

捷联式惯性导航系统初始对准扰动补偿控制算法

张荣辉¹,王海玮²,贾宏光³,陈涛³,张跃³

(1. 浙江师范大学工学院, 浙江金华 321004; 2. 吉林大学交通学院, 长春 130022; 3. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130033)

摘要:提出了一种捷联惯性导航系统初始对准扰动补偿二级控制器的设计方法。选取载体的飞行姿态、速度与位置增量建立了扰动补偿控制的状态空间数学模型,基于 Backstepping 控制方法,通过引入虚拟反馈控制变量设计了非线性控制器,保证大初始扰动条件下系统状态稳定收敛到系统的平衡点集。在平衡点集,设计了 H_2 最优状态反馈控制律,以保证系统状态在平衡点集的渐进收敛。仿真和系统试验结果表明,这种二级补偿控制方法能有效抑制初始对准扰动误差,导航解算精度能够满足工程实际需要。

关键词:自动控制技术;捷联惯性导航系统;Backstepping 算法; H_2 最优控制;参数摄动

中图分类号:TP242.62 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5497(2010)03-0811-05

Disturbance compensate control algorithm for strapdown inertial navigation system in initial alignment

ZHANG Rong-hui¹, WANG Hai-wei², JIA Hong-guang³, CHEN Tao³, ZHANG Yue³

(1. College of Engineering, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China; 2. College of Transportation, Jilin University, Changchun 130022, China; 3. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

Abstract: A controller design method for strapdown inertial navigation system in initial alignment was proposed. State space mathematics model of SINS in initial alignment disturbance compensate was constructed by adopting flight pose deviation, velocity increment, and position increment. Based on Backstepping function control algorithm, virtue feedback control variable was imported and design non-linear controller to draught all states to attractive region of equivalent point collection. According to H_2 optimal control theory, optimize choose method for weight matrix was introduced, and the linear optimal control law was obtained finally. Digital simulation and experiment results show that, the controller designed by this method can restrain disturb deviation for SINS in initial alignment quickly, and the proposed control method offer an useful reference to SINS used in engineering.

Key words: automatic control technology; strapdown inertial navigation system(SINS); Backstepping algorithm; H_2 optimal control; parameter perturbation

收稿日期:2008-08-05.

基金项目:国家自然科学基金项目(60474055);吉林省杰出青年基金项目(20060115);中国科学院三期“知识创新”平台项目.

作者简介:张荣辉(1981-),男,讲师,博士.研究方向:自主导航控制技术,汽车安全辅助驾驶.

E-mail:zrh1981819@126.com

目前,捷联惯性导航系统(以下简称捷联惯导系统)初始对准扰动误差补偿控制方法有基于经典控制理论的单通道频域校正法^[1]、极点配置法、滤波法^[2]等。单通道频域校正法在各通道独立时具有好的补偿作用;极点配置法或滤波法解决了多通道耦合问题,但其局限在于对扰动误差的适应能力比较差,难以满足工程需要。本文首先建立系统初始对准的扰动控制数学模型,基于Backstepping和H₂最优控制理论研究捷联惯导系统初始对准中的扰动补偿控制方法,以提高系统的导航精度。

1 扰动补偿控制数学模型

捷联系统初始对准的误差补偿可以归结为考虑参数摄动时广义控制模型下的扰动控制,而合理选取状态变量和建立状态方程是控制器设计的前提。

1.1 姿态角误差方程

工程实践中,载体飞行姿态解算一般采用四元数法,理想和实际四元数微分方程分别如式(1)(2)所示

$$\dot{q} = \frac{1}{2} q(\omega_b^b - \omega_{IE}^b) \quad (1)$$

$$\dot{q}_c = \frac{1}{2} q_c(\omega_{bm}^b - \omega_{IEc}^b) \quad (2)$$

式中:q为理想四元数;q_c为实际计算四元数;ω_b^b和ω_{bm}^b分别为载体坐标系相对惯性空间陀螺仪的理想输出和实际输出;ω_{IE}^b和ω_{IEc}^b分别为地理坐标系相对惯性空间的理想角速度和实际计算角速度;b表示b坐标系下的角速度值。

矢量R在载体坐标系内用R_b表示,在地理坐标系内表示为R_E,转动关系见式(3),而考虑四元数解算误差时如式(4)所示,定义误差四元数为式(5)

$$R_E = qR_b q^{-1} \quad (3)$$

$$R_b = q_c^{-1} R'_E q_c \quad (4)$$

$$\delta q = qq_c^{-1} = \cos \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{\varphi}{2} \frac{\Phi}{\varphi} = 1 + \frac{\Phi}{2} \quad (5)$$

式中:Φ=2(qq_c⁻¹-1);δq表示误差四元数;φ表示其转动角。

将式(1)(2)代入式(5)并求导可得

$$\delta \dot{q} = \frac{1}{2} q \delta \omega_b^b q_c^{-1} -$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} qq_c^{-1} \omega_{IE}^E qq_c^{-1} + \frac{1}{2} qq_c^{-1} \omega_{IEc}^b q_c q_c^{-1} \\ & \frac{1}{2} \delta \omega_b^b \delta q - \frac{1}{2} \omega_{IE}^E \delta q + \frac{1}{2} \delta q \omega_{IEc}^E \end{aligned} \quad (6)$$

式中:δω_b^b是ω_b^b的误差量;ω_{IE}^E是ω_{IE}^b在地理坐标系下的角速度值;ω_{IEc}^b是ω_{IE}^b的实际计算值;ω_{IEc}^E是ω_{IE}^E的实际计算值。

联合式(5)(6)推得

$$\begin{aligned} \dot{\Phi} &= \delta \omega_b^E \circ (1 + \frac{\Phi}{2}) - \omega_{IE}^E \circ (1 + \frac{\Phi}{2}) + \\ & (1 + \frac{\Phi}{2}) \circ \omega_{IEc}^E \delta \omega_b^E + (\omega_{IEc}^E - \omega_{IE}^E) - \\ & \omega_{IE}^E \times \frac{\Phi}{2} \times \omega_{IEc}^E \delta \omega_b^E + \delta \omega_{IE}^E - \omega_{IE}^E \times \Phi \end{aligned} \quad (7)$$

式中:ω_b^E和ω_b^b分别是在地理坐标系E和惯性坐标系b下的角速度值;δω_b^E是ω_b^E的误差量;δω_{IE}^E是ω_{IE}^E的误差量;符号°表示四元数乘法;符号×表示矢量积。

式(7)中第一项为陀螺仪漂移项,简易表示为[ε_E ε_N ε_E]^T;第二项为计算机计算的误差项,微分处理后为

$$\begin{aligned} \delta \omega_{IE}^E &= \\ & \left[-\delta \frac{V_N}{R} \frac{\delta V_N}{R} - \omega_e \cos \varphi \frac{V_E}{R} \tan \varphi + \omega_e \sin \varphi \right]^T \end{aligned} \quad (8)$$

式中:R为地球半径;φ为经度;δV_N、δV_E分别为载体相对地理坐标系在北向和东向的速度误差量;ω_e为地球自转角速度。

定义α,β,λ分别为俯仰角、偏航角和滚转角,那么姿态角误差向量为Φ̇=[α̇ β̇ γ̇]^T,联立式(7)(8)可以得到姿态误差角方程为

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= -\frac{\delta V_N}{R} + (\frac{V_E}{R} \tan \varphi + \omega_e \sin \varphi) \beta - \\ & (\frac{V_E}{R} + \omega_e \cos \varphi) \gamma + \epsilon_E \\ \dot{\beta} &= \frac{\delta V_E}{R} - \omega_e \sin \varphi \delta \varphi - \\ & (\frac{V_E}{R} \tan \varphi + \omega_e \sin \varphi) \alpha - \frac{V_N}{R} \gamma + \epsilon_N \\ \dot{\gamma} &= \frac{\delta V_E}{R} \tan \varphi + (\frac{V_E}{R} \sec^2 \varphi + \omega_e \cos \varphi) \delta \varphi + \\ & (\frac{V_E}{R} + \omega_e \cos \varphi) \alpha + \frac{V_N}{R} \beta + \epsilon_E \end{aligned} \quad (9)$$

1.2 速度位置误差方程

根据文献,捷联惯导系统的静基座速度误差方程可以表示为

$$\left\{ \begin{aligned} \delta \dot{V}_E &= \left(\frac{V_N}{R} \tan \varphi - \frac{V_\zeta}{R} \right) \delta V_E + \left(\frac{V_E}{R} \tan \varphi + \right. \\ &\quad \left. 2 \omega_e \sin \varphi \right) \delta V_N - \left(\frac{V_E}{R} + 2 \omega_e \cos \varphi \right) \delta V_\zeta + \\ &\quad \left(\frac{V_E V_N}{R} \sec^2 \varphi + 2 \omega_e \cos \varphi V_N + \right. \\ &\quad \left. 2 \omega_e \sin \varphi V_\zeta \right) \delta \varphi + A_N \gamma - A_\zeta \beta + \Delta A_E \\ \delta \dot{V}_N &= -2 \left(\frac{V_E}{R} \tan \varphi + \omega_e \sin \varphi \right) \delta V_E - \\ &\quad \frac{V_\zeta}{R} \delta V_N - \frac{V_N}{R} \delta V_\zeta - \left(\frac{V_E}{R} \sec^2 \varphi + \right. \\ &\quad \left. 2 \omega_e \cos \varphi \right) V_E \delta \varphi + A_\zeta \alpha - A_E \gamma + \Delta A_N \\ \delta \dot{V}_\zeta &= 2 \left(\frac{V_E}{R} + \omega_e \cos \varphi \right) \delta V_E + 2 \frac{V_N}{R} \delta V_N - \\ &\quad 2 V_E \omega_e \sin \varphi \delta \varphi + A_E \beta - A_N \alpha + \Delta A_\zeta \end{aligned} \right. \quad (10)$$

式中: V_E, V_N, V_ζ 分别为载体在地理坐标系下东北天方向的速度; $\delta V_E, \delta V_N, \delta V_\zeta$ 分别为 V_E, V_N, V_ζ 的误差量; A_E, A_N, A_ζ 分别为载体在地理坐标系下东北天方向的加速度; $\Delta A_E, \Delta A_N, \Delta A_\zeta$ 分别为 A_E, A_N, A_ζ 的误差量。

根据经度和纬度的定义有

$$\dot{\varphi} = -\frac{V_N}{R}, \dot{\lambda} = \frac{V_E}{R} \sec \varphi$$

微分后可得到位置误差方程式

$$\left\{ \begin{aligned} \delta \dot{\varphi} &= -\frac{\delta V_N}{R} \\ \delta \dot{\lambda} &= \frac{\delta V_E}{R} \sec \varphi + \frac{V_E}{R} \sec \varphi \tan \varphi \delta \varphi \end{aligned} \right. \quad (11)$$

1.3 状态空间数学模型

本文研究中,垂直通道 δV_ζ 与经度误差 $\delta \lambda$ 暂不考虑^[2],状态变量为 $\delta V_E, \delta V_N, \delta \varphi, \alpha, \beta, \gamma$, 广义控制数学模型如式(12)所示

$$\dot{X}(t) = (F(X(t), f(t), t) + \Delta F) X(t) + W(t) + \Delta \sigma \quad (12)$$

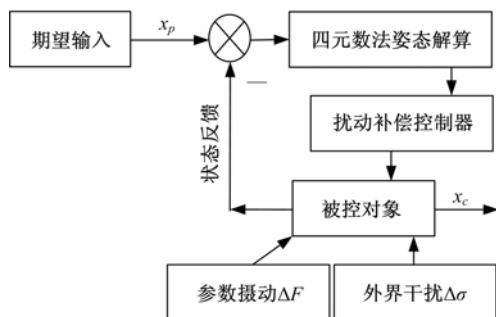


图 1 捷联惯导系统初始对准扰动误差控制原理
Fig.1 Disturbance error control principle of SINS in initial alignment

2 基于 Backstepping 算法的吸引控制

后退(Backstepping)算法通过引入虚拟反馈控制变量设计非线性控制器,将任意状态吸引到线性平衡点附近,本质为一种平衡状态附近的递推吸引控制^[3-4]。

2.1 吸引控制器设计

根据积分 Backstepping 思想,选取状态量 δV_E 为虚拟控制变量,新虚拟误差变量取为

$$\hat{\delta V}_E = \delta V_E - a_1 \{ f(k\varphi) + f[u(Kx(i))] \} \quad (13)$$

$$f[u(Kx(i))] = \tanh(Kx(i)) = \frac{1 - e^{-2Kx(i)}}{1 + e^{-2Kx(i)}} \quad (14)$$

式中: a_1 为任意正实数。

选取 $a_1 \{ f(k\varphi) + f[u(Kx(i))] \}$ 为虚拟反馈量,构造如下的 Lyapunov 函数^[4-6],取 a_1 至 a_5 均大于 0,函数式(15)显然是正定的。

$$V = \frac{1}{2} a_1 \delta \hat{V}_E^2 + \frac{1}{2} a_2 \delta V_N^2 + \frac{1}{2} a_3 \alpha^2 + \frac{1}{2} a_4 \beta^2 + \frac{1}{2} a_5 \gamma^2 + 2(1 - \cos \frac{\varphi}{2}) \quad (15)$$

控制器的设计主要是寻求控制量 $u_c = u(Kx(i))$,使得 $\delta V_E \rightarrow a_1 \{ f(k\varphi) + f[u(Kx(i))] \}$,

$\delta \hat{V}_E \rightarrow M(a)$,各个积分子系统的吸引目标可类推。

本文选取控制律为

$$\begin{aligned} u(Kx(i)) &= \\ &[\delta V_E/R + \cos \varphi \delta V_N/R + \sin \varphi \cdot \beta \sin \varphi \delta \varphi \\ &\quad \alpha + \delta \varphi \quad \alpha \cdot \cos \varphi/R + \beta \quad \gamma \cdot \cos \varphi/R] \end{aligned}$$

Lyapunov 函数的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -(a_1 + a_3) \delta E^2 - a_1 f(k\varphi) \delta V_N^2 - \\ &\quad \frac{a_2}{a_3} \sin^2 \frac{\varphi}{2} - (a_2 \cdot a_3 + a_1) \alpha^2 - \\ &\quad a_4 f(k\varphi) \beta^2 - (a_2 + a_1) \gamma^2 \end{aligned} \quad (16)$$

由于 $a_1 \sim a_5$ 均大于零,且 $f(k\varphi)$ 总大于零,则 \dot{V} 为半负定一致连续函数,所以当 $t \rightarrow \infty$ 时有

$\dot{V} \leq 0$,进而可得 $\delta V_N, \delta \varphi, \alpha, \beta, \gamma \rightarrow M(a)$ 。由 Lyapunov 稳定判据知,在所设计的控制律调节下,系统在全局范围内有界,且 $\lim_{t \rightarrow \infty} \| (X(i))^T \| = M(a)$,即扰动控制是稳定的。

2.2 吸引控制器仿真

采用数值仿真验证控制器的有效性,参数摄动

设定为一随机数值 $\Delta F = F(t) * 0.2 * rand(1)$, 外界扰动偏差取为 $\Delta\sigma = [20 \ -10 \ 0.025 \ 0.4 \ 1.2 \ -0.2]$ 。姿态角仿真结果如图2所示,从图中看出收敛集为 $M(0 + \Delta\epsilon)$, 基于后退算法的吸引控制

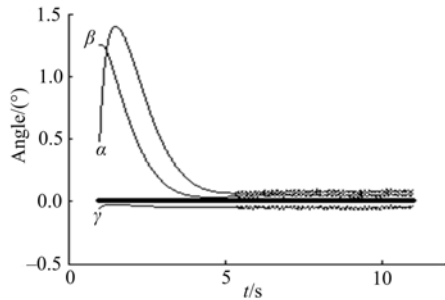


图2 姿态角误差吸引控制
Fig.2 Attract control of pose deviation

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3.787 & 0 & 0 & -9.8921 & 0 \\ -3.787 & 0 & 0 & 9.8921 & 0 & 0 \\ 0 & -0.00254 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.00254 & 0 & 0 & 1.8935 & -1.2451 \\ 0.00254 & 0 & -1.8935 & -1.8935 & 0 & 0 \\ 0.02487 & 0 & 1.2451 & 1.2451 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1]^T$$

C为单位矩阵, D为零矩阵。系统可控是极点任意配置的前提^[7], 由能控判定准则可知系统是可控的, 选取二次型性能指标表达式为

$$J = \frac{1}{2} [x(t_f) - x_d(t_f)]^T P [x(t_f) - x_d(t_f)] + \frac{1}{2} \int_b^{t_f} \{ [x(t) - x_d(t)]^T Q [x(t) - x_d(t)] + u^T(t) R u(t) \} dt \quad (18)$$

3.2 加权矩阵(Weight matrix)的优化选取

对于捷联惯导系统初始对准的扰动补偿控制而言, 加权矩阵的选取原则是: 在控制能量 $u(t)$ 许可的范围内, 使系统具有最佳的动态响应能力, 兼顾系统收敛的平稳性和快速响应的低震荡。

下面进行加权矩阵参数的优化选取, R阵取单位阵, 则 $Q = \eta * \text{diag}[q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6]$, 其中系数 $q_1 \sim q_6$ 描述的是对各状态量影响的权重。以纬度误差 $\delta\varphi$ 和俯仰角误差 α 分析为例, q_3 对模态 $\delta\varphi$ 的极点变化并不明显, 而 q_1 对模态 α 的极点位置影响变化较大。同理, 通过多次仿真对比分析后, 最终取 $q_1 \sim q_6$ 依次等于 $[20 \ 40 \ 20 \ 80 \ 40 \ 50]$ 。

$Q = \eta * \text{diag}[q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6]$ 中的比例系数 η 描述了模态动态响应能力与控制代价的权重关

器对 ΔF 和 $\Delta\sigma$ 引起的摄动干扰能快速纠正, 但是各状态量并没有渐进收敛于状态平衡零点 $M(0)$ 。

3 H₂最优控制

在平衡点区域内, 载体的运动状态可以认为是线性时不变的, 本文将该工况下的扰动控制作为确定性 H_2 最优控制问题来处理^[7-8]。

3.1 LTI控制模型描述

线性时不变(LTI)系统的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (17)$$

式中: A, B, C, D为常数矩阵。

式(17)在平衡点的线性化状态方程为

系。为了使系统实现快速动态响应, 同时不至于付出过大的控制代价, 本文的 η 取为 30。

3.3 H₂最优控制器仿真

确定加权矩阵 Q、R 后, 最终求解 H_2 最优控制反馈矩阵 $K = [4.2 \ 2.85 \ 1.2 \ 5.2 \ 1.65 \ 3.2]$ 。数值仿真中参数摄动的随机数值量 ΔF 和离最终平衡零点的距离 ΔH 设定如下

$$\Delta F = F(t) * 0.15 * rand(1)$$

$\Delta H = [2 \ -2 \ 0.005 \ 0.1 \ 0.3 \ -0.05]$ 仿真结果如图3所示, 在吸引区域的平衡点附近, H_2 最优控制器能保证状态量快速收敛到平衡零点。

图4为速度误差在参数摄动和外界扰动下吸

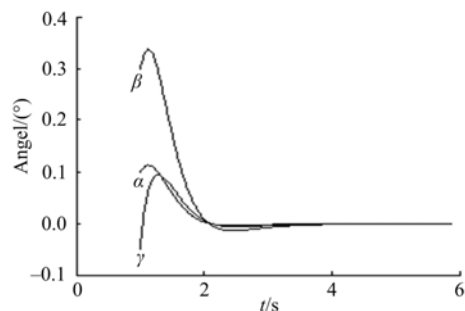


图3 姿态角误差 H₂ 最优控制
Fig.3 H₂ optimal control of pose deviation

引控制与 H_2 最优控制的全仿真过程,扰动抑制控制器在整个纠偏过程中快速、稳定。

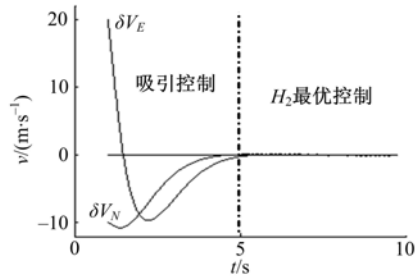


图4 速度误差扰动控制全过程

Fig. 4 Disturbance control course of velocity deviation

4 试验验证

本文研究的飞行导航运载体的飞行总时间为 140 s,惯性导航段工作时间为 100 s,末制导段采用视频图像导航,末制导对惯导解算的精度要求为 1000 m 以内,以满足开机要求。飞行试验中采用某 MEMS 惯性组合单元,其陀螺角速率零偏为 $0.03^\circ/\text{s}$,加速度计零位偏差为 5 mg ,惯导解算的主控处理器芯片选用 TI 公司生产的 TMS320C6713。

以某载体飞行导航试验为例,其初始发射角为 55° ,最终以 -10° 捕获目标,另外 2 个通道为 0° ;初始发射高度为 2.5 m,通道为 0 m。以飞行射程为例,图 5 为惯性导航计算与半实物仿真飞行试验对比图,其中实线为半实物仿真平台的飞行仿真曲线,虚线为惯性导航计算结果。结果表明:飞行导航时间 100 s 后,惯性导航空间位置解算误差小于 150 m,满足图像末制导开机要求。

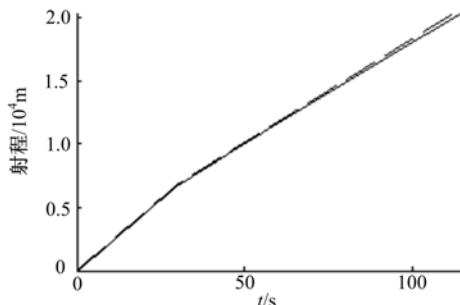


图5 惯性导航计算与载体半实物仿真飞行试验对比

Fig. 5 Compare results between inertial navigation compute and carrier flight simulation

5 结论

提出了一种捷联惯导系统初始对准扰动补偿二级控制器的设计方法,基于 Backstepping 控制

方法设计了非线性控制器,以保证大初始扰动条件下系统状态稳定收敛到系统的平衡点集,在平衡点集内设计了 H_2 最优状态反馈控制律。数字化仿真与系统试验结果表明,根据本文所述补偿控制方法对惯导系统进行初始对准后,扰动误差得到有效抑制,最终惯性导航解算精度小于 150 m,满足工程实际要求。

参考文献:

- [1] 邓正隆. 惯性技术[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2006,4:140-180.
- [2] 单东升,梁继保,苏文荣,等. 用 H_∞ 滤波解决惯导系统中的动态扰动误差[J]. 火炮发射与控制,2002(3):1-4.
Shan Dong-sheng, Liang Ji-bao, Su Wen-rong, et al. Resolving the dynamic disturbance error of SINS by H_∞ Filtering[J]. Gun Launch and Control Journal, 2002(3):1-4.
- [3] Hassan K Khalil. 非线性系统[M]. 北京:电子工业出版社,2005.
- [4] Jiang Z P. Tracking control of mobile robots: a case study in backstepping[J]. Automation, 1997, 33(7): 1393-1399.
- [5] 佟志忠,姜洪洲,韩俊伟. 面向飞行模拟的云仿真及其实时绘制[J]. 吉林大学学报:工学版,2008,36(6):1434-1440.
Tong Zhi-zhong, Jiang Hong-zhou, Han Jun-wei. Cloud simulation and real-time rendering for flight simulation [J]. Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition), 2008,36(6):1434-1440.
- [6] 张荣辉,贾宏光,陈涛,等. 基于四元数法的捷联式惯性导航系统的姿态解算[J]. 光学精密工程,2008,16(10):1963-1970.
Zhang Rong-hui, Jia Hong-guang, Chen Tao, et al. Allitude solution for strapdown inertial navigation system based on quaternion algorithm[J]. Optics and Precision Engineering, 2008,16(10):1963-1970.
- [7] 张荣辉. 视觉引导区域交通智能车辆(CyberCar)导航控制器设计[D]. 长春:吉林大学交通学院,2006.
Zhang Rong-hui. Design of navigation controller for cybercar based on visual guidance[D]. Changchun: College of Transportation, Jilin University, 2006.
- [8] 王荣本,张荣辉,游峰,等. 智能车辆弧线跟踪控制算法[J]. 吉林大学学报:工学版,2006,36(5): 731-735.
Wang Rong-ben, Zhang Rong-hui, You Feng, et al. Curve trace tracking control algorithm of intelligent vehicle[J]. Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition), 2006,36(5): 731-735.