系 统 科 学 与 数 学
J. Sys. Sci. & Math. Scis.
29(10) (2009, 10), 1366–1373

极小—极大—加系统的周期时间的输出反馈独立配置

朱 忠 熏
(华中师范大学计算机科学系，武汉 430079; 中南民族大学计算机科学学院应用数学研究所，武汉 430074)
魏 红 昀
(中南民族大学计算机科学学院应用数学研究所，武汉 430074)
陶 跃 钢
(中国科学院自动化研究所复杂系统与智能科学实验室，北京 100190)
陈 文 德
(中国科学院数学与系统科学研究院系统与控制实验室，北京 100190)
谭 连 生
(华中师范大学计算机科学系，武汉 430079)

摘要 在数字电路中，两个时间信号通过逻辑电路的与门相当于极大运算，通过逻辑电路的或门相当于极小运算．极小—极大—加系统可用于数字电路的时间分析．对于一类非线性极小—极大—加系统 (F,G,H)，运用极大—加代数和有向图方法得到了在输出反馈作用下的周期时间能独立配置的一个充分条件．

关键词 离散事件动态系统 (DEDS)，极小—极大—加系统，极大—加代数，输出反馈，周期时间独立配置．

MR(2000) 主题分类号 93C65

1 引 言

以制造系统、计算机网、通讯网等为应用背景的离散事件动态系统 $(DEDS)$ 可用极大—加代数建模成线性系统 (A,B,C)．20 多年来，线性系统 (A,B,C) 的研究成果非常丰富．以数字电路时间分析等为应用背景的极小—极大—加系统是线性系统 (A,B,C) 的非线性扩展，其理论与应用正在不断开拓．最早的模型是自治系统 $x(k+1)=F(x(k))$，这里 $F(x)$ 是极小—极大—加函数，且有展开式： $F(x)=\bigwedge\limits_{r\in I}(A_r x)$，$A_r$ 是 $F(x)$ 的极大—加投影， $A_r\in D^{n\times n}$，

收稿日期：2009-06-23.

$x(k) \in R^n$, $D = (R \cup \{-\infty\}, \vee, +)$ 称为极大－加代数, 其中 $a \vee b = \max(a, b)$, $a \wedge b = \min(a, b)$, I 是 $F(x)$ 所有极大－加投影的指标 r 的集合. 文献 [1] 首先研究了可分自治极小－极大－加系统的特征值问题；文献 [2,3] 对一般自治极小－极大－加系统进行了系列研究，证明了重要而基本的对偶定理.

文献 [4] 首次提出了非自治极小－极大－加系统

$$\begin{cases} x(k+1) = F(x(k)) \vee B(u(k)), \\ y(k) = Cx(k), \end{cases} \tag{1}$$

其中 $F(x)$ 同上， $B \in D^{n\times p}$, $C \in D^{p\times n}$, $u(k) \in R^q$, $y(k) \in R^p$, 该系统简记为 (F, B, C). (F, B, C) 相对于 (A, B, C) 是非线性的, 因而其研究更加困难、复杂. 文献 [4] 得到了 (F, B, C) 的周期时间能合并配置的充要条件. 文献 [5–9] 系统研究了 (F, B, C) 的能达能观性、周期时间配置、镇定等问题. 文献 [8] 得到了能用状态反馈独立配置 (F, B, C) 的周期时间的充要条件. 最近，文献 [10] 研究了非自治极小－极大－加系统 $x(k+1) = F(x(k)) \vee G(u(k))$, 得到了系统镇定，周期时间能配置的充分条件，其中 $G(u)$ 是极小－极大－加函数，有展开式: $G(u) = \bigwedge\limits_{s\in J} (B_s u)$, 其他同 (F, B, C), 此系统简记为 (F, G). 系统 (F, G) 比 (F, B, C) 的非线性程度更强，更复杂.

更一般地，考虑非自治极小－极大－加系统

$$\begin{cases} x(k+1) = F(x(k)) \vee G(u(k)), \\ y(k) = H(x(k)), \end{cases} \tag{2}$$

其中 $H(x) = \bigwedge\limits_{t\in T} (C_t x)$, $C_t \in D^{p\times n}$, F, G 同上，该系统简记为 (F, G, H). 显然，系统 (F, G, H) 比 (F, G) 的非线性程度更强、更复杂. 文献 [11] 得到了 (F, G, H) 能达能观的充要条件. 输出反馈在应用中更重要，本文研究用输出反馈独立配置周期时间问题，得到了一个充分条件.

2　基本定义

定义 2.1　对于极小－极大－加函数 $F(x) = \bigwedge\limits_{r\in I} (A_r x)$, 记 A_r 的 i 行 j 列元素为 $a_{ij}(r)$. 由 $F(x)$ 可以确定一个图，它有 n 个顶点 $v_1, v_2, \cdots, v_n$, 规定：当 $a_{ij}(r) \neq -\infty$ 时， v_j 到 v_i 有弧，重为 $a_{ij}(r)$, 且着颜色 r; 当 $a_{ij}(r) = -\infty$ 时， v_j 到 v_i 没有着颜色 r 的弧. 此图称为 $F(x)$ 的着色有向伪图，简称 $F(x)$ 的图，记为 $\mathcal{G}(F)$. 点 v_i 和点 v_j 之间若有色类 I 中各色的 $(v_i, v_j)-$ 路和 $(v_j, v_i)-$ 路则称 v_i 与 v_j 是全色强连通的. 记 $G_1, G_2, \cdots, G_\omega$ 是 $\mathcal{G}(F)$ 的全色强连通分支.

定义 2.2　在 $\mathcal{G}(F)$ 中添加 $p+q$ 个点 $u_1, u_2, \cdots, u_q; y_1, y_2, \cdots, y_p$. 当 B_s 的 i 行 j 列元素 $b_{ij}(s) \neq -\infty$ 时，规定点 u_j 到点 v_i 有着颜色 s 的弧，重为 $b_{ij}(s)$; 否则无弧. 当 C 的 i 行 j 列元素 $c_{ij}(t) \neq -\infty$ 时，规定点 v_j 到点 y_i 有 t 色弧，重为 $c_{ij}(t)$, 否则无弧. 此图称为系统 (F, G, H) 的图，简记为 $\mathcal{G}(F, G, H)$.

定义 2.3　在 $\mathcal{G}(F, G, H)$ 中，状态点 v_j 称为 $u_i - (r, s)-$ 能达的，是指输入点 u_i 与某状态点 v_l 有 $s-$ 色弧，点 v_l 与点 v_j 间有 $r-$ 色路. 如果对任意的 $(r, s) \in I \times J$, 点 v_j 是 $u_i - (r, s)-$ 能达的，则称点 v_j 在 $\mathcal{G}(F, G, H)$ 中是 u_i- 能达的.

定义 2.4 在图 $\mathcal{G}(F,G,H)$ 中，连通分支 G_i 称为 $y_i-(r,t)-$ 能观的，是指 G_i 中点与 y_i 有 (r,t) 色路．如果对任意的 $(r,t)\in I\times T$, G_i 是 $y_i-(r,t)-$ 能观的，则称 G_i 在 $\mathcal{G}(F,G,H)$ 中是 y_i 能观的．

定义 2.5 若 $\mathcal{G}(F)$ 的各连通分支 $G_1,G_2,\cdots,G_\omega$ 满足：对任意的 $1\le i<j\le\omega$, G_j 没有到 G_i 的白色弧，指 G_j 中点到 G_i 中点没有 I 中各色路，称 $G_1,G_2,\cdots,G_\omega$ 为 $\mathcal{G}(F)$ 的标准序．

通过顶点序的置换，总可得到图 $\mathcal{G}(F)$ 的标准序．

3 周期时间独立配置

在输出反馈 K 的作用下，闭环系统

$$\begin{cases} x(k+1)=F(x(k))\vee G(K(y(k))), \\ y(k)=H(x(k)), \end{cases} \tag{3}$$

其中 $K(y)=\bigwedge\limits_{d\in N}(K_dy)$, $K_d\in D^{q\times p}$, 该系统简记为 (F,G,K,H)．

文献 [12] 引进了运算 $\odot$．

定义 3.1 对 $K(y)=\bigwedge\limits_{d\in N}(K_dy)$, 设 $K_{d_i},1\le i\le n$ 是 $K(y)$ 的任意 n 个单极大射影，则矩阵 $K_l=[K_{d_1},K_{d_2},\cdots,K_{d_n}]^{\mathrm{T}}$, $l\in L$, 称作 $K(y)$ 的单极大射影直积． L 是 $K(y)$ 的单极大射影直积的指标集． $|L|$ 等于从 N 中可重复地任取 n 个的排列数，即 $|N|^n$．

定义 3.2 对 $G(u)=\bigwedge\limits_{s\in J}(B_su)$, 令 $B_s=[B_s^1,B_s^2,\cdots,B_s^n]^{\mathrm{T}}$, 其中 $B_s^i,1\le i\le n$ 是 B_s 的第 i 行．运算 $\odot$ 定义为

$$B_s\odot K_l=[B_s^1K_{d_1},B_s^2K_{d_2},\cdots,B_s^nK_{d_n}]^{\mathrm{T}}\in D^{n\times q}.$$

显然，当 K 为单极大时， $B_s\odot K_l=B_sK$．

引理 3.1[12] $B_sK(y)=\bigwedge\limits_{l\in L}(B_s\odot K_l)y$．

设 $C_{t_i},1\le i\le n$ 是 $H(x)$ 的任意 n 个单极大射影，矩阵 $C_e=[C_{t_1},C_{t_2},\cdots,C_{t_n}]^{\mathrm{T}}$, $e\in E$ 是 $H(x)$ 的单极大射影直积． E 是 $H(x)$ 的单极大射影直积的指标集．进一步，得到了

引理 3.2[13] $x(k+1)=\bigwedge\limits_{(r,s,e,l)\in I\times J\times L\times E}(A_r\vee((B_s\odot K_l)\odot C_e))x$, 其中

$$(B_s\odot K_l)\odot C_e=[B_s^1K_{d_1}C_{t_1},B_s^2K_{d_2}C_{t_2},\cdots,B_s^nK_{d_n}C_{t_n}]^{\mathrm{T}}.$$

显然，当 K 为单极大， $C_e=[C_t,C_t,\cdots,C_t]^{\mathrm{T}}$ 时， $(B_s\odot K_l)\odot C_e=B_sKC_t$．

基于此，给出了闭环系统 (F,G,K,H) 新的有色图表示，记为 $\mathcal{G}(F,G,K,H)$, 其顶点集为 $v_1,v_1,\cdots,v_n$, 当 $(A_r)_{ij}\ne-\infty$ 时，有 v_j 到 v_i 的 $r-$ 色弧；或者当

$$\bigvee_{1\le m\le p}\Big(\bigvee_{1\le v\le q}(b_{iv}(s)+k_{vm}(d_i))+c_{mj}(t_i)\Big)\ne-\infty$$

时，有 v_j 到 v_i 的 (s,l,e) 色弧，取定 r,s,l,e 后，统一着 z 色．该图是研究 (F,G,H) 输出反馈的有力工具．

设 A 是极大－加代数上的一个 n 阶矩阵．定义

$$\mu(A)=[\mu_1(A),\mu_2(A),\cdots,\mu_n(A)]^{\mathrm{T}}\in R^n,$$

其中 $\mu_i(A)=\vee\{\frac{\omega(c)}{l(c)}|c$ 是 $\mathcal{G}(A)$ 中到点 i 有路的圈$\}$, 其中 $\omega(c)$ 表示路 c 的重， $l(c)$ 表示路 c 的长．此 $\mu(A)$ 称为矩阵 A 的周期时间．极大－极小－加函数 $F(x)=\bigwedge\limits_{r\in I}(A_rx)$ 的周期时间定义为

$$\chi(F)=\lim_{k\to+\infty}\frac{1}{k}F^k(x).$$

引理 3.3[3]　$F(x)=\bigwedge\limits_{r\in I}(A_rx)$ 的周期时间 $\chi(F)$ 存在，且 $\chi(F)=\bigwedge\limits_{r\in I}\mu(A_r)$.

易知， $\chi(F)$ 中对应于 G_i 内各点的分量总相同，故仅需配置 ω 个不同的分量．

定义 3.3　设 $\Delta\in R^{\omega}$, 当且仅当 $z\in\Delta$ 时存在输出反馈 K 使得 z 是闭环系统 (F,G,K,H) 的周期时间，则称 Δ 是系统 (F,G,H) 配置域．配置域 Δ 包含以 $(m_1,m_2,\cdots,m_{\omega})$ 为中心，M 为半径的 ω 维球，且 $m_i,1\le i\le\omega$ 无界，则称 Δ 是 ω 维的．如果系统 (F,G,H) 的配置域 Δ 是 ω 维的，则称系统 (F,G,H) 能被输出反馈独立周期时间配置．

独立周期时间配置是一类要求最严格的特殊的配置，配置域已达尽可能大，从而为周期时间配置的应用提供便利．

定理　在图 $\mathcal{G}(F,G,H)$ 中，若输入、输出点的个数大于 ω, 且存在输入点 $u_1,u_2,\cdots,u_{\omega}$, 输出点为 $y_1,y_2,\cdots,y_{\omega}$, 和 $\mathcal{G}(F)$ 的连通分支的标准序 $G_1,G_2,\cdots,G_{\omega}$, 满足下列条件

i)　对每个 $i,1\le i\le\omega$, G_i 中点 u_i- 能达，且 y_i- 能观；

ii)　将 u_i,G_i,y_i 凝成一点，记为 X_i, 对任意的 i, $1\le i\le\omega$, 存在颜色 $r(i)$, $s(i)$, $t(i)$, 使得不存在 X_j, $i<j\le\omega$ 中点到 X_i 中点的 $(r(i),s(i),t(i))$- 色路．

则存在输出反馈 K, 系统 (F,G,H) 能被输出反馈 K 独立周期时间配置．

证　取 K 为单极大，设为对角阵 $\mathrm{diag}(k_{11},k_{22},\cdots,k_{\omega\omega})$, 其中

$$k_{ii}\in[M^i,M^i+2M],\quad 1\le i\le\omega,\tag{4}$$

M 为充分大常数．因每个 $i,1\le i\le\omega$, G_i 中点 u_i- 能达，则对任意的 $(r,s)\in I\times J$, 存在 $v\in V(G_i)(V(G_i)$ 表示 G_i 的顶点集), u_iv 是 $s-$ 色弧，记所有这样点的下标的集合为 $T_i(s)$, 对任意的 $k(i)\in T_i(s)$, 记弧 $u_iv_{k(i)}$ 的权重为 $b_{k(i)i}(s)$; 对任意的 $(r,e)\in I\times E$, e 取定后，由 $k(i)$ 决定了 C_e 中第 $k(i)$ 个 C_t 阵，记之为 $C_{t(e,k(i))}$. 由于每个 $i,1\le i\le\omega$, y_i- 能观，从而对色 t, 在 G_i 中总能找到一个 v' 到 y_i 有此色的弧，记所有这样点的下标的集合为 $H_i(t)$, 对任意的 $h(i)\in H_i(t)$, 则 $v_{h(i)}$ 到 y_i 有 $t(e,k(i))$ 色弧，记该弧的权重为 $c_{ih(i)}(t(e,k(i)))$. 在连通分支 G_i 中，总有 $v_{k(i)}$ 到 $v_{h(i)}$ 的 $r-$ 色路，记所有这样路的集合为 $P_i(r)$, 对任意的 $p_i(r)\in P_i(r)$, 设其权重为 $\omega(p_i(r))$, 长度为 $|p_i(r)|$. 连单色 (即 l 色) 弧 y_iu_i, 其权重为 k_{ii}, 则 $u_iv_{k(i)}p_i(r)v_{h(i)}y_iu_i$ 是图 $\mathcal{G}$ (F,G,H) 中一新增的 $(r,s,l,e)-$ 色圈，依据引理 3.2, $(r,s,l,e)-$ 色圈中的 e 有 n 种表现形式，比如上述圈中 e 的表现形式为 $t(e,k(i))$, 故上述圈亦可记为 $(r,s,l,t(e,k(i)))-$ 圈．由于 K 为单极大，则 $|L|=1$, 所以该新圈可简记为 $(r,s,t(e,k(i)))-$ 圈，其权重为

$$b_{k(i)i}(s)+\omega(p_i(r))+c_{ih(i)}(t(e,k(i)))+k_{ii}.$$

设

$$W_{i_0}=b_{k(i)i}(s)+\omega(p_i(r))+c_{ih(i)}(t(e,k(i))),$$

则其平均权重为

$$\frac{W_{i_0}+k_{ii}}{|p_i(r)|+1},$$

进一步设

$$W_{i_1}=\bigvee_{k(i)\in T_i(s),p_i(r)\in P_i(r),h(i)\in H_i(t(e,k(i)))}\frac{W_{i_0}+k_{ii}}{|P_i(r)|+1}=\frac{W_{i_0^0}+k_{ii}}{|p_i|+1},$$

表示到 G_i 中点所有新增 (r,s,e)– 色上游圈中含一条反馈弧的最大的平均权重，其中 $r\in I,\ s\in J,\ t\in T,\ e\in E$.

显然，$\mathcal{G}\ (F,G,K,H)$ 中可能还存在含多条反馈弧的圈，比如，对 (r_0,s_0,e_0), 若存在连通分支 $G_l,\ G_j,\ G_m,\ l<j<m,\ v_{l_1},\ v_{l_1}\in V(G_l),\ v_j\in V(G_j),\ v_m\in V(G_m),\ u_lv_{l_1},\ u_jv_{l_2},\ u_mv_j$ 为 s_0– 弧，$v_{l_2}y_l,\ v_jy_j,\ v_my_m$ 为 e_0– 色弧，则 $u_lv_{l_1}v_my_mu_mv_jy_ju_jv_{l_2}y_lu_l$ 是一个含 3 条反馈弧的圈，其均重为

$$\begin{aligned}x=\frac{1}{4}(&b_{l_1l}(s_0)+a_{ml_1}(r_0)+c_{mt(e_0,m)}(e_0)+k_{mm}+b_{jm}(s_0)+c_{jt(e_0,j)}(e_0)\\&+k_{jj}+b_{l_2j}(s_0)+c_{lt(e_0,l_2)}(e_0)+k_{ll}).\end{aligned}$$

因此，含多条反馈弧的圈的均重可表示为 $\frac{a+k_{i_mi_m}}{b}$ 的形式，其中 $a,\ b$ 是同 $k_{i_mi_m}$ 无关的数，$k_{i_mi_m}$ 为此圈中反馈弧的最大权值.

对任意的色 $(r,s,e)\in I\times J\times E$, 在子图 $\mathcal{G}\ (A_r\vee((B_s\odot K_l)\odot C_e))$ 中，由 i) 及 K 的单极大性知，到 G_i 总存在含权重为 k_{ii} 的弧的上游圈，由 (4) 及 M 为充分大常数知

$$\mu_i\Big(A_r\bigvee((B_s\odot K_l)\odot C_e)\Big)\ge\frac{a'+k_{ii}}{b'},$$

其中 a',b' 是同 k_{ii} 无关的数.

在子图 $\mathcal{G}(A_{r(i)}\vee((B_{s(i)}\odot K_l)\odot C_{e(i)}))$ 中，取 $C_{e(i)}=[C_{t(i)},C_{t(i)},\cdots,C_{t(i)}]^{\mathrm{T}}$, 此时 $(B_s\odot K_l)\odot C_e=B_sKC_{t(i)}$. 由 ii) 知：对任意的 $i,j,\ 1\le i<j\le\omega$, 存在颜色 $r(i),\ s(i),\ t(i)$, 不存在 X_j 中点到 X_i 中点的 $(r(i),s(i),t(i))$– 色路，因而，在子图 $\mathcal{G}\ (A_{r(i)}\vee((B_{s(i)}\odot K_l)\odot C_{e(i)}))$ 中，含权重为 $k_{jj},\ i+1\le j\le\omega$ 的反馈弧的圈到 G_i 没有路，即 G_i 中点的周期时间仅由含权重为 k_{ii} 的反馈弧的圈决定，含权重为 $k_{jj},i+1\le j\le\omega$ 的反馈弧的圈对 G_i 中点的周期时间没有影响.

由引理 3.3 知

$$\chi_i=\bigwedge_{(r,s,e)\in I\times J\times E}\mu\Big(A_r\bigvee((B_s\odot K_l)\odot C_e)\Big),$$

其结果必是到 G_i 中点有路，且含权重为 k_{ii} 的反馈弧，不含权重为 $k_{jj},\ i+1\le j\le\omega$ 的反馈弧的新增圈的最大均重 χ_i, 其值的表达式必为 $\frac{a_i+k_{ii}}{b_i}$, 其中 a_i,b_i 是同 k_{ii} 无关的数.

由 (4) 知，

$$\frac{a_i+M^i}{b_i}\le\frac{a_i+k_{ii}}{b_i}\le\frac{a_i+M^i+2M}{b_i},$$

又

$$\frac{a_i+M^i}{b_i}-\frac{a_{i-1}+M^{i-1}+2M}{b_{i-1}}=M^{i-1}\Big[\frac{M}{b_i}-\frac{1}{b_{i-1}}\Big]-\frac{2M}{b_{i-1}}+\frac{a_i}{b_i}-\frac{a_{i-1}}{b_{i-1}},$$

由 (4) 及 M 为充分大常数知

$$\frac{a_i+M^i}{b_i} > \frac{a_{i-1}+M^{i-1}+2M}{b_{i-1}}, \quad 2 \le i \le \omega,$$

从而 $\chi_1 < \chi_2 < \cdots < \chi_\omega$. 从而取 $m_i = \frac{a_i+M^i+M}{b_i}$ 为中心， M 为半径的球，由定义 3.2 知定理成立.

4　例　子

设 $F(x) = (1+x_1, 2+x_3 \wedge (x_1 \vee 1+x_3), 3+x_2)^{\mathrm{T}}$; $G(u) = (3+u_1, 1+u_1 \wedge 4+u_2, u_2)^{\mathrm{T}}$; $H(x) = (1+x_1 \wedge (x_1 \vee 2+x_2), 3+x_3)^{\mathrm{T}}$, 则

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 2 \\ \varepsilon & 3 & \varepsilon \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & \varepsilon & \varepsilon \\ 0 & \varepsilon & 1 \\ \varepsilon & 3 & \varepsilon \end{pmatrix}; \quad B_1 = \begin{pmatrix} 3 & \varepsilon \\ 1 & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} 3 & \varepsilon \\ \varepsilon & 4 \\ \varepsilon & 0 \end{pmatrix};$$

$$C_1 = \begin{pmatrix} 1 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 3 \end{pmatrix}, \quad C_2 = \begin{pmatrix} 0 & 2 & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 3 \end{pmatrix}.$$

显然，该系统满足定理的条件： i) 显然； ii) 对色 $(r,s,1)$, $r=1,2$, $s=1,2$, v_2, v_3 对应的凝点到 v_1 对应的凝点没有此色的路．取

$$K = \begin{pmatrix} k_{11} & \varepsilon \\ \varepsilon & k_{22} \end{pmatrix},$$

其中 $k_{ii} \in [M^i, M^i+2M], i=1,2$, M 为充分大常数．易知 $K_l = [K,K,K]^{\mathrm{T}}$, 则

$$B_1 \odot K_l = B_1 K = \begin{pmatrix} 3+k_{11} & \varepsilon \\ 1+k_{11} & \varepsilon \\ \varepsilon & k_{22} \end{pmatrix}, \quad B_2 \odot K_l = B_2 K = \begin{pmatrix} 3+k_{11} & \varepsilon \\ \varepsilon & 4+k_{22} \\ \varepsilon & k_{22} \end{pmatrix}.$$

设

$$C_{e_1} = [C_1, C_1, C_1]^{\mathrm{T}}, \quad C_{e_2} = [C_1, C_1, C_2]^{\mathrm{T}}, \quad C_{e_3} = [C_1, C_2, C_1]^{\mathrm{T}}, \quad C_{e_4} = [C_1, C_2, C_2]^{\mathrm{T}},$$
$$C_{e_5} = [C_2, C_1, C_1]^{\mathrm{T}}, \quad C_{e_6} = [C_2, C_1, C_2]^{\mathrm{T}}, \quad C_{e_7} = [C_2, C_2, C_1]^{\mathrm{T}}, \quad C_{e_8} = [C_2, C_2, C_2]^{\mathrm{T}}.$$

则

$$(B_1 \odot K_l) \odot C_{e_1} = \begin{pmatrix} 4+k_{11} & \varepsilon & \varepsilon \\ 2+k_{11} & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 3+k_{22} \end{pmatrix},$$

$$A_1 \bigvee (B_1 \odot K_l) \odot C_{e_1} = \begin{pmatrix} 4+k_{11} & \varepsilon & \varepsilon \\ 2+k_{11} & \varepsilon & 2 \\ \varepsilon & 3 & 3+k_{22} \end{pmatrix};$$

设 μ_{i,j,e_k} 表示 $A_i \vee (B_j \odot K_l) \odot C_{e_k}$ 对应的连通分支的周期时间. 从而, $\mu_{1,1,e_1} = (4+k_{11}, 3+k_{22})$, 同理, $\mu_{1,1,e_2} = \mu_{1,1,e_3} = \mu_{1,1,e_4} = \mu_{2,1,e_1} = \mu_{2,1,e_2} = \mu_{2,1,e_3} = \mu_{2,1,e_4} = (4+k_{11}, 3+k_{22})$;

$$(B_1 \odot K_l) \odot C_{e_5} = \begin{pmatrix} 3+k_{11} & 5+k_{11} & \varepsilon \\ 2+k_{11} & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 3+k_{22} \end{pmatrix},$$

$$A_1 \bigvee (B_1 \odot K_l) \odot C_{e_5} = \begin{pmatrix} 3+k_{11} & 5+k_{11} & \varepsilon \\ 2+k_{11} & \varepsilon & 2 \\ \varepsilon & 3 & 3+k_{22} \end{pmatrix}.$$

从而, $\mu_{1,1,e_5} = (3+k_{22}, 3+k_{22})$. 同理,

$$\mu_{1,1,e_6} = \mu_{1,1,e_7} = \mu_{1,1,e_8} = \mu_{2,1,e_5} = \mu_{2,1,e_6} = \mu_{2,1,e_7} = \mu_{2,1,e_8}.$$

同理可得,

$$\mu_{1,2,e_1} = \mu_{1,2,e_2} = \mu_{1,2,e_3} = \mu_{1,2,e_4} = \mu_{2,2,e_1} = \mu_{2,2,e_2} = \mu_{2,2,e_3} = \mu_{2,2,e_4} = (4+k_{11}, 3+k_{22}),$$
$$\mu_{1,2,e_5} = \mu_{1,2,e_6} = \mu_{1,2,e_7} = \mu_{1,2,e_8} = \mu_{2,2,e_5} = \mu_{2,2,e_6} = \mu_{2,2,e_7} = \mu_{2,2,e_8} = (3+k_{22}, 3+k_{22}).$$

进而, 由引理 3.3 可知: $\chi = (4+k_{11}, 3+k_{22}, 3+k_{22})$. 由定义 3.2 知该系统能被输出反馈 K 独立周期时间配置.

参 考 文 献

[1] Olsder G J. Eigenvalues of dynamic max-min systems. *Discrete Event Dynamic Systems*, 1991, **1**: 177–207.

[2] Gunawardena J. Min-max functions. *Discrete Event Dynamic Systems*, 1994, **4**: 377–406.

[3] Gaubert S, Gunawardena J. The duality theorem for min-max functions. *C. R. Acad. Sci.*, 1998, **326**: 43–48.

[4] Chen W. Cycle time assignment of nonlinear discrete event dynamic systems. Proceedings of the Intelligent Systems and Control Conference, USA, 2000.

[5] 陈文德. 非线性 DEDS 的能达性. 控制理论与应用, 1999, **16**: 69–72.

[6] 陈文德. 非线性 DEDS 的周期时间配置与凝着色图. 控制与决策, 2003, **18**(5): 517–521.

[7] 陈文德, 陶跃钢. 非线性 DEDS 的能观能达性与着色图. 科学通报, 2000, **45**(22): 2457–2461.

[8] Chen W, Tao Y, Yu H. Cycle time assignment of min-max systems using a state feedback. Proc of IEEE. International Conference on Networking, Sensing and Control, Taibei, 2004.

[9] Tao Y, Chen W. Cycle time assignment of min-max systems. *Int. J. Control*, 2003, **76**(18): 1790–1799.

[10] Tao Y and Liu G. Sate feedback stabilization and majorizing achievement of min-max-plus systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, **50**(12): 2027–2033.

[11] 朱忠熏, 陈文德, 宁娣. 极小 - 极大 - 加系统 (F, G, H) 的能达能观性. 控制与决策, 2009, **24**(1): 121–123.

[12] Tao Y, Liu G. Cycle time assignability and feedback design for min-max-plus systems. Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference, Seville, Spain, 2005.

INDEPENDENT CYCLE TIME ASSIGNMENT VIA AN OUTPUT FEEDBACK FOR MIN-MAX-PLUS SYSTEMS

ZHU Zhongxun

(*Computer Science Department, Central China Normal University, Wuhan* 430079; *Applied Mathematics Institute, Department of Computer Science, South Central for Nationalities, Wuhan* 430074)

WEI Hongyun

(*Applied Mathematics Institute, Department of Computer Science, South Central for Nationalities, Wuhan* 430074)

TAO Yuegang

(*Laboratory of Complex System and Intelligence Science, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100190)

CHEN Wende

(*Institute of Systems Science, Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100190)

TAN Liansheng

(*Computer Science Department, Central China Normal University, Wuhan* 430079)

Abstract In digital circuit, that two time signals pass through and door of logical circuit is about equal to do max operation, and or door is min operation. The min-max-plus systems can be used to the time analysis of digital circuit. In this paper, we obtain a sufficient condition such that cycle time of the min-max-plus system (F, G, H) can be assigned independently by output feedback.

Key words DEDS, min-max-plus systems, max-plus algebra, output feedback, independent cycle time assignment.