

# 考虑钟差修正的 X 射线脉冲星导航算法研究

孙守明<sup>1</sup>, 郑 伟<sup>1</sup>, 汤国建<sup>1</sup>, 徐凯川<sup>2</sup>

(1. 国防科技大学航天与材料工程学院, 长沙 410073; 2. 陆军航空兵学院, 北京 101123)

**摘 要:** 基于 X 射线脉冲星的航天器自主导航依赖于精确时间的测量, 因此星载时钟钟差对导航性能有不容忽视的影响。在原子钟钟差模型和航天器动力学模型基础上, 提出一种考虑星载时钟钟差修正的脉冲星导航算法。仿真结果表明, 该算法可以有效消除钟差的影响, 保证了导航精度, 研究结果对脉冲星导航的工程应用有一定的理论参考价值。

**关键词:** 脉冲星导航; 扩展卡尔曼滤波; 钟差

**中图分类号:** V249 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328(2010)03-0734-05

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2010.03.018

## 0 引言

基于 X 射线脉冲星的自主导航是一种新兴的天文导航方法, 由于该导航方法稳定、可靠、精度高, 适用范围广, 有望摆脱对 GPS 及其它人造信标的依赖, 保证战时航天器的自主运行, 并减少平时的维护费用, 目前已成为国内外研究的一个热点问题。

基于 X 射线脉冲星导航的观测信息是脉冲到达时间 (TOA), 星载时钟精度对 TOA 测量精度有决定性影响, 因此星载时钟钟差是导航计算中一项不容忽视的影响因素。目前航天器上广泛使用的高精度时钟主要有晶体振荡器和原子钟。晶体振荡器由于自身先天的缺陷, 其频率总是存在着一定的漂移, 从而影响时间的精度<sup>[1]</sup>。即使是高精度的原子钟, 由于其内部的一些不确定因素也会引起频率和相位的漂移<sup>[2]</sup>, 虽然其钟差漂移比较缓慢, 在深空探测领域中由于航天器飞行时间较长, 其影响也是不可忽视的。近几年, 国内外学者在脉冲星导航方面发表了一些文章, 但在研究中尚未考虑星载时钟钟差。本文在原子钟钟差模型和航天器动力学模型基础上, 基于扩展卡尔曼滤波器, 提出一种考虑星载时钟钟差修正的脉冲星导航算法。

## 1 基本原理

星载时钟钟差修正的脉冲星导航, 是在航天器

上安装 X 射线探测器来测定脉冲的到达时间, 通过时间转换模型外推获得该脉冲到达太阳系内某一惯性系原点的时间, 然后根据脉冲星的相位时间模型计算出该脉冲到达坐标原点的真实时间。真实的到达时间与外推的到达时间与之差反映了航天器的位置偏差和钟差。从多个脉冲星的不同方向获得测量信息, 利用航天器的轨道动力学模型和时钟钟差模型, 结合导航滤波算法可以实现考虑钟差修正的脉冲星导航计算。

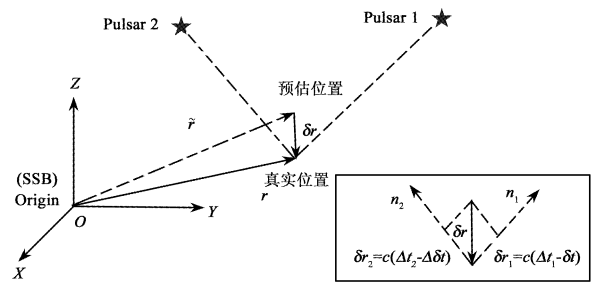


图 1 考虑钟差修正的脉冲星导航原理示意图

Fig.1 Principle of the navigation based on x-ray pulsars with consideration of clock error

在研究过程中选用的惯性参考系统是太阳系质心惯性系 (SSB)。该惯性系的原点位于太阳系质心处, 坐标系轴的方向与 J2000.0 坐标系的定义相同, 并且使用太阳系质心力学时 (TDB) 作为时间坐标。TDB 是相对于太阳系质心的运动方程所采用的时间

收稿日期: 2009-02-25; 修回日期: 2009-04-20

基金项目: 国家自然科学基金 (10973048); 中国空间技术研究院 CAST 创新基金 (CAST200721); 空间智能控制技术国家级重点实验室基金 (SIC07010202)

变量,是一种抽象、均匀的时间尺度。

由图 1 可以看出,在考虑相对论效应下,基于航天器当前预估位置  $\tilde{\mathbf{r}}_{sc}$ , 到达航天器的脉冲信号  $\phi_k$  传播到 SSB 原点的时间为<sup>[3]</sup>

$$\begin{aligned} \tilde{t}_{SSB} = \tilde{t}_{sc} + \frac{\mathbf{n} \cdot \tilde{\mathbf{r}}_{sc}}{c} + \frac{2\mu_S}{c^3} \ln \left| \frac{\mathbf{n} \cdot \tilde{\mathbf{r}}_{sc} + \tilde{r}}{\mathbf{n} \cdot \mathbf{b} + b} + 1 \right| + \\ \frac{1}{2cD_0} [(\mathbf{n} \cdot \tilde{\mathbf{r}}_{sc})^2 - \tilde{r}^2 + \\ 2(\mathbf{n} \cdot \mathbf{b})(\mathbf{n} \cdot \tilde{\mathbf{r}}_{sc}) - 2(\mathbf{b} \cdot \tilde{\mathbf{r}}_{sc})] \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $\tilde{t}_{sc}$  是航天器上测量到的脉冲到达时间;  $\mathbf{n}$  为在 SSB 惯性系中脉冲星角位置的单位矢量;  $\tilde{\mathbf{r}}_{sc}$  是航天器在 SSB 坐标系中的位置矢量,  $\tilde{r}$  是位置矢量  $\tilde{\mathbf{r}}_{sc}$  的模;  $c$  是光速;  $\mathbf{b}$  是 SSB 原点相对于太阳中心的位置矢量,  $b$  是  $\mathbf{b}$  的模;  $D_0$  为脉冲星与 SSB 原点之间的距离。上式等号右边的第二项是一阶的 Doppler 延迟,第四项是由周年视差效应引起的,这两项合称为 Roemer 延迟;第三项是 Shapiro 延迟效应。

星载时钟的钟面时间  $\tilde{t}_{sc}$  对应的真实时间为  $t_{sc}$ , 钟差为  $\delta t$ , 则有

$$\tilde{t}_{sc} = t_{sc} - \delta t \quad (2)$$

航天器导航计算的位置误差为  $\delta \mathbf{r}$ , 有

$$\tilde{\mathbf{r}}_{sc} = \mathbf{r}_{sc} - \delta \mathbf{r} \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{r}_{sc}$  为航天器的真实位置矢量。

将(2)、(3)式代入(1)式,有

$$\begin{aligned} \tilde{t}_{SSB} = t_{sc} - \delta t + \frac{\mathbf{n} \cdot (\mathbf{r}_{sc} - \delta \mathbf{r})}{c} + \\ \frac{2\mu_S}{c^3} \ln \left| \frac{\mathbf{n} \cdot (\mathbf{r}_{sc} - \delta \mathbf{r}) + r}{\mathbf{n} \cdot \mathbf{b} + b} + 1 \right| + \\ \frac{1}{2cD_0} [(\mathbf{n} \cdot (\mathbf{r}_{sc} - \delta \mathbf{r}))^2 - r^2 + \\ 2(\mathbf{n} \cdot \mathbf{b})(\mathbf{n} \cdot (\mathbf{r}_{sc} - \delta \mathbf{r})) - \\ 2(\mathbf{b} \cdot (\mathbf{r}_{sc} - \delta \mathbf{r}))] \end{aligned} \quad (4)$$

脉冲星具有极其稳定的自转周期,因此可以采用脉冲星的相位时间模型来计算脉冲信号  $\phi_k$  传播到达 SSB 原点的时间。在 SSB 惯性系中,脉冲星信号的时间相位模型为

$$\begin{aligned} \phi(t) = \phi(t_0) + f[t - t_0] + \\ \sum_{n=2}^{n=+\infty} \frac{d^{n-1}f}{dt^{n-1}} \frac{1}{n!} (t - t_0)^n \end{aligned} \quad (5)$$

式中,  $t_0$  为参考时间原点,  $f$  (Hz) 是脉冲频率。则由(5)式可以获得脉冲信号  $\phi_k$  到达 SSB 原点的时间为

$$t_{SSB} = \arg(\phi_k) \quad (6)$$

脉冲信号  $\phi_k$  到达 SSB 原点真实时间  $t_{SSB}$  与估算的到达时间  $\tilde{t}_{SSB}$  之差为

$$\Delta t = t_{SSB} - \tilde{t}_{SSB} = \delta t + \frac{\mathbf{n} \cdot \delta \mathbf{r}}{c} \quad (7)$$

## 2 动力学模型

### 2.1 航天器轨道动力学模型

在惯性坐标系中,航天器运动的动力学模型为<sup>[4]</sup>

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v} \\ \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} + \sum_{i=1}^{n_p} \mu_i \left( \frac{\mathbf{r}_{ri}}{r_{ri}^3} - \frac{\mathbf{r}_{pi}}{r_{pi}^3} \right) + \Delta \mathbf{F} \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{v}$  分别为航天器相对于中心天体的位置和速度矢量,  $r$  是位置矢量  $\mathbf{r}$  的模;  $n_p$  为引力扰动天体的数目;  $\mathbf{r}_{ri}$  和  $\mathbf{r}_{pi}$  分别为航天器相对于第  $i$  颗扰动天体与该天体相对于中心天体的位置矢量,  $r_{ri}$  和  $r_{pi}$  分别为其对应的位置标量;  $\mu$  是中心天体引力常数,  $\mu_i$  是第  $i$  颗扰动天体的引力常数;  $\Delta \mathbf{F}$  为中心天体非球形摄动的高阶摄动项以及太阳光压摄动等摄动力的影响。

在 SSB 惯性坐标系内,取状态向量  $\mathbf{X} = [x \ y \ z \ v_x \ v_y \ v_z]^T$ , 则由(8)式可得

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{X}, t) + \mathbf{w}(t) \quad (9)$$

其中,  $\mathbf{w}(t) = [0 \ 0 \ 0 \ \Delta F_x \ \Delta F_y \ \Delta F_z]^T$ 。

### 2.2 星载时钟误差模型

航天器的核心是一个精密同步时钟系统。卫星时钟的同步可以通过估计相对于标准时间的偏差、偏差漂移率和偏差漂移率的变化率获得,因此星载时钟性能可用白噪声驱动的三态多项式过程来仿真<sup>[5]</sup>,离散过程的模型和模型噪声方差如下

$$\begin{bmatrix} x_1(t_{k+1}) \\ x_2(t_{k+1}) \\ x_3(t_{k+1}) \end{bmatrix} = \Phi_c(\tau) \begin{bmatrix} x_1(t_k) \\ x_2(t_k) \\ x_3(t_k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_1(k) \\ \omega_2(k) \\ \omega_3(k) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{Q}_k(\tau) = E[\boldsymbol{\omega}(k) \boldsymbol{\omega}(k)^T] =$$

$$\begin{bmatrix} q_1 \tau + \frac{1}{3} q_2 \tau^3 + \frac{1}{20} q_3 \tau^5 & \frac{1}{2} q_2 \tau^2 + \frac{1}{8} q_3 \tau^4 & \frac{1}{6} q_3 \tau^3 \\ \frac{1}{2} q_2 \tau^2 + \frac{1}{8} q_3 \tau^4 & q_2 \tau + \frac{1}{3} q_3 \tau^3 & \frac{1}{2} q_3 \tau^2 \\ \frac{1}{6} q_3 \tau^3 & \frac{1}{2} q_3 \tau^2 & q_3 \tau \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\Phi_c(\tau) = \begin{bmatrix} 1 & \tau & \frac{1}{2}\tau^2 \\ 0 & 1 & \tau \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中,  $x_1$ 、 $x_2$  和  $x_3$  分别表示时钟钟差、时钟钟差漂移率和时钟漂移率变化率;  $\tau$  为时间间隔;  $\omega_1$ 、 $\omega_3$  和  $\omega_2$  为具有随机游走特性的白噪声;  $q_1$ 、 $q_2$  和  $q_3$  为连续过程噪声的功率谱密度。

### 2.3 考虑钟差修正的导航计算状态方程

(9)式的航天器动力学方程为连续、非线性的, 而星载时钟钟差模型(10)为离散线性的。取

$$\mathbf{X} = \tilde{\mathbf{X}} + \delta\mathbf{X} \quad (13)$$

其中,  $\mathbf{X}$  是航天器的真实位置状态,  $\tilde{\mathbf{X}}$  是航天器的估计状态,  $\delta\mathbf{X}$  是真实状态与估计状态之间的偏差。

对方程(9)进行线性化, 则线性化后的模型为

$$\delta\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F} \cdot \delta\mathbf{X} + \mathbf{w}_1(t) \quad (14)$$

其中,  $\mathbf{F}$  为线性化后的状态方程 Jacobian 矩阵

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \tilde{\mathbf{X}}} \quad (15)$$

当星上时钟存在钟差时, 将星载时钟的钟差模型作为未知量增广为状态向量, 增广后的状态向量为

$$\hat{\mathbf{X}} = [\delta x \quad \delta y \quad \delta z \quad \delta v_x \quad \delta v_y \quad \delta v_z \quad x_1 \quad x_2 \quad x_3] \quad (16)$$

则增广后的状态方程为

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1} = \begin{bmatrix} \Phi_1 & \mathbf{0}_{6 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 6} & \Phi_c \end{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_k + \mathbf{W}_k \quad (17)$$

$$\mathbf{W}_k = [\mathbf{w}_1(k)^T \quad \omega_1(k) \quad \omega_2(k) \quad \omega_3(k)]^T \quad (18)$$

其中  $\Phi_1$  为方程(14)的状态转移矩阵

$$\Phi_1(t_{k+1}, t_k) = e^{\int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{F}(\tau) d\tau} \quad (19)$$

对(19)式进行泰勒展开, 在计算中一般取至二阶项, 则有

$$\Phi_1(t_{k+1}, t_k) = \mathbf{I} + \mathbf{F}(t_k)(t_{k+1} - t_k) + 0.5[\dot{\mathbf{F}}(t_k) + \mathbf{F}^2(t_k)](t_{k+1} - t_k)^2 \quad (20)$$

### 3 观测方程与导航算法

当使用  $i$  颗脉冲星导航时, 由(7)式可得

$$\mathbf{Z}_k = \begin{bmatrix} \Delta t_1 \\ \vdots \\ \Delta t_i \end{bmatrix} = \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}_k + \mathbf{V}_k \quad (21)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} n_{1x}/c & n_{1y}/c & n_{1z}/c & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n_{ix}/c & n_{iy}/c & n_{iz}/c & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

其中,  $\mathbf{V}_k$  为观测噪声。此处的观测噪声即为脉冲信号的 TOA 估计噪声, 脉冲星信号的 TOA 估计精度受诸多因素影响, 可以使用下列模型来计算 TOA 的估计精度<sup>[6]</sup>

$$\sigma_{TOA} = \frac{\sqrt{\frac{1}{4} T_{s0}^2 + T_b^2}}{\sqrt{A \cdot \Delta t}} \cdot \frac{\sqrt{\lambda_n + \lambda_p}}{\lambda_p} \quad (22)$$

其中,  $\lambda_p$  和  $\lambda_n$  分别是脉冲信号和背景噪声的平均流量密度,  $A$  是探测器有效面积,  $\Delta t$  是观测持续时间,  $T_{s0}$  是脉冲信号半流量密度持续时间,  $T_b$  是探测器时间分辨率。

航天器的轨道动力学模型为非线性的, 此处基于扩展卡尔曼滤波器来完成导航计算。考虑星载时钟钟差修正的计算总体流程如图 2 所示。

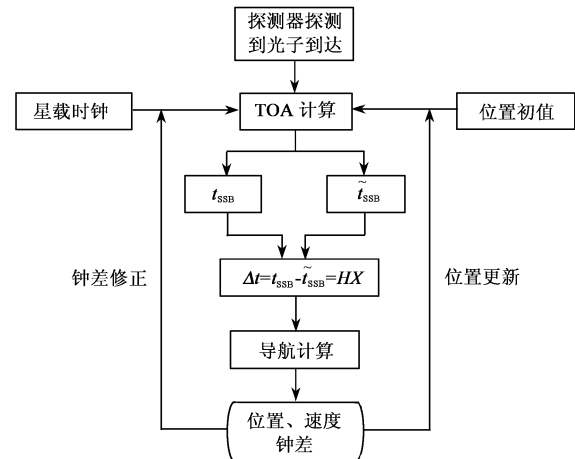


图 2 考虑钟差修正的脉冲星导航计算流程

Fig.2 Flow chart of navigation with consideration of clock error

### 4 仿真实验与分析

深度撞击<sup>[7]</sup>是美国 NASA 在 2005 年进行的一项彗星探测计划, 其中段飞行时间约 140 天, 采用地面深空网 (Deep Space Network, DSN) 导航。下面分析采用 X 射线脉冲星导航情况下深度撞击中段飞行轨道的精度。

在计算中采用的仿真条件如下: 轨道长半轴  $a = 194618991.5$  km, 偏心率  $e = 0.26653$ , 轨道倾角  $i = 0.327^\circ$ , 升交点赤经  $\Omega = 142.3^\circ$ , 平近点角  $M = 327.1^\circ$ ; 给定航天器星载时钟初始时刻的钟差<sup>[6]</sup>  $3.5858 \times 10^{-6}$  s, 时钟误差漂移率  $3.637979 \times 10^{-12}$  s/s<sup>2</sup>, 时钟漂移率的变化率  $6.66 \times 10^{-18}$  s/s<sup>2</sup>; 依据铷原子钟模型, 取星载时钟的噪声谱密度分别为  $q_1 = 1.11 \times$

$10^{-22} \text{ s}^2/\text{s}$ ,  $q_2 = 2.22 \times 10^{-32} \text{ s}^2/\text{s}^3$  和  $q_3 = 6.66 \times 10^{-45} \text{ s}^2/\text{s}^5$ ; 导航中使用的脉冲星为 PSR B1937 + 21, PSR B1957 + 20, PSRJ0218 + 4232 和 PSB B1821 - 24(具体参数见表 1); 导航计算的初始误差取 (1 km, 1 km, 1 km) 和 (1 m/s, 1 m/s, 1 m/s), 星表误差 0.1 毫角秒, 探测器有效探测面积为  $1 \text{ m}^2$ , 时间分辨率为  $1 \mu\text{s}$ , 导航计算时间步长与观测时间均为 2 小时。

表 1 导航使用脉冲星的具体参数

Table 1 The parameters of the pulsars used in simulation

脉冲星名称	银经/ $^\circ$	银纬/ $^\circ$	距离/kpc	周期/s
PSR B1937 + 21	57.51	-0.29	3.60	0.00156
PSR B1957 + 20	59.20	-4.70	1.53	0.00160
PSR J0218 + 4232	139.51	-17.53	5.70	0.00232
PSR B1821 - 24	7.80	-5.58	5.50	0.00305

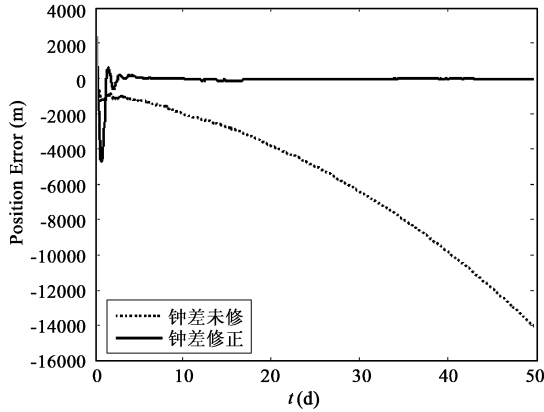


图 3 X 方向位置误差

Fig.3 Position error of X axis

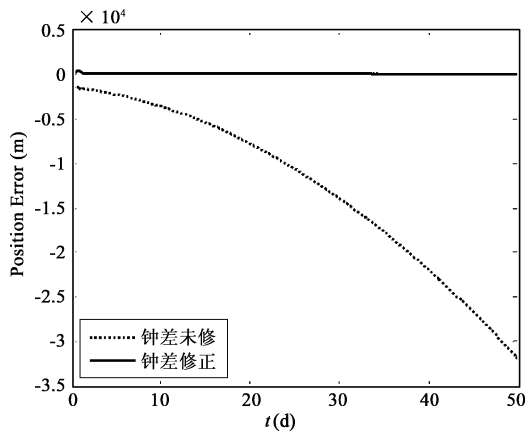


图 4 Y 方向位置误差

Fig.4 Position error of Y axis

从仿真结果可以看出,在没有考虑钟差修正情况下钟差随着时间逐渐漂移,导航误差逐渐增加;将时钟钟差增广为状态向量后,采用新算法有效抑制

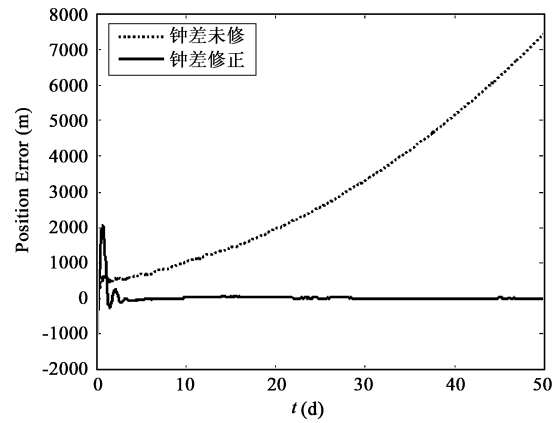


图 5 Z 方向位置误差

Fig.5 Position error of Z axis

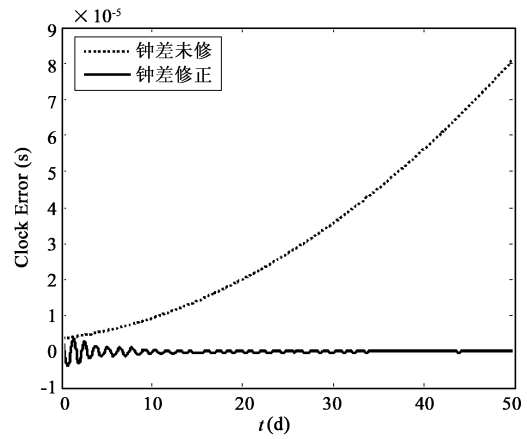


图 6 钟差

Fig.6 Clock error

了时钟钟差的漂移,提高了脉冲星导航精度,消除了时钟钟差的影响,因此在星载时钟存在钟差情况下采用该算法是可行的。

### 5 结论与展望

基于扩展卡尔曼滤波器,本文提出了一种考虑星载时钟钟差修正的脉冲星导航算法,以美国的深度撞击轨道为例仿真分析了该方法的应用效果。结果表明,该方法可以有效消除星载时钟钟差并抑制其随时间的漂移,保证了脉冲星的导航精度,研究结果对脉冲星导航的工程应用有一定的理论参考价值。

X 射线脉冲星自主导航是一个全新的领域,目前国内外在此方面的研究刚刚起步,研究过程中还存在诸多问题,如准确、快速的 TOA 估计算法,成熟的导航手段与脉冲星的组合导航等方面还有待进一步深入研究。

## 参考文献:

- [1] 李方洲. GPS 同步时钟系统设计[J]. 全球定位系统, 2001, 26(3):43 - 45. [LI Fang-zhou. The design of GPS synchronous clock system[J]. Gns World of China, 2001, 26(3):43 - 45.]
- [2] 袁海波, 李滚, 王正明. 小波包分解算法及 Kalman 滤波进行原子钟信号消噪的比较[J]. 电子测量与仪器学报, 2005, 119(16):21 - 24. [YUAN Hai-bo, Li Gun, WANG Zheng-ming. A comparison between wavelet packets decomposition algorithm and kalman filter on reducing the noise of atomic clock signal[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2005, 119(16):21 - 24.]
- [3] Suneel Ismail Sheikh. The Use of Variable Celestial X-Ray Sources for Spacecraft Navigation[D]. Doctoral Dissertation, University of Maryland, 2005.
- [4] 周剑敏, 张洪华. 基于 UKF 的深空探测光学自主导航方法[J]. 航天控制, 2007, 25(2):41 - 46. [ZHOU Jian-min, ZHANG Hong-hua. Deep space exploration optical autonomous navigation technology based on the unscented kalman filter[J]. Aerospace Control, 2007, 25(2):41 - 46.]
- [5] 李孝辉, 吴海涛, 高海军, 边玉敬. 用 Kalman 滤波器对原子钟进行控制[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(4):551 - 554. [LI Xiao-hui, WU Hai-tao, GAO Hai-jun, BIAN Yu-jing. Clock disciplined method by Kalman filter[J]. Control Theory and Applications, 2003, 20(4):551 - 554.]
- [6] Dennis W, Woodfork. The use of X-Ray pulsars for aiding GPS satellite orbit determination[D]. Master Dissertation, Air Force Institute of Technology, 2005.
- [7] Michael F, A Hearn, Michael J S, Belton, Alan delamere and william Blume H. A large-scale active experiment on a cometary nucleus[J]. Space Science Reviews, 2005, 117(1):1 - 21.

作者简介:孙守明(1981 - ),男,博士研究生,研究方向为导航、制导与控制。

通信地址:湖南长沙国防科大航天学院 102 教研室(410073)

电话:(0731)84573139

E-mail:ssming2000@163.com

## Research on the Navigation Algorithm Based on XRay Pulsars with Consideration of Clock Error

SUN Shou-ming<sup>1</sup>, ZHENG Wei<sup>1</sup>, TANG Guo-jian<sup>1</sup>, XU Kai-chuan<sup>2</sup>

(1. College of Aerospace and Material Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Army Aviation Institute of the PLA, Beijing 101123, China)

**Abstract:** The essential of navigation is the accurate measure of time, so clock error is one of the most important factors which effect the navigation. By combining the model of the atomic clock error and orbital dynamics, a new navigation algorithm based on x-ray pulsars with consideration of clock error is proposed in this paper. Results show that the effect of the clock error in the navigation is well dealt by this algorithm, so the new algorithm is referable to the application of navigation based on x-ray pulsars.

**Key words:** Navigation based on pulsars; Extended kalman filter; Clock error