

倍捻锭气圈动力学——气圈与锭盘丝线的形态与张力

詹葵华 黄民柱

杨军*

(苏州大学机电系,苏州,215021)

(中国科学院声学研究所)

摘要:论述丝织准备工艺中的真丝、化纤倍捻机锭子高速回转时的气圈形态和张力分布,讨论丝线细度、锭子转速、气圈高度、空气阻力系数等因素对气圈形态及张力分布的影响。对从储丝盘出口到导丝钩丝线的受力情况作较深入的分析,利用柱面坐标系,导出求解储丝盘、锭盘缠绕段丝线和自由气圈空间形态及张力的无量纲微分方程组。

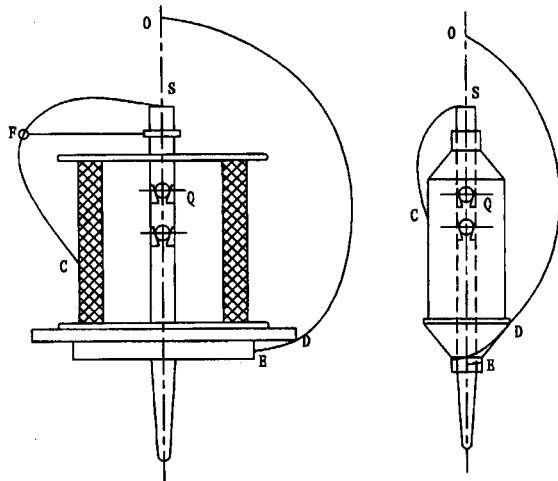
关键词:倍捻捻线机 倍捻锭 气圈 张力

中图分类号:TS 103.234.1

自20世纪50年代英国学者Mack建立气圈的二阶非线性微分方程式以来,国内外学者都在关注气圈理论的研究,并有了新的成果。笔者参阅了国外学者在考虑空气阻力时,气圈张力的研究成果,对丝绸行业的真丝,化纤锭气圈形态与张力分布的方程在柱面坐标中进行严密的数学推导,并根据实际生产中的参数,利用计算机数值方法求出气圈形态及张力分布的具体解。

1 倍捻锭的丝线张力分段

一般锭子气圈分析的路径是由丝线在退解筒子上的退绕点C开始,经过衬锭F、锭子顶端S、锭子内部的钢球张力器Q、储丝盘出口E、锭盘及其边缘D、形成自由气圈DO而到导丝钩O。如图1所示。



(a)真丝倍捻锭 (b)化纤倍捻锭
图1 真丝和化纤倍捻锭的结构和气圈简图

为有利于丝线从有边筒子上退绕,真丝倍捻机在锭端设有衬锭,衬锭由退解的丝线拖动而回转,CFS段丝线受衬锭而影响其张力。化纤倍捻机采用无边筒子,并且筒子直径较小,丝线不需要衬锭也能顺利退解。化纤倍捻锭下端结构设计为锥形锭盘,丝线在锭盘上滑行至锭盘边缘。而真丝倍捻机锭盘

则没有设置滑移锥面。以上是两种倍捻锭的主要结构差别。

真丝倍捻锭气圈张力由衬锭段CFS、张力器和锭盘段SQED、自由气圈段DO组成。化纤倍捻锭气圈张力由退解张力段CS、张力器和储丝盘段SQE、锥形锭盘段ED、自由气圈段DO组成。

建立丝线气圈形态及张力的数学模型,并根据边界条件求解,就可求得由几段丝线组成的连续丝线在锭子内外及形成气圈时的张力以及气圈的形态。

2 自由气圈段丝线的运动方程

在直角坐标系中研究气圈问题是目前学者们普遍采用的方法,笔者用柱面坐标系的方法,在考虑影响气圈曲线的卷取速度及空气阻力等因素的前提下讨论和分析丝绸行业的倍捻锭气圈,推导出二阶非线性微分方程组。这个数学模型对于质量很小的加捻丝线来说,其理论张力值和理论气圈形态将更接近于实际情况,同时它也具有普适性。

在建立运动方程前,作如下假设:①丝线柔软且不延伸变形;②丝线均匀,线密度 m_0 为常数。

如图2所示,以导丝钩O为原点,锭盘回转轴为z轴,建立柱面坐标系,并以垂直向下作为z轴的正方向。丝线上点的坐标用 (r, θ, z) 的形式表示,并约定 r, θ, z 方向的单位向量分别记为 e_r, e_θ, e_z 。坐标系同丝线一

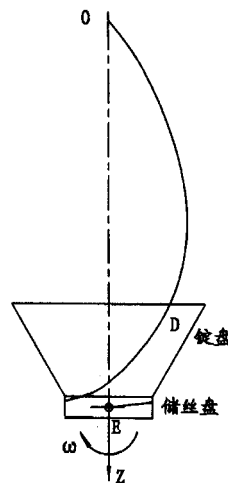


图2 倍捻锭气圈示意图

*苏州大学机电系95级硕士研究生,现为中科院声学研究所研究人员

起旋转,是一个旋转坐标系。若丝线上各点的位置向量记为 \mathbf{R} , 则:

$$\mathbf{R} = r\mathbf{e}_r + z\mathbf{e}_z \quad (1)$$

丝线切线方向的单位向量 \mathbf{t} 可表示为:

$$\mathbf{t} = d\mathbf{R}/ds = r'\mathbf{e}_r + r\theta'\mathbf{e}_\theta + z'\mathbf{e}_z \quad (2)$$

锭盘回转角速度 ω 和卷取速度 V_s 分别为:

$$\omega = \omega\mathbf{e}_z \quad (3)$$

$$\mathbf{V}_s = -d\mathbf{R}/dt = -V_s(r'\mathbf{e}_r + r\theta'\mathbf{e}_\theta + z'\mathbf{e}_z) \quad (4)$$

对微元丝线段 ds 作受力分析。 ds 应受到四个外力的作用,即丝线张力 dF_r ,沿 ds 的法向空气阻力 dF_{pn} ,沿 ds 的切向空气阻力 dF_{pt} 和重力 dG ,并产生三个加速度,即向心加速度 \mathbf{a}_n ,哥氏加速度 \mathbf{a}_k 和相对加速度 \mathbf{a}_s ,如图 3 所示。下面具体分析单位长度微元丝段所受的作用力(作用力的符号取消图 3 中的“d”前缀,而表示单位长度丝线的受力大小)及加速度的情况。

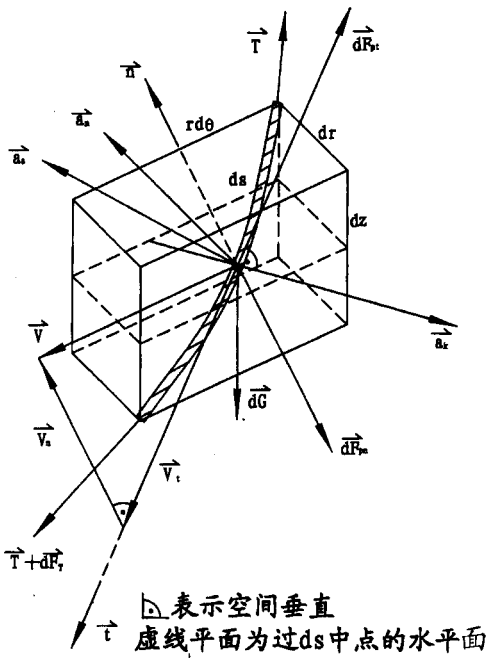


图 3 气圈上微元丝段的受力分析

2.1 张力 F_T

单位长度微元丝段所受的张力 F_T 应为每单位长度的丝线段所受张力 T 的变化量。

$$\mathbf{F}_T = T[(r'' - r\theta'^2)\mathbf{e}_r + (2r'\theta' + r\theta'')\mathbf{e}_\theta + z''\mathbf{e}_z] + T'(r'\mathbf{e}_r + r\theta'\mathbf{e}_\theta + z'\mathbf{e}_z) \quad (5)$$

2.2 空气阻力 F_{pn} 和 F_{pt}

因空气阻力与物体运动的速度有关,所以气圈上微元丝段所受的空气阻力应考虑沿丝线的切向和法向两个分量,其大小等于空气阻力系数与速度平方的乘积,方向与速度方向相反。设切向空气阻力

系数为 p_t ,法向空气阻力系数为 p_n ,那么切向空气阻力和法向空气阻力分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{pt} &= -p_t(|\mathbf{V}_t| - |\mathbf{V}_s|)^2 \mathbf{t} \\ &= -p_t(r^2\theta'\omega - V_s)^2(r'\mathbf{e}_r + r\theta'\mathbf{e}_\theta + z'\mathbf{e}_z) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{pn} &= -p_n|\mathbf{V}_n|^2 \mathbf{n} \\ &= p_n r^2 \omega^2 (r'^2 + z'^2) \left(\frac{rr'\theta'}{\sqrt{r'^2 + z'^2}} \mathbf{e}_r - \sqrt{r'^2 + z'^2} \mathbf{e}_\theta + \frac{r\theta'z'}{\sqrt{r'^2 + z'^2}} \mathbf{e}_z \right) \end{aligned} \quad (7)$$

2.3 重力 G

$$\mathbf{G} = m_0 g \mathbf{e} \quad (8)$$

其中 m_0 为线密度, g 为重力加速度。

2.4 向心加速度 \mathbf{a}_n ,哥氏加速度 \mathbf{a}_k 和相对加速度 \mathbf{a}_s

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_n &= \omega \times (\omega \times \mathbf{R}) = -r\omega^2 \mathbf{e}_r \\ \mathbf{a}_k &= 2\omega \times \mathbf{V}_s = 2\omega V_s (r\theta'\mathbf{e}_r - r'\mathbf{e}_\theta) \\ \mathbf{a}_s &= d^2\mathbf{R}/dt^2 = V_s^2 [(r'' - r\theta'^2)\mathbf{e}_r + (2r'\theta' + r\theta'')\mathbf{e}_\theta + z''\mathbf{e}_z] \end{aligned}$$

根据牛顿第二定律 $\Sigma m\mathbf{a} = \Sigma \mathbf{F}$,单位长度微元丝段 ds 在 $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_z$ 三个方向的运动方程并经整理可得。

$$T' = p_t(\omega r^2 \theta' - V_s)^2 - m_0 g z' - m_0 r r' \omega^2 \quad (9)$$

设 a 为锭盘上端的半径,并令 $r_1 = r/a, \theta_1 = \theta, z_1 = z/a, k = V_s/(a\omega), T_1 = (T - m_0 V_s^2)/(m_0 a^2 \omega^2), p_{n1} = 16ap_n/m_0, p_{t1} = 16ap_t/m_0, g_1 = g/(a\omega^2)$,最后得无量纲联立方程组:

$$\begin{cases} T_1' = \frac{1}{16} p_{t1} (r_1^2 \theta_1' - k)^2 - g_1 z_1' - r_1 r_1' \\ r_1'' = \frac{-T_1' r_1' + r_1 \theta_1'^2 T_1 + p_{t1} q_{11} - p_{n1} q_{21} - r_1 + 2r_1 \theta_1' k}{T_1} \\ q_{11} = \frac{1}{16} (r_1^2 \theta_1' - k)^2 r_1' \\ q_{21} = \frac{1}{16} r_1^3 \sqrt{r_1'^2 + z_1'^2} r_1' \theta_1' \\ \theta_1'' = \frac{-r_1 \theta_1' T_1' - 2r_1 \theta_1' T_1 + p_{t1} u_{11} + p_{n1} u_{21} - 2r_1 k}{r_1 T_1} \\ u_{11} = \frac{1}{16} (r_1^2 \theta_1' - k)^2 r_1 \theta_1' \\ u_{21} = \frac{1}{16} r_1^2 (r_1'^2 + z_1'^2) \sqrt{r_1'^2 + z_1'^2} \\ z_1' = \sqrt{1 - r_1'^2 - (r_1 \theta_1')^2} \end{cases}$$

3 锭盘缠绕段丝线的运动方程

倍捻机的锭盘形状各异,现以可展开回转面为例进行分析。该回转面的一般情况为锥面,特殊情况为圆柱面。以锭盘表面的微元丝段作受力分析,在忽略空气阻力和重力的情况下,丝段受到三个主要作用力,即丝线张力 dF_T ,盘面对丝线的正压力 dF_N 和摩擦力 dF_μ (如图4)同时产生加速度 a_n, a_k 和 a_s 。单位长度微元丝段所受作用力 F_T ,加速度 a_n, a_k, a_s 分别与前面所述相同,而正压力 F_N 和摩擦力 F_μ 具体分析如下。

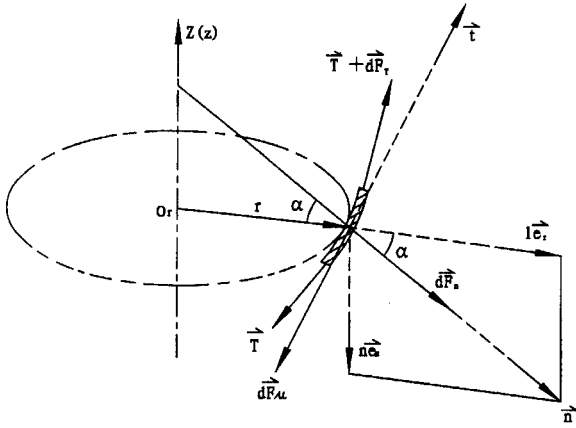


图4 锭盘表面微元丝段的受力分析

3.1 正压力 F_N

如图4,过微元丝段作垂直于 $Z(z)$ 轴的水平截面,水平面与 z 轴的交点为 O_r , O_r 到微元丝段的距离为 r 。单位长度微元丝段所受的压力大小为 N ,方向为垂直圆锥表面向外,其延长线必与 $Z(z)$ 轴相交。于是有:

$$F_s = N(l e_r + n e_z) \quad (10)$$

其中 $l = \cos\alpha, n = -\sin\alpha$,这里的 α 实际就是圆锥锭盘的半锥顶角。

3.2 摩擦力 F_μ

摩擦力 F_μ 是由正压力产生,其方向应与丝线运动方向相反。如不考虑加捻过程中丝线的自转因素,该方向即为 $-t$,所以

$$F_\mu = -\mu N(r' e_r + r\theta' e_\theta + z' e_z) \quad (11)$$

式中 μ 为丝线与锭盘的摩擦系数。

根据牛顿定律,可得 e_r, e_θ, e_z 三个方向的运动方程,并经整理可得

$$\begin{aligned} T' &= -m_0 r r' \omega^2 + \mu N \\ z'' &= \frac{m_0 r r' \omega^2 z' + N \sin\alpha}{T - m_0 V_s^2} \\ N &= \frac{r\theta'^2 T - m_0 r (V_s \theta' - \omega)^2}{\sec\alpha} \end{aligned}$$

令 $r_1 = r/a, \theta_1 = \theta, z_1 = z/a, k = V_s/(a\omega), T_1 = (T - m_0 V_s^2)/(m_0 a^2 \omega^2), N_1 = N/(m_0 a \omega^2)$,最后得联立方程组:

$$\begin{cases} T_1' = -r_1 r_1' + \mu N_1 \\ z_1'' = \frac{r_1 r_1' z_1' + N_1 \sin\alpha}{T_1} \\ r_1' = z_1' \tan\alpha \\ \theta_1' = \frac{\sqrt{1 - z_1'^2 - r_1'^2}}{r_1} \\ N_1 = \frac{r_1 (\theta_1'^2 T_1 - 1 + 2k\theta_1')}{\sec\alpha} \end{cases} \quad (12)$$

如锭盘为圆柱状,则 $\alpha = 0, r_1 = 1, r_1' = 0$,上式即变为

$$\begin{cases} T_1' = \mu N_1 \\ \theta_1' = \sqrt{1 - z_1'^2} \\ N_1 = \theta_1'^2 T_1 - 1 + 2k\theta_1' \end{cases} \quad (13)$$

上式适用于分析储丝盘上丝线的运动特性。

4 结束语

用柱面坐标系建立运动微分方程,在考虑影响气圈曲线的卷取速度及空气阻力等因素的时,讨论和分析加捻过程中的气圈,并得到了求解气圈空间形态及张力的无量纲微分方程组。同时通过对锭盘段丝线的受力情况的分析,给出了锭盘、储丝盘上丝线缠绕形态和张力的无量纲微分方程组的解。

参考文献

- [1] The unwind of yarns from packages By V. K. Kothari and G. A. Leaf J. Text. Inst, 1979, No. 3, 89~104
- [2] On the dynamics of the two-fro-one twiter By W. B. Fraser Proc. R. Soc. Lond. A(1993)447, 409~425