C_i}=\sigma_{\mathrm{Max}}-\frac{(P_{C_i}-P_{\mathrm{Min}})}{(P_{\mathrm{Max}}-P_{\mathrm{Min}})}(\sigma_{\mathrm{Max}}-\sigma_{\mathrm{Min}}) \tag{6}$$

其中，σ_{C_i} 表示竞选人 C_i 的局部抽样调查均方差；σ_{Max} 和 σ_{Min} 为最大和最小竞选人局部抽样调查均方差，是算法的参数，需要在计算前进行设置。根据式(6)可以计算出竞选人 $C_1,C_2,\cdots,C_l$ 的影响范围 $\sigma_{C_1},\sigma_{C_2},\cdots,\sigma_{C_l}$。由正态分布

$$x_{V_{i,k}}=N(x_{C_i},\sigma_{C_i}^2) \tag{7}$$

计算出竞选人 $C_1,C_2,\cdots,C_l$ 的局部抽样调查选民 $V_{1,1},V_{1,2},\cdots,V_{1,n},V_{2,1},V_{2,2},\cdots,V_{2,n},\cdots,V_{l,1},V_{l,2},\cdots,V_{l,n}$ 的位置坐标 $x_{V_{i,k}}$。

步骤 6 计算各抽样调查选民的威望。直接由目标函数计算选民的威望,即

$$P_V=f(x_V) \tag{8}$$

其中 P_V 表示选民 V 的威望,$f(\cdot)$是目标函数,x_V 是选民 V 的位置坐标。

步骤 7 计算竞选人与抽样调查选民之间的距离。竞选人与抽样调查选民之间的距离可以采取多种定义,如

$$D_{C,V}=\sqrt{x_{C_i}^2-x_V^2} \tag{9}$$

或

$$D_{C,V}=|x_{C_i}-x_V| \tag{10}$$

其中,$D_{C,V}$ 为竞选人 C_i 与抽样调查选民 V 之间的距离。

步骤 8 计算竞选人对抽样调查选民的影响。竞选人可以对其影响范围内的选民产生影响。竞选人 C_i 对抽样调查选民 V 的影响为

$$F_{C,V}=\begin{cases}\dfrac{R_{C_i}-D_{C,V}}{R_{C_i}}P_{C_i} & R_{C_i}\geqslant D_{C,V}\\ 0 & \text{其他}\end{cases} \tag{11}$$

其中,F_{C_iV} 是竞选人 C_i 对抽样调查选民 V 的影响。此处假设竞选人对选民的影响按线性规律衰减(也可以采用非线性规律衰减)。

步骤 9 计算选民受到的总影响。一个选民可能受到多个竞选人的影响,其所受到的总影响应为所有竞选人对其影响之和。

$$F_V=\sum_{i=1}^{l}F_{C_iV} \tag{12}$$

其中,F_V 表示选民 V 所受到的总影响。

步骤 10 计算抽样调查选民能产生的支持并分配给各竞选人。选民能产生的支持正比于他的威望,比例系数会在以后的运算中约去,因此直接用选民的威望来表示选民能产生的支持。

抽样调查选民根据各个竞选人对他影响的大小按比例进行分配他的支持。一个抽样调查选民可能受到多个竞选人的影响,选民要根据竞选人对其影响的大小按比例分配他的支持。抽样调查选民 V 分配给竞选人的支持为:

$$S_{VC_i}=\frac{F_{VC_i}}{F_V}P_V \tag{13}$$

其中,S_{VC_i} 表示抽样调查选民 V 对竞选人 C_i 的支持。

步骤 11 计算竞选人获得的总支持。一个竞选人可能得到多个抽样调查选民的支持,竞选人获得的总支持为:

$$S_{C_i}=\sum_{j=1}^{m}S_{V_jC_i}+\sum_{k=1}^{n}S_{V_{i,k}C_i} \tag{14}$$

其中 S_{C_i} 表示竞选人 C_i 获得的总支持。根据式(14)即可分别求出各竞选人从全部抽样调查选民获得的总支持。

步骤 12 计算抽样调查选民对竞选人的贡献。抽样调查选民对竞选人的贡献是某个选民对一个竞选人的支持占该竞选人的总支持的比例,由下式计算:

$$Q_{VC_i}=\frac{S_{VC_i}}{S_{C_i}} \tag{15}$$

其中,Q_{VC_i} 表示抽样调查选民 V 对竞选人 C_i 的贡献。

步骤 13 计算竞选人的支持重心,作为竞选人的下一位置。抽样调查选民对竞选人的贡献就是引导竞选人向着该抽样调查选民所在方向移动的权重。抽样调查选民对某一竞选人的贡献与该抽样调查选民的位置坐标相乘后求和,计算出一个新的位置坐标,将它称为该竞选人的抽样调查支持重心,即

$$x_{C_i}^a=\sum_{j=1}^{m}Q_{V_jC_i}x_V+\sum_{k=1}^{n}Q_{V_{i,k}C_i}x_V \tag{16}$$

其中,$x_{C_i}^a$ 表示竞选人 C_i 的抽样调查支持重心。

竞选人的支持重心是通过抽样调查获得的与竞选人较近的、具有较高威望的抽样调查选民位置,因此竞选人的下一步的竞选地点应该就是支持重心的位置。

步骤 14 计算竞选人在新位置的威望。直接由目标函数计算竞选人在新位置的威望。

步骤 15 比较随机抽样调查选民与竞选人的威望。在计算过程中,为了加快搜索速度和跳出局部最优解,比较抽样调查选民与竞选人的威望,如果抽样调查选民的威望高于竞选人的威望,高威望抽样调查选民将参选而成为竞选人,而低威望竞选人被淘汰。

步骤 16 判断:若满足停止准则,则停止,输出所保留的最好解作为问题的近似全局最优解。否则返回步骤 2。

4 竞选算法在函数全局优化问题中的应用

从上面描述的竞选算法的基本原理和计算程序流程可看出,竞选算法中存在大量的随机操作,理论上进行严格分析是非常困难的,因此算法的有效性要通过标准测试函数来检验。在选择测试函数时,应考虑实际应用问题的数学模型中所可能呈现出的各种数学特性,主要包括[11]:连续或离散函数;凹或凸函数;二次或非二次函数;低维或高维函数;单峰值或多峰值函数等。

通过大量的数值实验对竞选算法在函数全局最优化问题中的应用进行了研究。下面是从大量数值实验中选出的 5 个具有代表性的测试函数[11]的实验结果。

(1)De Jong 函数 $F2$:

$$\min\ f_1(x_1,x_2)=100(x_1^2-x_2)^2+(1-x_1)^2 \tag{17}$$

其中,$x_i\in[-2.048,2.048]$,$i=1,2$。

该函数是一个二维函数,全局极小值 $f_1(1,1)=0$。该函数是非凸的单峰函数,其极值呈病态难以进行全局极小化。

(2)De Jong 函数 $F3$:

$$\min\ f_2(x_1,x_2,\cdots,x_5)=\sum_{i=1}^{5}\mathrm{integer}(x_i) \tag{18}$$

其中,$x_i\in[-5.12,5.12]$,$i=1,2,\cdots,5$。

该函数是不连续函数,由变量的整数部分相加而成,相同的极值可以有不同的解,使算法的收敛速度显著减慢。该函数在五维空间中有一个最小值,此时 $f_2(-5,-5,\cdots,-5)=-25$。

(3)De Jong 函数 $F5$:

$$\min\ f_3(x_1,x_2)=0.002+\sum_{j=1}^{25}\frac{1}{j+\sum_{i=1}^{2}(x_i-a_{ij})^6} \tag{19}$$

其中,$x_i\in[-65.536,65.536]$,$i=1,2$。

$$a_{ij}=\begin{pmatrix}-32 & -16 & 0 & 16 & 32 & -32 & \cdots & 0 & 16 & 32\\ -32 & -32 & -32 & -32 & -32 & -16 & \cdots & 32 & 32 & 32\end{pmatrix}$$

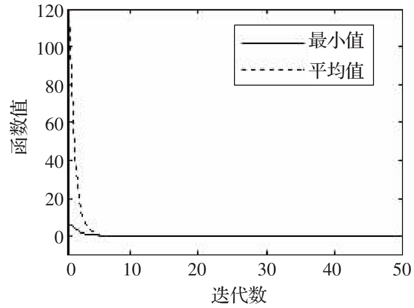

图 2　函数 $f_1(x_1,x_2)$ 目标值收敛过程

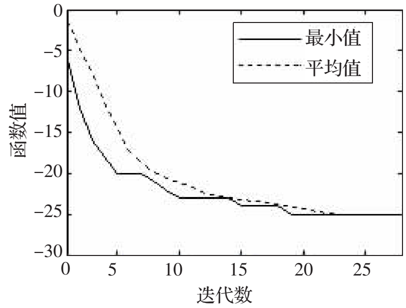

图 3　函数 $f_2(x_1,x_2,\cdots,x_5)$ 目标值收敛过程

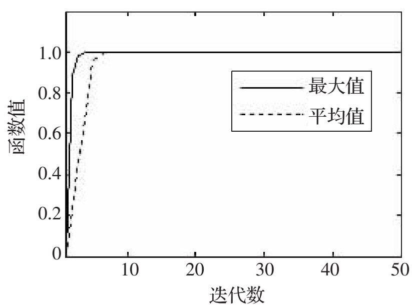

图 4　函数 $f_3(x_1,x_2)$ 目标值收敛过程

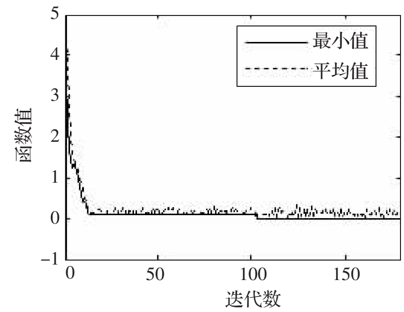

图 5　函数 $f_4(x_1,x_2)$ 目标值收敛过程

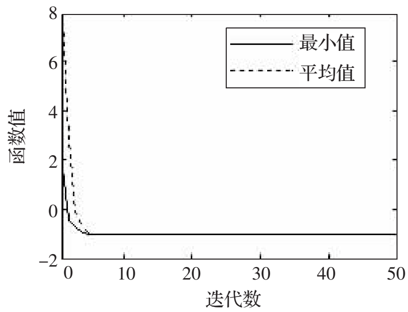

图 6　函数 $f_5(x,y)$ 目标值收敛过程

该函数是二维多峰函数，具有 25 个局部极大值，其中有一个是全局极大点，全局极大值为 $f_3(-32,-32)=0.998\,0$。

（4）Schaffer 函数 F7：

$$\min f_4(x_1,x_2)=(x_1^2+x_2^2)^{0.25}[\sin^2(50\times(x_1^2+x_2^2)^{0.1})+1.0] \quad (20)$$

其中，$x_i\in[-100,100]$，$i=1,2$。

该函数在其定义域内只有一个全局极小点，全局极小值为 $f_4(0,0)=0$。

（5）六峰值驼背函数（Six-hump Camel Back Function）：

$$\min f_5(x,y)=(4-2.1x^2+\frac{x^4}{3})x^2+xy+(-4+4y^2)y^2 \quad (21)$$

其中，$x\in[-3,3]$，$y\in[-2,2]$。

该函数共有 6 个局部极小点，其中两个为全局最小点，全局最小值为：

$$f_5(0.089\,8,-0.712\,6)=f_5(-0.089\,8,0.712\,6)=-1.031\,628$$

竞选算法对以上 5 类函数全局优化的参数设置如表 1。

表 1　测试函数竞选算法的参数设置

测试函数	l	m	n	$\sigma_{\mathrm{Min}},\sigma_{\mathrm{Max}}$	$R_{\mathrm{Min}},R_{\mathrm{Max}}$
f_1	10	20	10	0.006，0.012	0.1，0.2
f_2	5	100	10	0.1，0.2	0.3，0.6
f_3	4	48	3	0.08，0.16	0.1，0.5
f_4	10	20	10	0.1，0.2	0.3，0.6
f_5	4	12	6	0.06，0.12	0.3，0.6

竞选算法对以上 5 类函数的优化结果见表 2，表中的平均迭代次数是指在设定精度下进行 100 次计算，每次计算停止时迭代次数的平均值。由表中的数据可以看出，竞选算法有比较好的稳定性，多数情况下都能收敛于全局最优或接近全局最优。图 2~图 6 分别为上述 5 类函数最优（最大或最小）目标值、平均目标值的计算运行过程。

5　结论

（1）竞选算法是一种全局最优化方法，在优化过程中，无需体系的先验知识，能在许多局部较优中找到全局最优。

（2）竞选算法随机初始化竞选人初始位置，使用评估值来评价系统，根据评估值进行一定的随机搜索。

（3）竞选算法的信息共享机制：距离当前解距离较近的信息以较大权重传给下一循环，属于集中式的信息流动，整个搜索更新过程能以很快的速度收敛。

（4）大量的数值实验证明，竞选算法高效可行，收敛快，并具有齐次（只使用当前循环的信息）、参数多、灵活的优点。

参考文献：

[1] Wolpert D H，Macready W G.No free lunch theorems for optimization[J].IEEE Transactions on Evolutionary Computation，1997，1（1）：67-82.

[2] Holland J H.Genetic algorithms[J].Scientific American，1992：44-50.

[3] Krikpatrick S，Gelett C，Veechi M.Optimization by simulated annealing[J].Science，1983，220（8）：671-680.

表 2　测试函数竞选算法的优化结果

测试函数	平均迭代数	优化结果		实际值	
		优化解	优化值	优化解	优化值
f_1	16	（1.000 1，1.000 2）	1.067 0E-6	（1，1）	0
f_2	18	（-5.041 8，-4.981 8，-4.984 1，-4.930 5，-5.012 2）	-25	（-5，-5，-5，-5，-5）	-25
f_3	112	（-31.993 4，-31.987 4）	0.998 0	（-32，-32）	0.998 0
f_4	496	（0.294 4，0.195 6）E-04	0.006 1	（0，0）	0
f_5	153	（-0.089 8，0.712 7）和（0.089 8，-0.712 7）	-1.031 628	（-0.089 8，0.712 7）和（0.089 8，0.712 7）	-1.031 628

（下转 216 页）