

柔性空间结构时间 - 燃料多目标优化控制研究

刘泽明, 张青斌, 丰志伟, 杨 涛

(国防科技大学航天与材料工程学院, 长沙 410073)

摘 要: 针对柔性航天器的 rest-to-rest 机动问题, 研究了基于最小时间 - 最少耗能的多目标优化开环控制问题。提出了空间柔性结构最小时间 - 最少耗能的多目标优化控制模型; 然后采用非支配排序进化求解算法 (NSGA - II), 对某柔性结构进行了多目标优化控制的分析设计; 通过典型算例证明了本文算法的正确性和有效性, 并可应用于柔性航天器姿态机动控制器的分析设计之中。

关键词: 多目标优化; 柔性航天器; 姿态机动

中图分类号: V412.4⁺2

文献标识码: A

文章编号: 1000-1328(2010)03-0724-05

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2010.03.016

0 引言

现代航天器常常带有柔性附件(如天线、太阳帆板和大型桁架结构等), 具有非常复杂的动力学特性, 这就给姿态控制系统的分析设计带来极大的困难^[1]。通常, 精确定向和快速机动是这类航天器的重要任务, 也是其姿态控制器分析与设计的难点。近二十年来学者们在此领域取得了大量研究成果。针对柔性航天器 rest-to-rest 机动问题, Singh 等人^[2]研究了最优控制形状的反对称性, 并提出了可通过求解非线性代数方程来确定开环控制中开关时间的方法; Wie 等人^[3]研究了无阻尼柔性结构鲁棒最优控制问题, 得到了“bang-off-bang”脉冲序列是燃料/时间最优输入方式的重要结论。在目前的研究文献中, 主要是针对最小化机动时间、燃料消耗、或两者加权组合形式的单目标进行优化控制研究^[4], 几乎没有基于多目标优化理论的最优控制研究。在具体的航天器的工程实际之中, 控制分析设计任务通常需要解决多个冲突性很强的指标, 显然基于单目标的优化设计具有一定的片面性。随着多目标优化理论和算法的发展, 近年学者开始关注基于多目标优化的最优控制问题。比如 M. Sunar^[5]等人研究了刚柔耦合飞行器结构和控制的多目标优化设计问题; Igor Mainenti^[6]等人研究了刚体卫星机动的时间 - 耗能多目标优化控制问题。

本文首次将多目标优化思路应用到柔性空间结

构的姿态机动的优化控制之中。首先建立了无阻尼空间柔性结构的基于时间 - 耗能的多目标优化控制模型; 然后采用非支配排序进化求解算法 (NSGA - II), 对某柔性结构进行了多目标优化分析设计; 最后, 通过典型算例证明了本文算法的正确性和有效性, 这种基于多目标优化控制的思路可以应用到柔性航天器姿态机动任务的分析设计之中。

1 动力学模型

假设柔性空间结构无结构阻尼, 则其系统动力学方程可以表示为

$$M\ddot{x} + Kx = bu \quad (1)$$

上式中 M 为质量矩阵、 K 为刚度矩阵、 b 是控制影响矢量, x 和 u 是状态矢量和标量控制输入。对于无残余振动的 rest-to-rest 机动问题, 其边界条件为

$$x(0) = 0, x(t_f) = x_f, \dot{x}(0) = 0, \dot{x}(t_f) = 0 \quad (2)$$

若引入特征向量矩阵 Φ , 并对方程(1)进行如下坐标变换

$$x = \Phi q \quad (3)$$

其中 $q = [\theta \ q_1 \ \cdots \ q_n]^T$ (n 为柔性模态总数), 则可对方程(1)进行解耦, 得到如下方程

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} &= \phi_0 u \\ \ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i &= \phi_i u \end{aligned} \quad (4)$$

在上式中 q_i 是第 i 阶柔性模态, ω_i 是相应的特征频

率, θ 是系统的刚体坐标。于是新的控制影响矩阵为

$$\phi = [\phi_0 \ \phi_1 \ \dots \ \phi_n]^T = \Phi^T b \quad (5)$$

经过上述坐标变化后,则刚体和柔性模态的边界条件变为

$$\theta(0) = \dot{\theta}(0) = \dot{\theta}(t_f) = 0, \theta(t_f) = \theta_f \quad (6)$$

$$q_i(0) = \dot{q}_i(0) = q_i(t_f) = \dot{q}_i(t_f) = 0 \quad (7)$$

其中 $\Phi^{-1} x_f = [\theta_f \ 0 \ \dots \ 0]^T$ 。

在姿态机动的控制器设计之中,通常时间最少和耗能最低是两个具有很强冲突性的设计指标。据此,本文针对工程实际提出了如下两个优化目标

$$\begin{aligned} J_1 &= t_f \\ J_2 &= \int_0^{t_f} |u| dt \end{aligned} \quad (8)$$

上式中 J_1 为机动时间, J_2 为控制能量消耗。

若假设采用喷气式阶跃控制输入,则系统的控制输入可以表示为多个阶跃输入的叠加形式,如图 1 所示。对于此类型控制,一般有如下约束

$$|u| \leq 1, t \in [0, t_f] \quad (9)$$

根据 Singh 和 Wie 等人^[3-4]的研究,柔性航天器的姿态机动最优控制为“bang-off-bang”的控制形式,且输入脉冲序列具有反对称性。据此,本文采用如图 1 所示的阶跃输入序列,图中 $T_i (i = 1, 2, \dots, N-1)$ 为阶跃输入的第 i 个开关时间点, T_N 为机动的中间时刻。若系统具有奇数个柔性模态,则 $N = n + 1$; 否则 $N = n + 2$ 。

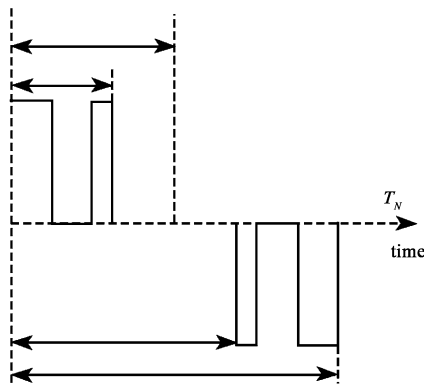


图 1 控制输入的形状
Fig.1 Profile of input

通过上述动力学建模工作,可以将燃料和时间两目标优化控制问题,转化为带有等式和不等式等复杂约束条件的多目标参数优化问题^[4],其数学表达式如下:

目标函数为

$$\begin{aligned} J_1 &= 2 T_N \\ J_2 &= 2 \sum_{i=1}^{N-1} (-1)^{i+1} T_i \end{aligned} \quad (10)$$

约束条件为

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N-1} (-1)^i \cos \omega_k (T_N - T_i) + \cos(\omega_k T_N) &= 0 \\ k &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\phi_0}{\theta_f} \left[2 T_N^2 + \sum_{i=1}^{N-1} (-1)^i \frac{(2 T_N - T_i)^2}{2} + \sum_{i=1}^{N-1} (-1)^i \frac{T_i^2}{2} \right] &= 1 \end{aligned} \quad (12)$$

$$T_N > T_{N-1} > \dots > T_2 > T_1 > 0 \quad (13)$$

显然,即使仅仅求解基于时间或耗能的单目标优化问题,也是非常困难的;因而,研究时间-耗能多目标优化问题,更具有挑战性和有实用性。

2 仿真算例

多个子目标在给定区域上的最优化问题就是多目标优化问题(MOP)。一般 MOP 由 n 个决策变量参数、 k 个目标函数和 m 个约束条件组成^[7]。其数学表达式如下

$$\begin{aligned} \min y &= f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)) \\ \text{sub } e(x) &= (e_1(x), f_2(x), \dots, e_m(x)) \leq 0 \end{aligned} \quad (14)$$

这里 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X$ 表示决策向量, $y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in Y$ 表示目标向量, X 表示决策向量 x 形成的决策向量空间, Y 表示目标向量 y 形成的目标空间,约束条件 $e(x) \leq 0$ 确定决策向量的可行取值范围。

多目标问题中各目标之间通过决策变量相互制约,对其中一个目标性能的优化必须以其它目标作为代价。与单目标优化问题的本质区别是,多目标问题的解方案不是唯一的,而是存在一个所谓的 Pareto 最优解或非劣解。本文采用常用的 NSGA-II^[8]多目标优化算法 Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II)。该算法基于对多目标解群体进行逐层分类,每代选种配对之前先按解个体的非劣关系进行排序,并引进基于决策向量空间的共享函数法和精英策略,具有较好的应用效果。在优化过程中,本文采用了 Deb 等人提出的基于约束支配的约束处理方法,具体算法框架见文献[8]。

对于空间柔性结构 rest-to-rest 机动,一般可用

“质量 - 弹簧”系统进行等效,因此我们研究如图 2 所示的典型柔性结构,系统质量块的质量分别记为 m_1 、 m_2 和 m_3 , 弹簧弹性系数分别为 k_1 和 k_2 。假设控制输入作用在第一个质量块上,且控制的目的是使所有质量块进行“rest-to-rest”机动。

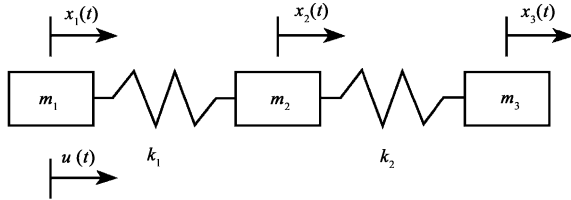


图 2 3-质量-弹簧系统

Fig.2 3 Mass-spring system

该系统矩阵形式的动力学方程如下

$$\begin{bmatrix} m_1 & & \\ & m_2 & \\ & & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (15)$$

边界条件如下

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}, \mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}_f, \dot{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{0}, \dot{\mathbf{x}}(t_f) = \mathbf{0} \quad (16)$$

由于模态数量为偶数 ($n = 2$), 所以需要确定 $N = n + 2 = 4$ 个参数。优化目标为

$$\begin{aligned} J_1 &= 2T_4 \\ J_2 &= 2T_1 + 2(T_3 - T_2) \end{aligned} \quad (17)$$

另外,该系统的约束方程可利用(11) - (13)式获得。

我们仿真分析了两种典型情况,一种情况假设质量块间的刚度为无穷大,于是该等效系统为单质量系统,且取 $x_f = 1$; 另一种情况则是取 $m_1 = m_2 = m_3 = 1, k_1 = k_2 = 1$, 末端条件为 $\mathbf{x}_f = [1 \ 1 \ 1]^T$, 该情况下系统为柔性结构。前者具有解析形式的最优解,后者只能通过一定的优化算法来获得数值解。图 3 是在第一种情况下,使用多目标进化算法 NSGA - II 计算得到的近似 Pareto 前端和精确的解析解的对比。图 3 中两条曲线几乎重合,充分证明了本文算法和程序的正确性。

图 4 是在第二种情况下,采用 NSGA - II 获得的近似 Pareto 最优解,从该图可以看出 Pareto 最优解并非连续曲线。由于约束条件的非线性(含有三角

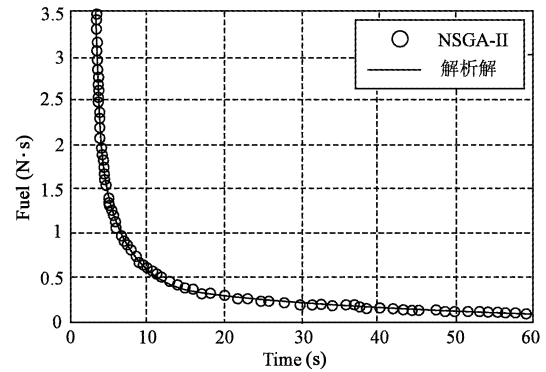


图 3 等效单质量系统的近似 Pareto 前端

Fig.3 PS of equivalent rigid model

函数的等式约束条件),导致了最优机动时间和最少耗能的关系具有若干个突变点,图 4 中的近似 Pareto 最优解初步反应了这种非连续性,该仿真结果与 Singh 等人^[4,9]的分析结论一致。这里需要强调的是,由于本文引入了多目标优化的概念,所以得到了较均匀的近似 Pareto 最优解;然而,因为 Singh 等人利用加权法将时间 - 能量问题转化为单目标问题来处理,所以他们无法在非凸性的均衡面上得到所有的 Pareto 最优解^[7]。图 5 和图 6 分别是非支配解中 P_1 点对应的输入曲线和系统位移曲线;图 7 和图 8 分别是非支配解中 P_2 点对应的输入曲线和系统位移曲线。

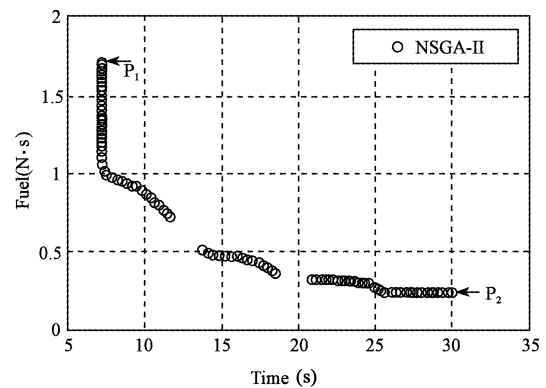


图 4 3-质量-弹簧系统 Pareto 前端

Fig.4 PS of 3 mass-spring system

3 结论

本文主要研究了柔性结构刚柔耦合动力学系统的多目标优化控制问题,针对柔性航天器的“rest-to-rest”空间机动问题,提出基于最小时间和最少耗能的多目标优化控制模型;然后利用 NSGA - II 多目标优化算法,以典型“无阻尼三质量弹簧系统”为算例,

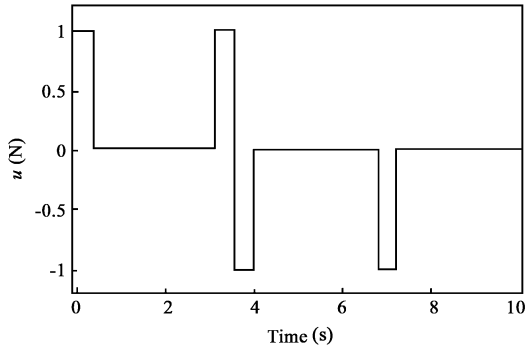


图 5 P_1 对应的输入 - 时间曲线
Fig.5 Input-time of P_1

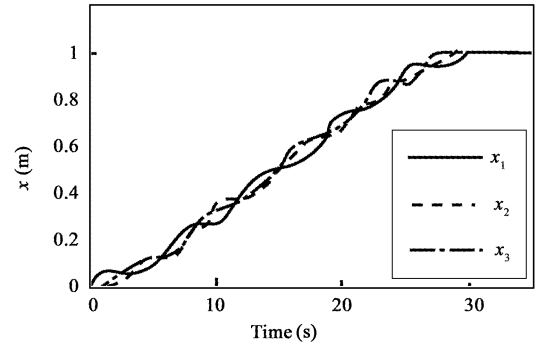


图 8 P_2 对应的位移 - 时间曲线
Fig.8 Displacement-time of P_2

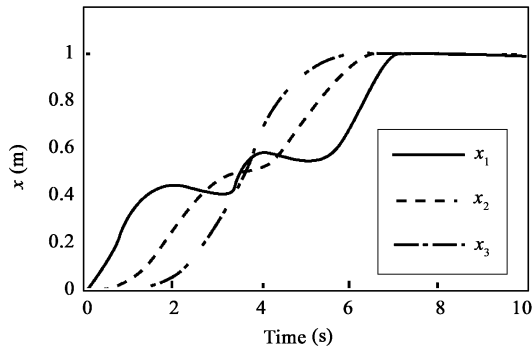


图 6 P_1 对应的位移 - 时间曲线
Fig.6 Displacement-time of P_1

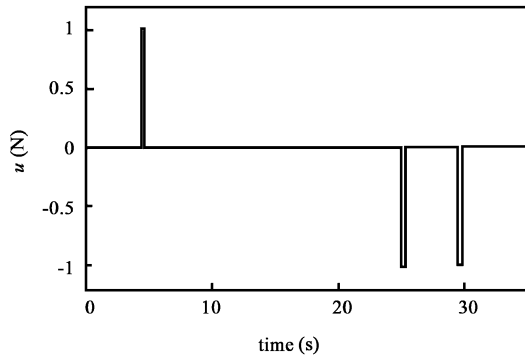


图 7 P_2 对应的输入 - 时间曲线
Fig.7 Input-time of P_2

给出其近似 Pareto 最优解。仿真分析表明,由于系统的柔性模态作用,最小时间和最少耗能的近似 Pareto 最优解具有非连续性。我们将在后续研究中,重点分析系统的阻尼特性、模态参数对其近似 Pareto 最优解的影响。本文的研究成果将应用于某刚柔耦合航天器的姿态机动优化设计之中,具有一定的工程应用价值。

参考文献:

- [1] 马兴瑞, 王本利, 苟兴宇. 航天器动力学—若干问题进展及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2001. [MA Xing-rui, WANG Bei-li, GOU Xing-yu. Spacecraft Dynamics [M]. Beijing: Science Press, 2001.]
- [2] Singh G, KABAMBA P T, McClamroch N H. Planar time-optimal control, rest-to-rest slewing of flexible spacecraft[J]. AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1989,12(1): 71 - 81.
- [3] Wie B, Sinha R, Sunkel J, Cos K. Robust fuel and time-optimal control of uncertain flexible space structures[C]. AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, 1993: 939 - 948.
- [4] Hartmann R, Singh T. Fuel/time optimal control of flexible space structures[C]. AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, 1995: 91 - 101.
- [5] SUNAR M, KAHRAMAN R. A comparative study of multiobjective optimization methods in structural design[J]. Turk J Engine Environ Sci, 2001(25): 69 - 78.
- [6] Mainenti I, DeSouza L C G, Sousa F L D, Kuga H K, Galski R L. Satellite attitude control using the generalized external optimization with a multi-objective approach[C]. Proceedings of COBEM 2007.
- [7] 崔逊学. 多目标进化算法及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006. [CUI Xun-xue. Multiobjective Evolutionary Algorithms and their Applications [M]. Beijing: China Defense Industry Press, 2006.]
- [8] Deb K, Pratap A, Agrwal S, Meyarivan T. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA - II[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182 - 197.
- [9] Singh T. Fuel/time optimal control of the benchmark problem[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1995, 18(6): 1225 - 1230.

作者简介:刘泽明(1961 -), 男, 博士研究生, 研究方向为航天器动力学与优化。

通信地址:湖南省长沙市国防科技大学航天与材料工程学院 (410073)

E-mail: fzwndt@163.com

Time-Fuel Multiobjective Optimal Control of Flexible Space Structures

LIU Ze-ming, ZHANG Qing-bin, FENG Zhi-wei, YANG Tao
(College of Aerospace and Material Engineering, NUDT, Changsha 410073, China)

Abstract: A multi-objective optimization, based on the minimal maneuvering time and fuel consumption, is concerned with the computing open control inputs for rest-to-rest maneuvering problem of flexible structure. Firstly, an optimization problem of the multiobjective control design is developed; then, the NSGA - II approach is used for some typical examples of flexible spacecraft control system; Finally, the simulation results provide conclusive evidence that the approach can be efficiently realized in design and analysis of flexible spacecrafts.

Key words: Multiobjective optimization; Flexible spacecraft; Attitude maneuvers