

第二章 压力容器应力分析

CHAPTER II STRESS ANALYSIS OF PRESSURE VESSELS

第五节 壳体的稳定性分析

主要内容

2.5.1 概述

2.5.2 外压薄壁圆柱壳弹性失稳分析

2.5.3 其他回转薄壳的临界压力

2.5 壳体的稳定性分析

教学重点：

- (1) 失稳概念；
- (2) 外压薄壁圆柱壳弹性失稳分析。

教学难点：

受均布周向外压的长圆筒、短圆筒
临界压力公式推导。

2.5.1 概述

一、失稳现象

1. 外压容器举例

- (1) 真空操作容器、减压精馏塔的外壳
- (2) 用于加热或冷却的夹套容器的内层壳体

2. 承受外压壳体失效形式

- 强度不足而发生压缩屈服失效
- 刚度不足而发生失稳破坏
(讨论重点)

2.5.1 概述（续）

3. 失稳现象

承受外压载荷的壳体，当外压载荷增大到某一值时，壳体会突然失去原来的形状，被压扁或出现波纹，载荷卸去后，壳体不能恢复原状，如图2-38所示这种现象称为外压壳体的**屈曲**（buckling）或**失稳**（instability）。

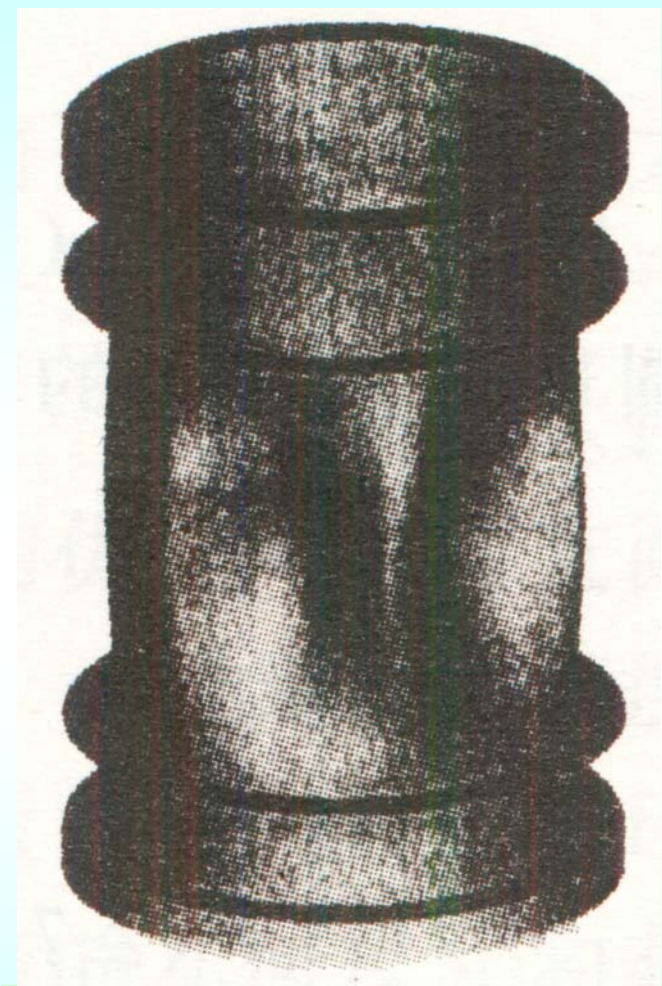


图 2-38
圆筒失稳时出现的波纹

2.5.1 概述（续）

4. 失稳类型

弹性失稳

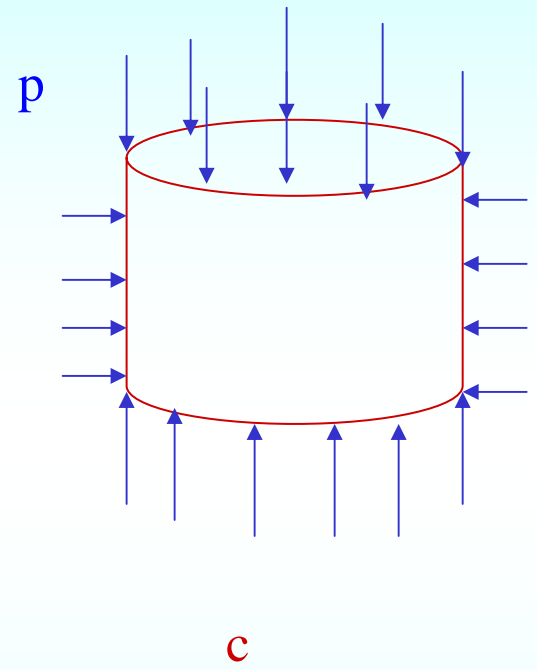
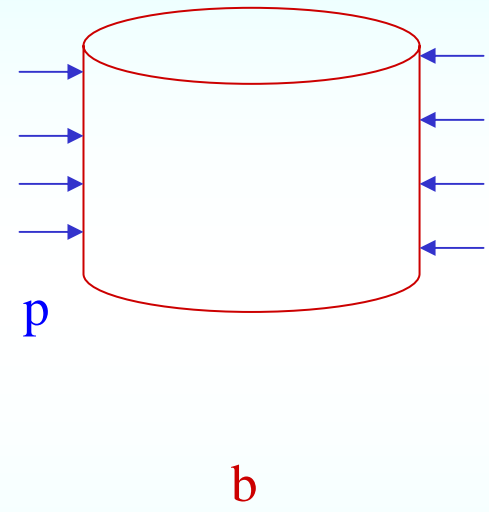
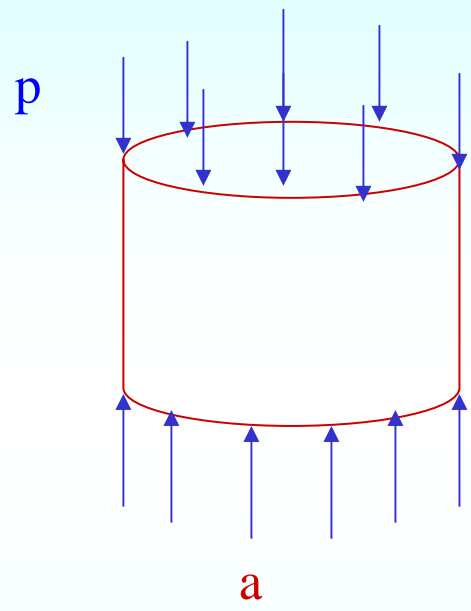
t 与 D 比很小的薄壁回转壳，失稳时，器壁的压缩应力通常低于材料的比例极限，称为弹性失稳。

弹塑性失稳
(非弹性失稳)

当回转壳体厚度增大时，壳体中的应力超过材料屈服点才发生失稳，这种失稳称为弹塑性失稳或非弹性失稳。

2.5.1 概述 (续)

受外压形势



本节讨论：受周向均匀外压薄壁回转壳体的弹性失稳问题

2.5.1 概述（续）

二、临界压力

1. 临界压力

壳体失稳时所承受的相应压力，称为临界压力，用 P_{cr} 表示。

2. 失稳现象

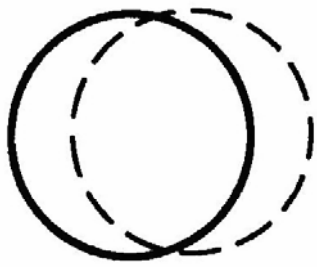
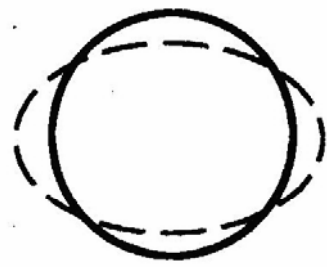

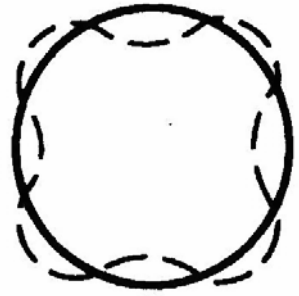
外载荷达到某一临界值，发生径向挠曲，并迅速增加，沿周向出现压扁或有规则的波纹。

见表2-5

2.5.1 概述 (续)

二、临界压力

表2-5 圆筒形壳体失稳后的形状

特性	失稳波形		
	波纹数 n	1	2
			
		3	4

2.5.1 概述（续）

3. 影响 P_{cr} 的因素：

对于给定外直径 D_0 和厚度 t

P_{cr} 与圆柱壳端部约束之间距离和圆柱壳上两个刚性元件之间距离 L 有关；

P_{cr} 随着壳体材料的弹性模量 E 、泊松比 μ 的增大而增加；

非弹性失稳的 P_{cr} 还与材料的屈服点有关。

2.5.2 外压薄壁圆柱壳弹性失稳分析

目的

求 p_{cr} 、 σ_{cr} 、 L_{cr}

理论

理想圆柱壳小挠度理论

基于以下假设：

① 圆柱壳厚度 t 与半径 R 相比是小量，位移 w 与厚度 t 相比是小量

② 失稳时圆柱壳体的应力仍处于弹性范围。

线性平衡方程
和挠曲微分方程

2.5.2 外压薄壁圆柱壳弹性失稳分析（续）

该理论的局限

- (1) 壳体失稳的本质是几何非线性的问题
- (2) 经历成型、焊接、焊后热处理的实际圆筒，存在各种初始缺陷，如几何形状偏差、材料性能不均匀等
- (3) 受载不可能完全对称

↓

小挠度线性分析会与实验结果不吻合。

↓

工程中，在采用小挠度理论分析基础上，引进稳定性安全系数 m ，限定外压壳体安全运行的载荷。

2.5.2 外压薄壁圆柱壳弹性失稳分析（续）

外压圆筒分成三类：

长圆筒

L/D_0 和 D_0/t 较大时，其中间部分将不受两端约束或刚性构件的支承作用，壳体刚性较差，失稳时呈现两个波纹， $n=2$ 。

短圆筒

L/D_0 和 D_0/t 较小时，壳体两端的约束或刚性构件对圆柱壳的支持作用较为明显，壳体刚性较大，失稳时呈现两个以上波纹， $n>2$ 。

刚性圆筒

L/D_0 和 D_0/t 很小时，壳体的刚性很大，此时圆柱壳体的失效形式已经不是失稳，而是压缩强度破坏。

2.5.2 外压薄壁圆柱壳弹性失稳分析（续）

一、受均布周向外压的长圆筒的临界压力

二、受均布周向外压的短圆筒的临界压力

三、临界长度

四、周向外压及轴向载荷联合作用下的失稳

五、形状缺陷对圆筒稳定性的影响

2.5.2 外压薄壁圆柱壳弹性失稳分析（续）

一、受均布周向外压的长圆筒的临界压力

通过推导圆环临界压力，变换周向抗弯刚度，即可倒出长圆筒的 p_{cr}

1、圆环的挠曲微分方程（模型见2-39）

a. 圆环的挠曲微分方程：2-82式

$$\frac{d^2w}{ds^2} + \frac{w}{R^2} = -\frac{M}{EJ}$$

b. 圆环的力矩平衡方程：2-86式

$$M = M_o - pR(w_o - w)$$

c. 圆环的挠曲微分方程2-87式

2.5.2 外压薄壁圆柱壳弹性失稳分析（续）

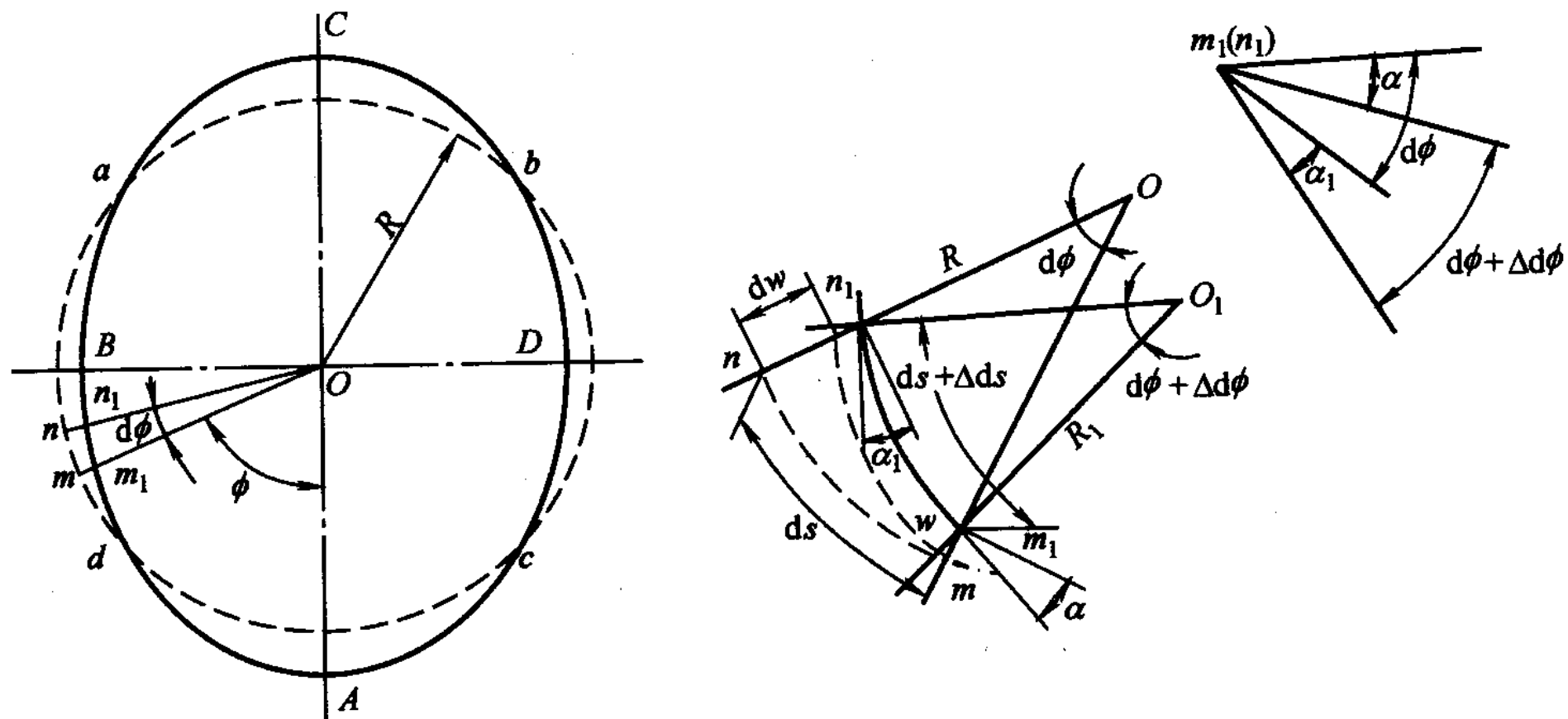


图2-39 圆环变形的几何关系

c. 圆环的挠曲微分方程：2-87式

$$\frac{d^2 w}{d\phi^2} + w \left(1 + \frac{pR^3}{EJ} \right) = \frac{-RM_o + pR^3 w_o}{EJ}$$

圆环失稳时的最小临界压力 p_{cr} :

$$p_{cr} = \frac{3EJ}{R^3} \quad (2-90)$$

d. 仅受周向均布外压的长圆筒临界压力计算公式:

圆筒抗弯刚度 $D' = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)}$ 代替 EJ , $D_o \approx D$, $\mu = 0.3$

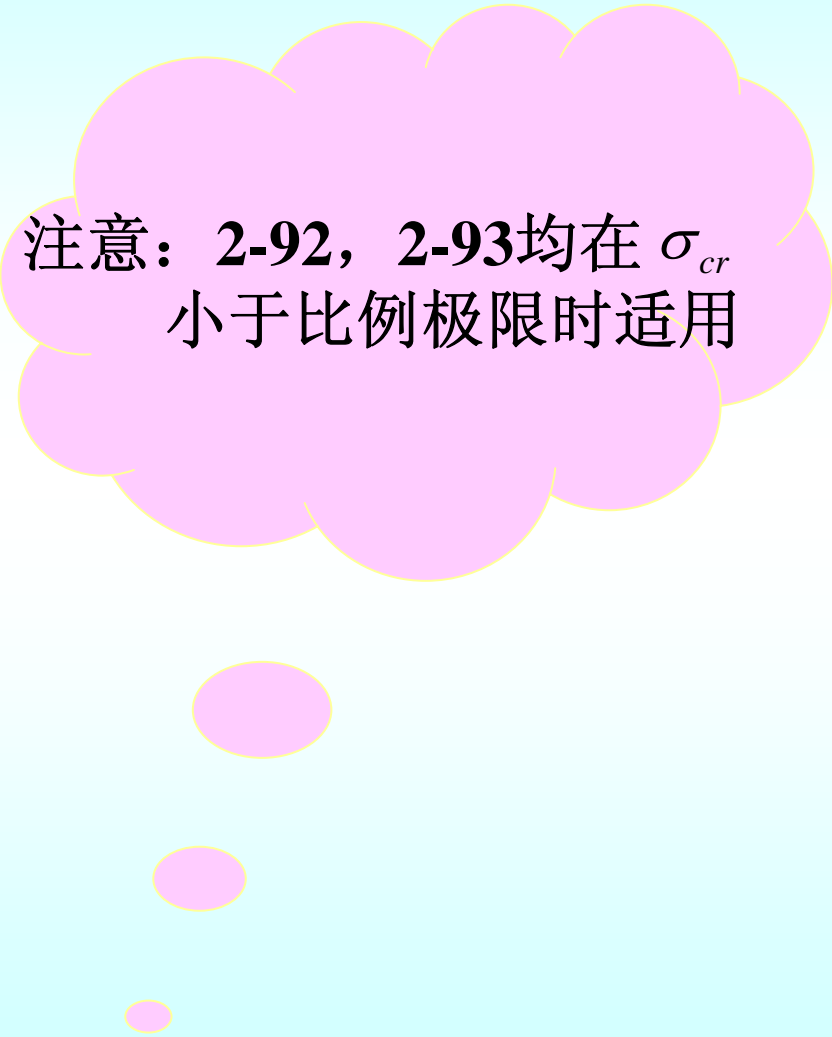
长圆筒临界压力:

$$p_{cr} = 2.2E \left(\frac{t}{D_o} \right)^3 \quad (2-92)$$

长圆筒临界应力:

$$\sigma_{cr} = \frac{p_{cr} D_o}{2t} = 1.1E \left(\frac{t}{D_o} \right)^2 \quad (2-93)$$

2.5.2 外压薄壁圆柱壳弹性失稳分析（续）



注意：2-92，2-93均在 σ_{cr}
小于比例极限时适用

2.5.2 外压薄壁圆柱壳弹性失稳分析（续）

二、受均布周向外压的短圆筒的临界压力

$$p_{cr} = \frac{2.59Et^2}{LD_o\sqrt{D_o/t}} \quad (2-97)$$

拉姆公式，仅适合弹性失稳


2.5.2 外压薄壁圆柱壳弹性失稳分析（续）


三、临界长度 L_{cr}

区分长、短圆筒用特征长度 L_{cr}

$L > L_{cr}$ —— 长圆筒

$L < L_{cr}$ —— 短圆筒

$L = L_{cr}$  (2-92) = (2-97) 压力相等



$$L_{cr} = 1.17 D_o \sqrt{\frac{D_o}{t}} \quad (2-98)$$

2.5.2 外压薄壁圆柱壳弹性失稳分析（续）

四、周向外压及轴向载荷联合作用下的失稳

a. 受均布轴向压缩载荷圆筒的临界应力

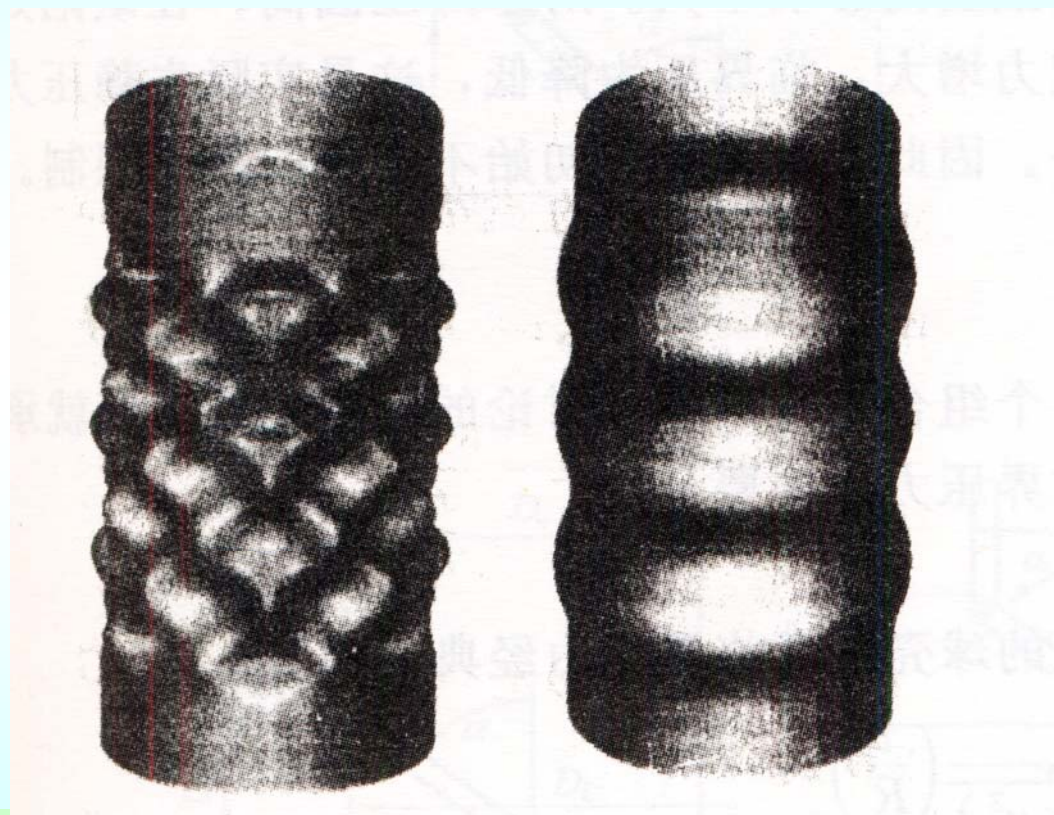
现象：{ 非对称失稳：图（a）
对称失稳：图（b）

Timoshenko按小弹性理论，
得出的轴向失稳临界压力

$$\sigma_{cr} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\mu^2)}} \frac{t}{R}$$

对于钢材， $\mu = 0.3$ ，则

$$\sigma_{cr} = 0.605 \frac{Et}{R}$$



(a) 非对称形式


(b) 对称形式

图2-43 轴向压缩圆筒失稳后的形状

2.5.2 外压薄壁圆柱壳弹性失稳分析（续）

四、周向外压及轴向载荷联合作用下的失稳

临界应力经验公式： $\sigma_{cr} = C \frac{Et}{R}$


 $\frac{R}{t} \leq 500$
 修正系数 $C=0.25$

$$\sigma_{cr} = 0.25 \frac{Et}{R} \quad (2-101)$$

C为修正系数，见图2-44

2.5.2 外压薄壁圆柱壳弹性失稳分析（续）

四、周向外压及轴向载荷联合作用下的失稳

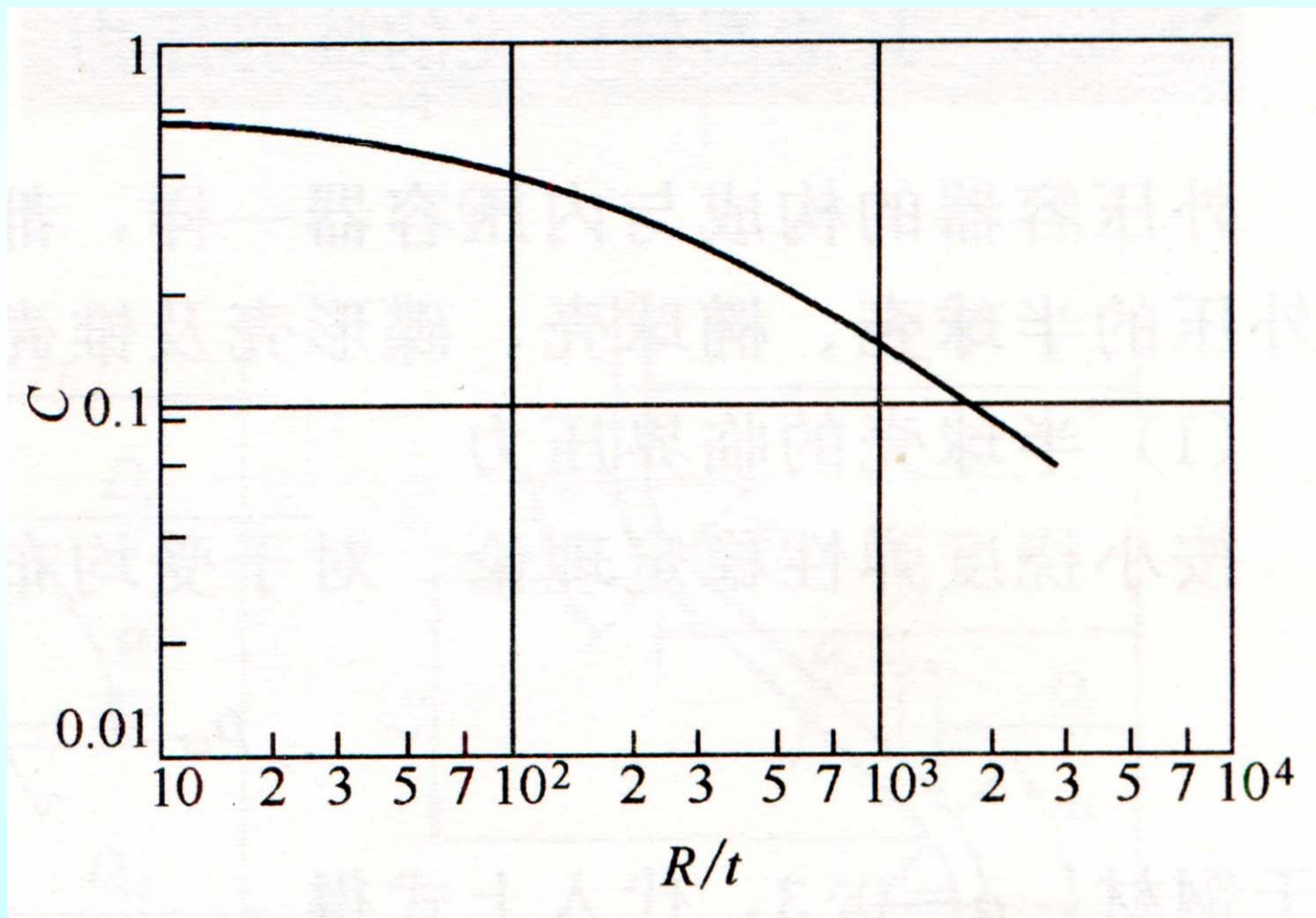


图2-44 修正系数C

2.5.2 外压薄壁圆柱壳弹性失稳分析（续）

b. 联合载荷作用下圆筒的失稳

一般先确定单一载荷作用下的失效应力，计算单一载荷引起的应力和相应的失效应力之比，再求出所有比值之和。

若比值的和 <1 ， 则筒体不会失稳

若比值的和 ≥ 1 ， 则筒体会失稳

2.5.2 外压薄壁圆柱壳弹性失稳分析（续）

五、形状缺陷对圆筒稳定性的影响

圆筒形状缺陷 { 不圆
局部区域中的折皱、鼓胀、凹陷

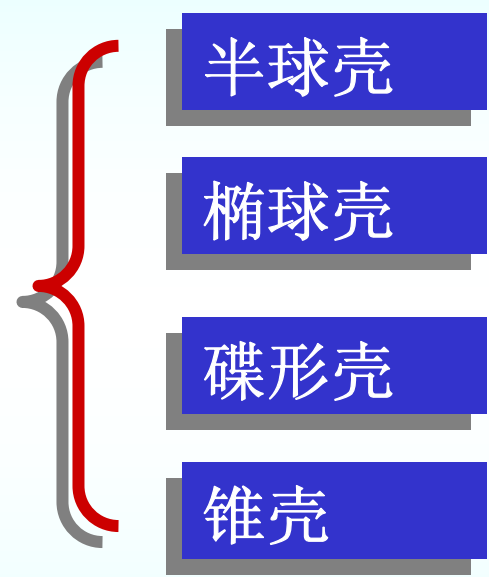
影响 { 内压下，有消除不圆度的趋势
外压下，在缺陷处产生附加的弯曲应力

圆筒中的压缩应力增加 → 临界压力降低

⇒ 实际失稳压力与理论计算结果不很好吻合的主要原因之一

⇒ 对圆筒的初始不圆度严格限制

2.5.3 其他回转薄壳的的临界压力




2.5.3 其他回转薄壳的临界压力（续）

半球壳

临界应力经典公式

$$p_{cr} = \frac{2E}{\sqrt{3(1-\mu^2)}} \left(\frac{t}{R} \right)^2 \quad (2-102)$$

 $\mu = 0.3$

$$p_{cr} = 1.21E \left(\frac{t}{R} \right)^2 \quad (2-103)$$

2.5.3 其他回转薄壳的临界压力（续）

碟形壳

$$p_{cr} = \frac{2E}{\sqrt{3(1-\mu^2)}} \left(\frac{t}{R} \right)^2$$

钢材:

$$p_{cr} = 1.21E \left(\frac{t}{R} \right)^2$$

同球壳计算，但 R 用碟形壳中央部分的外半径 R_0 代替

椭球壳

同碟形壳计算， $R_0 = K_1 D_0$

K_1 见第四章

2.5.3 其他回转薄壳的的临界压力（续）

锥壳

临界压力：

$$p_{cr} = \frac{2.59E}{(L_e/D_L)} \left(\frac{t_e}{D_L} \right)^{2.5} \quad (2-106)$$

注意： L_e ——锥壳的当量长度；（见表2-6）

D_L ——锥壳大端外直径 } 或锥壳上两刚性元件所
 D_S ——锥壳小端外直径 } 在处的大小直径

T_e ——锥壳当量厚度 $t_e = t \cos \alpha$

适用于： $\alpha < 60^\circ$

若 $\alpha > 60^\circ$ 按平板计算，平板直径取锥壳最大直径

2.5.3 其他回转薄壳的的临界压力（续）

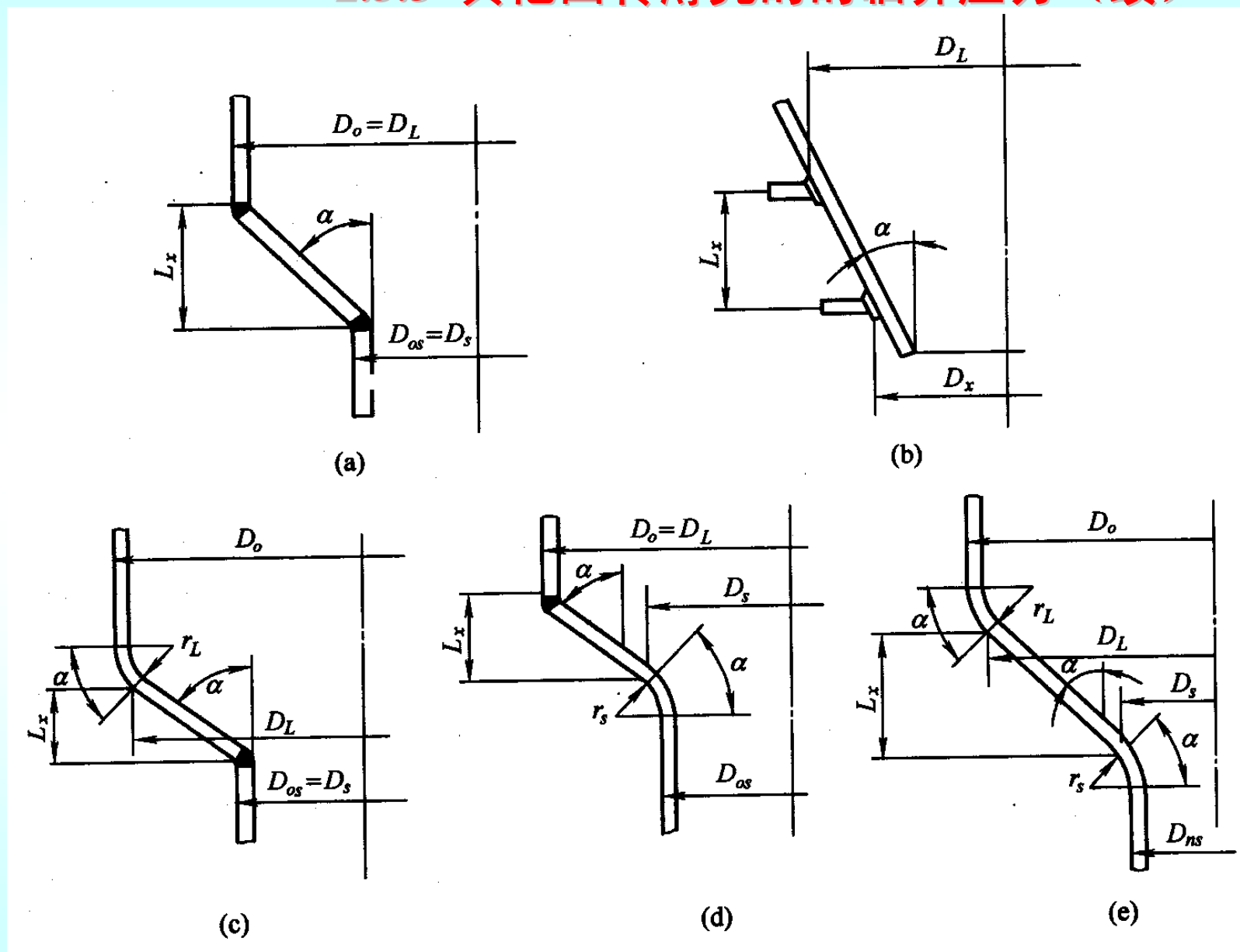


图2-45 锥壳的相关尺寸

2.5.3 其他回转薄壳的的临界压力（续）

锥壳

表2-6 锥壳的当量长度

锥壳结构	锥壳当量长度 L_e 的计算公式
无折边或有加强圈的锥壳	$\frac{L_x}{2} \left(1 + \frac{D_s}{D_L} \right)$
大端具有折边的锥壳	$r_L \sin \alpha + \frac{L_x}{2} \left(1 + \frac{D_s}{D_L} \right)$
小端具有折边的锥壳	$r_s \frac{D_s}{D_L} \sin \alpha + \frac{L_x}{2} \left(1 + \frac{D_s}{D_L} \right)$
折边锥壳	$r_L \sin \alpha + r_s \frac{D_s}{D_L} \sin \alpha + \frac{L_x}{2} \left(1 + \frac{D_s}{D_L} \right)$

2.5.3 其他回转薄壳的的临界压力（续）

其它失稳举例：

在较大区域内存在压缩薄膜应力的壳体，也有可能产生失稳

例如：塔受风载时，迎风侧产生拉应力，而背风侧产生压缩应力，当压缩应力达到临界值时，塔就丧失稳定性

作业: P86:

13,14,15,16