

小位移光流计算的对偶方法

于晶晶, 潘振宽, 魏伟波

(青岛大学信息工程学院, 青岛 266071)

摘要: 基于光流计算的通用变分模型, 建立小位移光流场计算的对偶方法。变分能量泛函中的数据项使用稳健估计的 $L1$ 范数, 规则项采用边缘保持的总变差项。采用对偶变量表示总变差项, 克服基于传统总变差计算须引入小规则参数的问题, 并得到较好的实验结果。该方法可应用到大位移光流计算和光流计算的高阶模型中。

关键词: 光流计算; 对偶方法; 变分方法; 总变差

Dual Method for Small Displacement Optic Flow Computation

YU Jing-jing, PAN Zhen-kuan, WEI Wei-bo

(College of Information Engineering, Qingdao University, Qingdao 266071)

【Abstract】 Dual method is presented for small optic flow computation based on variational models. Robust estimation form of $L1$ norm is used in data terms and the regularized terms use total variation of optic flows with edge preserving property. The dual variables for total variation terms avoid using small regularized parameters in classic total variation terms and get good results. This method can be extended to computation of large displacement optical flow and higher order models.

【Key words】 optic flow computation; dual method; variational method; total variation

1 概述

光流计算是计算机视觉中的重要研究方向之一, 是视频监控、运动跟踪、机器人导航、图像配准等领域的关键技术。自文献[1]提出计算序列图像光流场的变分方法以来, 由于该方法能有效地计算稠密的光流场, 使得变分模型成为光流计算的主流方法之一^[2]。变分光流计算是通过最小化一个能量泛函实现的, 这个能量泛函包含数据项和规则项 2 个部分, 前者表达相邻 2 幅图像的相似程度, 与图像获取的环境及图像中运动对象的运动形式有关, 后者是对光流场光滑程度的先验约束。稳健的数据项能有效克服光流计算中的超界点问题^[3]。本文对传统模型进行改进, 并通过引进对偶变量系统地建立了该类模型计算的对偶方法。所用的对偶方法是针对图像分解提出的^[4], 文献[5-6]将其应用于光流计算, 但仅针对图像亮度不变假设的简单数据项。本文采用相同的计算策略, 将其推广到统一的数据项模型。

2 光流计算模型

1981 年, 文献[1]提出光流计算能量函数最原始的模型:

$$E(u) = \int_{\Omega} ((u^T \nabla_3 f)^2 + \lambda \sum_{i=1}^2 |\nabla u_i|^2) dx \quad (1)$$

其中, $u = (u_1, u_2, 1)^T$, u_1, u_2 为光流场在 x, y 方向上的分量; f 为图像强度; $\nabla_3 f = (f_{x_1}, f_{x_2}, f_{x_3})^T$, x_3 为时间变量。本文使用如下统一模型^[2]:

$$E(u) = \int_{\Omega} (S(\nabla f, \nabla u) + \lambda M(D^k f, u)) dx \quad (2)$$

其中, $S(\nabla f, \nabla u)$ 为规则项; $M(D^k f, u)$ 为数据项。本文规则项采用总变差 $\sum_{i=1}^2 |\nabla u_i|$, 能够处理图像强度不连续现象, 实现边界保持, 这对于基于边缘的运动分割、运动跟踪至关重要。数据项采用稳健估计函数, 能有效处理超界点, 本文采用 $M(D^k f, u) = |\rho(u)|$, $\rho(u) = u^T J^*$, $J^* = (J_1, J_2, J_3)^T$, $J = (J_1, J_2)^T$,

其中, J^* 和 J 随数据项的不同而不同; λ 为加权参数; 光流场 $u(x_1, x_2, x_3)$ 可以通过最小化能量函数 $E(u)$ 获得。

3 数据项的形式

先验知识在光流计算的数据项设计中起到重要作用。先验知识包含图形设备信息(如噪声对图像的影响程度)、视频材料的获取(如频繁照明变化的发生)以及预期运动类型的信息(如平移、扩散或是旋转运动)等。针对一个具体的问题可以根据先验知识选择一个合适的数据项, 本文给出 6 种针对不同情况的数据项设计。

3.1 序列图像的亮度

假定视频图像帧间的时间间隔为 1, 对象在运动过程中的亮度始终保持不变, 则假设在 x_3 时刻与 x_3+1 时刻的 2 帧之间亮度常值为

$$f(x_1 + u_1, x_2 + u_2, x_3 + 1) - f(x_1, x_2, x_3) = 0 \quad (3)$$

其中, u_1 和 u_2 的约束是非线性而且隐式的。基于位移很小假定(小于或等于 1 个像素), 且光流场随时间变化平滑, 则式(3)左边的项可以利用一阶泰勒公式在点 $x = (x_1, x_2, x_3)^T$ 处展开, 即^[3]:

$$f(x_1 + u_1, x_2 + u_2, x_3 + 1) \approx f(x_1, x_2, x_3) + f_{x_1} u_1 + f_{x_2} u_2 + f_{x_3} \quad (4)$$

因此, 式(3)可以简化为

$$f_{x_1} u_1 + f_{x_2} u_2 + f_{x_3} = 0 \quad (5)$$

得到:

$$\rho_1(u) = u^T \nabla_3 f \quad \nabla_3 f = (f_{x_1}, f_{x_2}, f_{x_3})^T \quad (6)$$

基金项目: 教育部新世纪优秀人才支持计划基金资助项目(NCET-05-0601)

作者简介: 于晶晶(1984-)女, 硕士研究生, 主研方向: 计算机视觉; 潘振宽, 教授; 魏伟波, 讲师、博士

收稿日期: 2009-12-11 **E-mail:** jingshinwa@163.com

3.2 其他假设

对于运动物体亮度均匀变化的情况，可以假定图像亮度的梯度不随时间变化，得到数据项 $M2$ 。常值假设也可以应用于高阶导数。对于运动物体的亮度以某恒定加速度递增或递减的情况，可假定序列图像灰度的二阶导数为常值。即设定序列图像的 Hessian 矩阵为常值，得到数据项 $M3$ 。为了克服运动方向性的限制，可以不再限制图像亮度的梯度保持不变，而是限制图像亮度梯度的大小不随时间变化，得到数据项 $M4$ 。通过假定序列图像的拉普拉斯算子为常值，可以得到数据项 $M5$ 。假定序列图像的 Hessian 矩阵行列式为常值得到数据项 $M6$ 。另外，将几个数据项线性组合使用是有效的。

3.3 6个模型的数据项比较

数据项 $M1\sim M6$ 的比较如表 1 所示。

表 1 数据项 $M1\sim M6$ 的比较

$M(D^2 f, u) = \rho(u) $	$\rho(u)$	J'	J	常值假设	光照变化	运动类型
$M1$	$u^T \nabla_3 f$	$\nabla_3 f$	$\nabla_3 f$	亮度常值	无	任意
$M2$	$\sum_{i=1}^2 u^T \nabla_3 f_{x_i}$	$\sum_{i=1}^2 \nabla_3 f_{x_i}$	$\sum_{i=1}^2 \nabla_2 f_{x_i}$	亮度 梯度常值	有	平移, 扩散, 缓慢 旋转
$M3$	$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 u^T \nabla_3 f_{x_i x_j}$	$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \nabla_3 f_{x_i x_j}$	$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \nabla_2 f_{x_i x_j}$	亮度 Hessian 矩阵常值	有	平移, 扩散, 缓慢 旋转
$M4$	$u^T \nabla_3 \nabla_2 f $	$\nabla_3 \nabla_2 f $	$\nabla_2 \nabla_2 f $	梯度模 常值	有	任意
$M5$	$u^T \nabla_3 (\nabla_2 f)$	$\nabla_3 (\nabla_2 f)$	$\nabla_2 (\nabla_2 f)$	拉普拉斯 算子常值	有	任意
$M6$	$u^T \nabla_3 \det(H_2 f)$	$\nabla_3 \det(H_2 f)$	$\nabla_2 \det(H_2 f)$	Hessian 矩阵行列 式常值	有	任意

4 基于统一模型的对偶方法

式(2)的传统求解方法是通过变分方法建立光流场的偏微分方程，然后通过各种固定点迭代方法计算^[2-3]。为了提高计算效率，本文参考文献[5-6]，通过引进辅助变量 v ，将式(2)修改为如下等价形式：

$$E(u, v) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} |\nabla u_i|^2 dx + \frac{1}{2\theta} \int_{\Omega} \sum_{i=1}^2 (u_i - v_i)^2 dx + \lambda \int_{\Omega} |\rho(v)| dx \quad (7)$$

其中， θ 为小的正常数，当能量泛函取极小值时， $u_i \approx v_i$ ($i=1,2$)。对式(7)采用交替优化方案计算上述能量泛函取得极小值的解，即为所要求的光流场。

(1) 固定 v_1, v_2 ，求使得式(7)取极小值的 u_1, u_2 。使用标准的对偶方法^[4]，引进 u_i ($i=1,2$) 的对偶变量 p_i ($i=1,2$)，得：

$$u_i = v_i - \theta \operatorname{div} p_i, \quad A_i(p_i) = \nabla \left(\operatorname{div} p_i - \frac{v_i}{\theta} \right),$$

$$p_i^{n+1} = \frac{p_i^n + \tau A_i(p_i^n)}{1 + \tau |A_i(p_i^n)|} \quad i=1,2 \quad (8)$$

其中， τ 为时间步长，本文取 0.125 ^[4]。

(2) 再固定 u_1, u_2 ，求使得式(7)取极小值的 v_1, v_2 。采用文献[7]提出的收缩算子(shrinkage)，可直接得到辅助变量 v_1, v_2 。

$$\begin{aligned} \rho(u) > \lambda \theta |J|^2 & \quad v = u - \lambda \theta J \\ \rho(u) < -\lambda \theta |J|^2 & \quad v = u + \lambda \theta J \\ |\rho(u)| \leq \lambda \theta |J|^2 & \quad v = u - \frac{\rho(u) J}{|J|^2} \end{aligned} \quad (9)$$

上述交替迭代优化计算过程为：对每个像素点，由式(9)计算 v_1, v_2 ，再由式(8)计算 u_1, u_2 ，其中， u_1, u_2 的计算转化为其对偶变量 p_1, p_2 的计算，直到满足精度要求。

5 实验结果分析

本文实验结果均是在 PC 机(Intel(R), CPU 2.33 GHz, 内存 2.00 GB)上采用 Matlab7.0 作为编程工具实现的。

本实验采用缓慢逆时针旋转的绿色纹理球序列第 3 帧和第 4 帧，图 1(a)为第 3 帧，图片来源于 www.cs.otago.ac.nz/research/vision/。图 1(b)~图 1(d)的数据项都取 $M1$ ，图 1(b)为 HS 模型采用差分方法计算的结果，图 1(c)为改进模型采用差分方法计算的结果，图 1(d)为改进模型采用对偶方法计算的结果，其中， $M1$ 的 $\theta=0.02$ ， $\lambda=3$ 。通过图 1(b)和图 1(c)的对比可以看出，本文使用的模型能较好地保持边界，能够处理图像强度不连续的情况。采用对偶方法得到的光流场图 1(d)比传统差分方法得到的光流场图 1(c)更理想，这是因为传统总变差计算会出现除数为 0 的情况，需加上小规则参数 ε ，从而引入了人为误差。即：

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = \lambda \nabla \cdot \left(\frac{\nabla u_1}{|\nabla u_1|} \right) - \frac{u_1 f_x + u_2 f_y + f_t}{|u_1 f_x + u_2 f_y + f_t + \varepsilon|} f_x \quad (10)$$

而本文采用的对偶方法，通过引进对偶变量 p ，避免了分母出现 0 的情况，从而减少误差，能够得到较理想的光流场。

$$p_i^{n+1} = \frac{p_i^n + \tau A_i(p_i^n)}{1 + \tau |A_i(p_i^n)|} \quad (11)$$

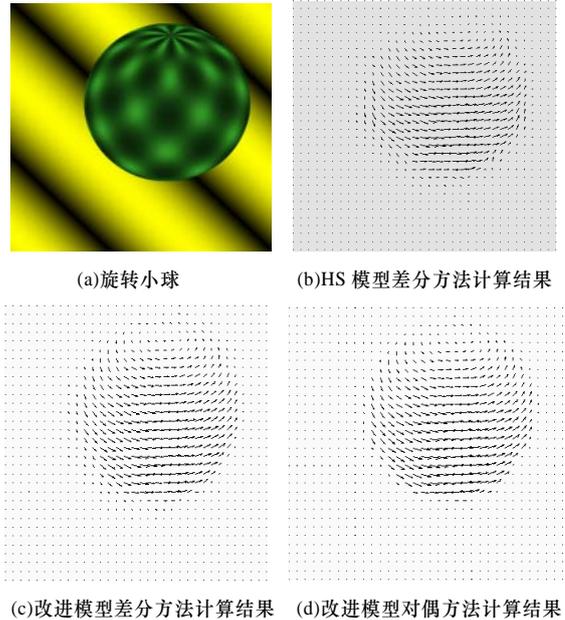


图 1 旋转球光流场的对比

图 2 中上面的曲线为改进模型采用传统差分方法计算的下降能量曲线，下面的曲线为改进模型采用对偶方法计算得到的下降能量曲线。从图中可以明显看出，采用对偶方法在最初的几次迭代中，能量迅速下降，能够更快地达到稳定值和收敛。表 2 给出了改进模型分别采用差分方法和对偶方法的实验数据。差分方法迭代 800 次能量下降到 1.33×10^4 ，而对偶方法只需要迭代 400 次能量就下降到 5.218×10^3 ，进一步说明采用本文提出的方法可有效提高计算效率。

(下转第 264 页)