

冻融与荷载耦合作用下岩石损伤模型的研究

张慧梅¹, 杨更社²

(1. 西安科技大学 力学系, 陕西 西安 710054; 2. 西安科技大学 建筑与土木工程学院, 陕西 西安 710054)

摘要: 针对寒区工程结构的冻融受荷岩石, 提出冻融损伤、受荷损伤与总损伤的概念, 拓展损伤变量的内涵; 以岩石的初始损伤状态为基准状态, 充分考虑岩石细观结构的非均匀性, 运用损伤力学理论及推广后的应变等价原理, 建立冻融受荷岩石损伤模型; 通过损伤变量及本构方程来描述岩石材料细观结构的损伤演化及其宏观损伤行为, 与岩石实际冻融破坏情况符合较好。研究表明: 寒区工程结构的受荷岩石, 其力学性能由冻融因子、荷载因子及其耦合效应所决定; 冻融与荷载的共同作用使岩石总损伤加剧, 并表现出明显的非线性特征, 而其耦合效应使总损伤有所弱化; 岩石的岩性和初始损伤状态确定各影响因素的权重, 表现出不同的损伤扩展特性; 相比之下, 砂岩对冻融循环更敏感, 而受荷损伤最终导致页岩破坏。

关键词: 岩石力学; 冻融受荷岩石; 耦合作用; 非均匀性; 损伤演化; 本构方程

中图分类号: TU 45

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2010)03 - 0471 - 06

RESEARCH ON DAMAGE MODEL OF ROCK UNDER COUPLING ACTION OF FREEZE-THAW AND LOAD

ZHANG Huimei¹, YANG Gengshe²

(1. Department of Mechanics, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an, Shaanxi 710054, China;

2. College of Architecture and Civil Engineering, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an, Shaanxi 710054, China)

Abstract: For freeze-thaw and loaded rock in engineering structures in cold regions, a damage variable is proposed with a new meaning, and three new conceptions are put forward, which are freeze-thaw damage, loaded damage and total damage. Defining the initial damage state as basic state, the damage model of freeze-thaw and loaded rock is established considering the heterogeneity of rock at mesoscopic level using damage mechanical theory and generalized principle of strain equality. The damage evolutions of meso-structure and macro-damage behaviors of rocks are described by damage variable and constitutive equation, which are in good agreement with the actual freeze-thaw breakage. It is shown that the mechanical properties of freeze-thaw and loaded rocks in engineering structures are determined by freeze-thaw, load and the coupling effects. The combined effect of freeze-thaw and load in the total damage of rock has obvious nonlinear properties, but the coupling effect will weaken the total damage. The weights of influence factors are determined by the lithology and initial damage states of the rocks, so the rock has different damage propagation characteristics. In comparison, sandstone is more sensitive to the freeze-thaw cycles, and load damage will lead to the destruction of shale eventually.

Key words: rock mechanics; freeze-thaw and loaded rock; coupling action; heterogeneity; damage evolution; constitutive equation

收稿日期: 2009 - 07 - 21; **修回日期:** 2010 - 01 - 18

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(40872177, 50974102); 陕西省自然科学基金项目(SJ08A21); 陕西省教育厅专项基金项目(08JK359)

作者简介: 张慧梅(1968 -), 女, 博士, 1990年毕业于西安公路交通大学工程力学系工程力学专业, 现任副教授, 主要从事岩土力学与固体力学方面的教学与研究工作。E-mail: zhanghuimei68@163.com

1 引言

寒区冻结岩体稳定性评价及冻融灾害防治是西部大开发中亟待解决的问题^[1, 2]。目前国内外学者在岩石冻融及损伤特性方面开展着一定的研究, 如: N. Matsuoka^[3]采用试验方法研究了岩石半浸在水中的冻融破坏过程; C. Park 等^[4~7]研究了岩石在低温及冻融条件下的力学特性及损伤劣化机制; 仵彦卿等^[8]对压缩条件下岩石密度损伤增量进行了 CT 观测; 葛修润等^[9~12]通过 CT 试验分析了岩石细观损伤扩展规律和损伤破坏特性。可以看出, 目前对岩石冻融方面的研究, 主要集中在试验层面上, 研究在温度效应、冻融循环等自然条件下岩石基本性质及冻融破坏特性, 涉及冻融损伤模型的研究还不多见; 对岩石损伤扩展特性的研究, 多数集中在外荷载作用条件下, 涉及温度效应、冻融循环条件下岩体损伤扩展特性的研究不多, 且多数研究都是从材料细观角度进行的。

然而, 影响寒区岩体稳定性的因素很多, 例如冻融循环、荷载作用及化学侵蚀等, 或者是这些因素的组合。岩体结构的破坏往往是各种物理、力学和环境的原因及其他影响因素交互促进引起的。实际工程中的岩体一般都受到 2 种或 2 种以上损伤因子的共同作用。因此, 根据单损伤因子作用来研究分析岩体结构的稳定性往往不能反映实际工程情况。

岩石经历一定冻融循环次数后, 微缺陷不断产生、扩展, 导致岩石内部出现冻融损伤, 岩石在冻融循环条件下的受荷损伤, 就可以等效为岩石在 2 种加载下的损伤。本文以寒区岩体工程为背景, 考虑冻融与荷载的耦合作用, 通过探索材料内部发生在细观层次上的损伤形态和演化过程, 建立冻融受荷岩石损伤模型, 描述损伤的宏观表现及其对材料力学性能的影响。重点探讨了冻融循环次数和应变对损伤扩展特性的影响, 预测冻融受荷岩石破坏发展规律, 并通过岩石冻融循环压缩试验结果验证模型。

2 冻融受荷岩石损伤本构关系

根据 Lemaitre 教授提出的应变等价原理: 全应力 σ 作用在受损材料上引起的应变与有效应力 σ' 作用在无损材料上引起的应变等价, 即

$$\varepsilon = \sigma / E' = \sigma' / E \tag{1}$$

式中: E , E' 分别为无损材料和受损材料的弹性模量。

由于大多数岩石都带有初始损伤, 真正密实无损岩石弹性模量的测定在实际中困难较大。张全胜等^[13]将岩石的初始损伤状态定义为基准损伤状态, 提出推广后的应变等价原理: 材料受到力 F 的作用, 损伤产生扩展, 任取其中的 2 种损伤状态, 则材料在第一种损伤状态下的有效应力作用于第二种损伤状态引起的应变等价于材料在第二种损伤状态下的有效应力作用于第一种损伤状态引起的应变, 则有

$$\sigma^1 A^1 = \sigma^2 A^2 \tag{2}$$

式中: σ^1 , A^1 , σ^2 , A^2 分别表示第一、二种损伤状态下的有效应力和有效承载面积。2 种状态的应变为

$$\varepsilon = \sigma^1 / E^2 = \sigma^2 / E^1 \tag{3}$$

式中: E^1 , E^2 分别表示第一、二种损伤状态下的弹性模量。式(3)即为用公式表示的推广后的应变等价原理。

根据推广后的应变等价原理, 不妨将岩石的基准损伤状态作为第一种损伤状态, 冻融损伤后的状态作为第二种损伤状态, 则

$$\sigma_0 A_0 = \sigma_n A_n \tag{4}$$

$$D_n = \frac{A_0 - A_n}{A_0} \tag{5}$$

式中: σ_0 , A_0 和 σ_n , A_n 分别为基准损伤状态及冻融损伤状态的有效应力和有效承载面积; D_n 为冻融损伤变量(下标 n 为冻融循环次数)。将式(4), (5)联立可得

$$\sigma_n = \sigma_0 / (1 - D_n) \tag{6}$$

由推广后的应变等价原理可得

$$\varepsilon = \sigma_0 / E_n = \sigma_n / E_0 \tag{7}$$

式中: E_0 , E_n 分别为基准损伤状态和冻融损伤状态的弹性模量。将式(6), (7)联立可得这 2 个弹性模量的关系式及岩石材料内部冻融损伤本构关系分别为

$$E_n = E_0 (1 - D_n) \tag{8}$$

$$\sigma_n = E_0 (1 - D_n) \varepsilon_n \tag{9}$$

将冻融损伤后的状态作为第一种损伤状态, 冻融受荷引起的总损伤状态作为第二种损伤状态, 再

次应用推广后的应变等价原理可得材料内部冻融受荷损伤本构关系为

$$\sigma = E_n(1 - D)\varepsilon \quad (10)$$

式中: D 为受荷损伤变量。

由式(8), (10)可得用冻融和受荷损伤变量表示的岩石冻融受荷应力 - 应变关系为

$$\sigma = E_0(1 - D_m)\varepsilon \quad (11)$$

其中,

$$D_m = D + D_n - DD_n \quad (12)$$

式中: D_m 为岩石冻融受荷总损伤变量。

本构关系式(11)区分无损状态与岩石的初始损伤状态, 以岩石的初始损伤状态为基准状态。基准弹性模量 E_0 相对容易测得, 避开了传统本构方程中要求的真正密实无损岩石的弹性模量。

式(12)表明, 冻融与荷载的共同作用使岩石总损伤加剧, 并表现出明显的非线性特征。冻融损伤的本质是作用在矿物颗粒及岩石微孔隙间的冻胀力与渗透力, 荷载的作用使岩石晶粒产生滑移与错动, 由此诱发的损伤与冻融损伤相互耦合、相互影响, 必将带来岩石力学特性的变化。冻融与荷载的耦合效应使总损伤有所弱化, 式(12)中 DD_n 表示耦合项。

此处不涉及微损伤的具体机制而表现地把材料强度的相对降低量定义为总损伤 D_m , 但关键还在于找到损伤演化如何依赖于本构状态变量的函数关系, 即损伤演化规律。

3 冻融受荷岩石损伤演化方程

在冻融循环和荷载的作用下, 岩石的损伤引起材料微结构的变化和受力性能的劣化, 因此可以从微观和宏观 2 个方面选择度量材料内部损伤的基准。

根据宏观唯象损伤力学概念, 岩石宏观物理性能的响应能够代表材料内部的劣化程度。材料的弹性模量在冻融循环过程中更便于分析和测量, 由式(8)可将岩石冻融损伤变量表示为

$$D_n = 1 - \frac{E_n}{E_0} \quad (13)$$

损伤参量是材料内部不可逆的细观结构变化在宏观上的描述。基于岩石内部细观结构的非均质性, 组成材料的各基元体力学性质的分布是概率性的。既然材料的损伤程度与各基元体所包含的缺陷有

关, 这些缺陷直接影响着基元体的强度, 因此受荷损伤参量 D 与基元体破坏的统计分布密度之间存在如下关系:

$$dD / d\varepsilon = \varphi(\varepsilon) \quad (14)$$

式中: $\varphi(\varepsilon)$ 为岩石在加载过程中基元体损伤率的一种度量, 它虽然从宏观上反映了岩石的损伤程度。但从微观来说, 基元体只有不破坏和破坏 2 种状态, 基元体破坏的积累导致了岩石的宏观性能劣化^[14]。用双参数的 Weibull 分布表示岩石基元体强度的统计分布, 根据应力 - 应变关系的几何条件^[15], 由式(14)可得到受荷岩石的损伤演化方程为

$$D = \int_0^\varepsilon \varphi(x) dx = 1 - e^{-\frac{1}{m} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_f} \right)^m} \quad (15)$$

式中: ε_f 为应力峰值 σ_f 所对应的应变值; m 为表征材料损伤演化特征的材料参数, $m = 1 / \ln \left(\frac{E_0 \varepsilon_f}{\sigma_f} \right)$ 。

由式(12), (13)及(15)可得到以冻融循环次数和应变为损伤演化控制变量的总损伤演化方程为

$$D_m = 1 - \frac{E_n}{E_0} e^{-\frac{1}{m} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_f} \right)^m} \quad (16)$$

由式(16)可知, 当仅考虑冻融损伤时, 受荷应变 $\varepsilon = 0$, 此时 $D_m = D_n$; 当仅考虑受荷损伤时, $E_0 = E_n$, 此时 $D_m = D$ 。

当冻融次数和应变变化时, 由式(16)可得岩石总损伤演化率的方程为

$$\dot{D}_m = (1 - D_n) \frac{\partial D}{\partial \varepsilon} + (1 - D) \frac{\partial D_n}{\partial n} \quad (17)$$

式(17)表明, 岩石冻融受荷总损伤沿着冻融和应变 2 条演化途径变化, 反映了冻融循环次数和应变对材料损伤扩展相互耦合、相互影响的特性, 可较为真实地揭示冻岩材料损伤力学行为及损伤扩展规律。

将式(16)代入式(11), 则对不同冻融次数下受荷岩石应力与应变的变化规律, 得到统一的损伤本构关系为

$$\sigma = E_n e^{-\frac{1}{m} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_f} \right)^m} \varepsilon \quad (18)$$

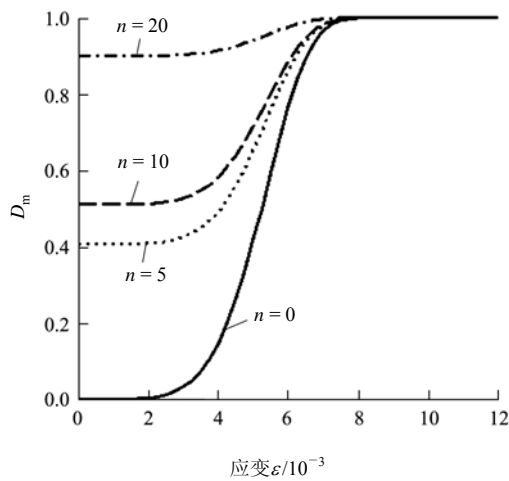
从上面的推导可以看出, 冻结岩石受荷后任意点的应力与不同冻融次数后的弹性模量、极限强度、应变峰值及该点的应变有关; 冻岩的损伤形状参数

m 反映了岩石破坏过程中塑性与损伤的耦合关系，对岩石变形的非线性行为起决定性作用。

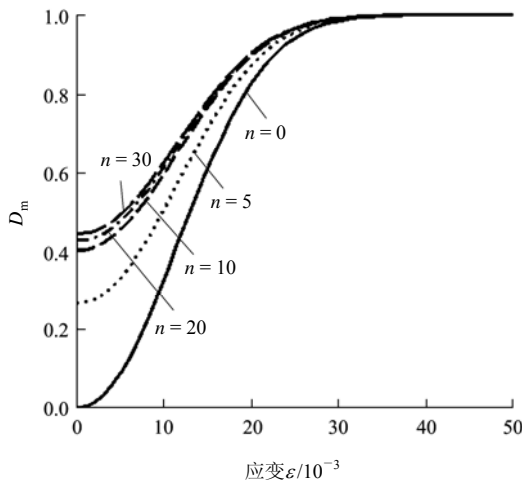
4 计算实例与模型验证

图 1(a), (b) 是利用徐光苗和刘泉声^[6]提供的实测参数，图 1(c) 是利用作者得到的实测参数，再由式(16) 计算得到的江西红砂岩和湖北页岩冻融受荷损伤模型演化曲线。

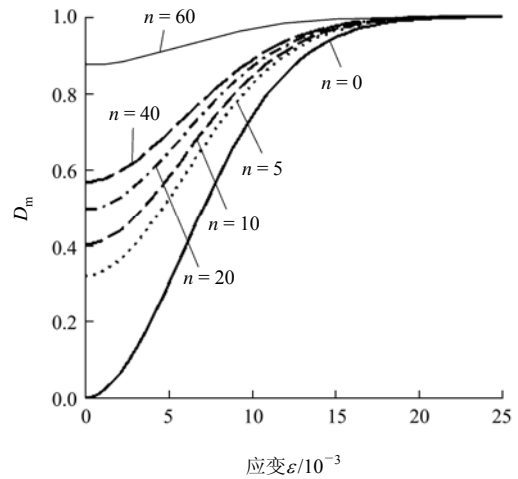
为进一步验证损伤模型，将陕西红砂岩加工成 $\phi 50 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$ 的圆柱形试样，饱水后进行冻融循环试验，并对经历不同冻融循环次数后的岩样进行单轴压缩。试验设备为美国产快速冻融试验机 and 微机控制低温电子万能试验机，冻融循环温度变化范围为 $-20 \text{ }^\circ\text{C} \sim +20 \text{ }^\circ\text{C}$ ，试验中采用的应变速率为 0.5 mm/min 。3 种岩石的力学参数见表 1。



(a) 江西红砂岩



(b) 湖北页岩



(c) 陕西红砂岩

图 1 冻融受荷损伤模型演化曲线

Fig.1 Evolution curves of freeze-thaw and loaded damage model

表 1 岩石力学参数

Table 1 Mechanical parameters of rocks

岩性	ϵ_f	E_0/GPa	E_3/GPa	E_{10}/GPa	E_{20}/GPa	E_{30}/GPa	E_{40}/GPa	E_{60}/GPa
江西红砂岩	0.004 1	7.95	4.72	3.88	0.79	-	-	-
陕西红砂岩	0.006 1	2.19	1.49	1.31	1.11	-	0.95	0.27
湖北页岩	0.010 8	4.87	3.57	2.91	2.79	2.71	-	-

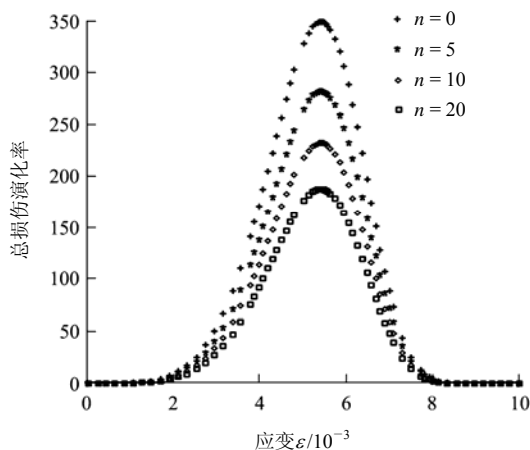
从图 1 可以看出，2 种红砂岩的冻融损伤劣化程度随着冻融循环次数的增大而增大，尤其是在有无冻融循环的条件下，损伤程度差异显著。江西红砂岩经历 20 次冻融循环后，应变不足 6‰ 时，损伤变量近乎为 1，陕西红砂岩经历 60 次冻融循环后，应变约 8‰ 时，损伤变量近乎为 1，表明此时红砂岩主要由于冻融影响接近崩解，其冻融耐久性较差。而湖北页岩在 10 次冻融循环内，损伤随冻融循环次数的增大逐渐增大，强度有所降低，但在 10~30 次之间，损伤变量变化不大，冻融损伤趋于恒定，表明页岩在冻融循环达到一定次数后其力学性质趋于稳定。

相同冻融次数下，2 种红砂岩和页岩的损伤随应变的增加而增加。冻融前的岩石在受荷的初始阶段为损伤弱化阶段，岩石微孔隙、微裂纹逐渐闭合，密度增大，强度提高；之后岩石处于线性阶段，当变形达到一定程度后，岩石损伤开始演化、稳定扩展，直至损伤加速发展，损伤变量趋于 1，伴随着岩石内部微裂纹萌生、扩展、汇合贯通，出现宏观

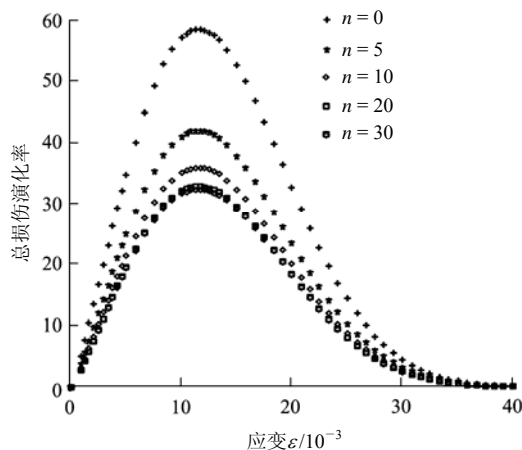
裂纹的过程, 最后岩石强度达到峰值, 产生破坏。随着冻融循环次数的增大, 2 种岩石的压密段逐渐增大, 且红砂岩的压密段明显于页岩。这主要是因为红砂岩的损伤孔隙率较高, 初始损伤程度较大, 饱水后, 水充满损伤孔隙, 且在每次冻融之后, 由于冰的冻胀融缩及水分迁移造成岩石内部微孔隙不断增大的结果。

相同损伤程度时, 随着冻融循环次数的增加, 2 种岩石的应变值减小。不同冻融次数条件下, 页岩损伤变量趋于 1 时的应变值非常接近, 说明冻融次数对其强度极限影响不大, 受荷损伤最终导致页岩破坏, 而砂岩以冻融损伤为主。

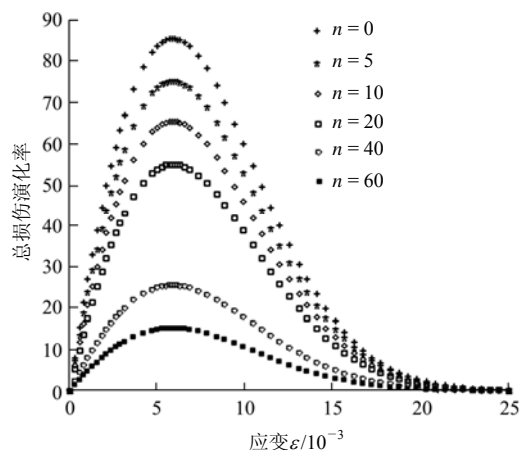
图 2(a), (b)是利用徐光苗和刘泉声^[6]提供的实测参数, 图 2(c)是利用作者试验得到的实测参数, 再由式(13), (15)及(17)计算得到的 3 种岩石总损伤率演化曲线, 式(19), (20)及(21)分别为式(17)中 3 种岩石的冻融损伤演化方程, 由冻融循环试验数据所拟合。



(a) 江西红砂岩



(b) 湖北页岩



(c) 陕西红砂岩

图 2 总损伤演化率演化与应变 ε 关系

Fig.2 Relation between total damage ratio and strain ε

对于江西红砂岩, 有

$$D(n) = 0.038 + 0.042n - 9.88 \times 10^{-4} n^2 \quad (19)$$

对于湖北页岩, 有

$$D(n) = 0.445 - 0.447e^{-0.198n} \quad (20)$$

对于陕西红砂岩, 有

$$D(n) = 0.043 + 0.025n - 1.89 \times 10^{-4} n^2 \quad (21)$$

图 2 显示: 冻融循环次数不影响损伤率的变化趋势, 只影响其数值大小。相同应变条件下, 随着冻融循环次数的增加, 2 种红砂岩损伤演化率逐渐降低, 损伤率曲线峰后下降段变缓, 表明红砂岩的塑性不断增大, 而页岩在 10 次冻融循环内, 损伤率随冻融次数的增大而减小, 塑性有所提高, 但在 10 次冻融之后, 损伤演化率趋于恒定。

相同冻融次数下, 随着应变的增加, 3 种岩石的损伤率呈增加趋势, 至峰值后逐渐减小。在变形初期, 试件内伴随着小量基元体的破坏, 这些基元体的强度较低; 在变形后期, 试件仍有强度极大的基元体继续经受着变形和破坏; 只有在变形中期(也就是强度平均值附近), 试件内的基元体破坏量最大, 宏观的破坏在此阶段显现最明显。图 3 中总损伤演化率曲线下方的面积正好反映了损伤参量 D_m 值的大小。相同冻融循环次数下, 江西红砂岩损伤率曲线峰后下降段较陕西红砂岩和页岩陡, 说明江西红砂岩的脆性大。

根据本文冻融受荷损伤模型所预测的 3 种岩石的力学性质与损伤扩展规律, 与徐光苗和刘泉声^[6]及作者的试验现象及分析结论非常符合, 与岩石损伤特性相一致, 说明本文提出的描述冻融受荷岩石

的损伤演化模型合理可行。

5 结 论

(1) 岩石在经历一定冻融循环次数后, 等效于先进行了一级加载, 在岩石内部出现了冻融损伤; 寒区工程结构岩石在冻融循环条件下的受荷损伤, 就可以等效为岩石在 2 级加载下的损伤。损伤演化的过程是一个从随机分布的细观缺陷到宏观损伤的跨尺度的非线性演化过程。用冻融受荷数学模型可表征岩石中冻融、荷载及损伤之间复杂的作用关系, 既能考虑岩石材料的低温环境效应, 又能考虑其力学特性, 并可揭示细观损伤状态与宏观力学响应之间的主要关联, 描述岩石材料的宏观损伤行为。

(2) 冻融与荷载的共同作用使岩石总损伤加剧, 冻融作用产生的冻胀力与渗透力导致岩石内部出现局部损伤, 而岩石晶粒在荷载作用下产生的滑移与错动, 使岩体局部损伤应力提高, 微裂纹扩展、汇合及贯通。冻融损伤提高了缺陷的相对密度, 使受荷位错运动受阻; 同时荷载作用下岩石晶粒的滑移与错动在一定程度上限制了孔隙水成冰发生的膨胀, 缓减了矿物颗粒及微孔隙间的冻胀力, 表现为冻融与荷载的耦合效应使总损伤有所弱化。

(3) 岩石类固体的损伤破坏行为显著地表现出对细观结构非均质的敏感性, 材料内部初始的细观差异经过损伤的非线性演化, 进而表现出终态的宏观差异。红砂岩主要由于冻融损伤而崩解, 而受荷损伤最终导致页岩破坏。随着冻融循环次数的增加, 红砂岩的塑性不断增大, 而页岩开始时塑性有所提高, 但在 10 次冻融之后趋于恒定。江西红砂岩的脆性大于陕西红砂岩和页岩。

参考文献(References):

[1] 吴紫汪, 刘永智. 冻土地基与工程建筑[M]. 北京: 海洋出版社, 2005. (WU Ziwan, LIU Yongzhi. Frozen soil foundation and architectural projects[M]. Beijing: China Ocean Press, 2005.(in Chinese))

[2] 李 宁, 程国栋, 谢定义. 西部大开发中的岩土力学问题[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(3): 268 - 272.(LI Ning, CHENG Guodong, XIE Dingyi. Geomechanics development in civil construction in Western China[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(3): 268 - 272.(in Chinese))

[3] MATSUOKA N. Mechanics of rock breakdown by frost action: an experimental approach[J]. Cold Regions Science and Technology, 1990, 17(3): 253 - 270.

[4] PARK C, SYNN J H, SHIN H S, et al. Experimental study of the thermal characteristics of rock at low temperatures[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, 41(3): 81 - 86.

[5] 徐光苗, 刘泉声. 低温作用下岩石基本力学性质试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(12): 2 502 - 2 508.(XU Guangmiao,

LIU Quansheng. Experimental study of basic mechanical behaviors of rocks at low temperatures[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(12): 2 502 - 2 508.(in Chinese))

[6] 徐光苗, 刘泉声. 岩石冻融破坏机制分析及冻融力学试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(17): 3 076 - 3 082.(XU Guangmiao, LIU Quansheng. Analysis of mechanism of rock failure due to freeze-thaw cycling and mechanical testing study of frozen-thawed rocks[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(17): 3 076 - 3 082.(in Chinese))

[7] 张继周, 缪林昌, 杨振峰. 冻融条件下岩石损伤劣化机制和力学特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(8): 1 688 - 1 694. (ZHANG Jizhou, MIAO Linchang, YANG Zhenfeng. Research on rock degradation and deterioration mechanisms and mechanical characteristics under cyclic freezing-thawing[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(8): 1 688 - 1 694.(in Chinese))

[8] 作彦卿, 丁卫华, 蒲毅彬. 压缩条件下岩石密度损伤增量的 CT 动态观测[J]. 自然科学进展, 2000, 9(3): 830 - 835.(WU Yanqing, DING Weihua, PU Yibin. CT dynamic observation of rock density damage increment under compress[J]. Progress in Natural Science, 2000, 9(3): 830 - 835.(in Chinese))

[9] 葛修润, 任建喜, 蒲毅彬. 岩石细观损伤扩展规律的 CT 实时试验[J]. 中国科学(E 辑), 2000, 30(2): 104 - 111.(GE Xiurun, REN Jianxi, PU Yibin. Real-time CT test of meso-damage propagation law of rock[J]. Science in China(Series E), 2000, 30(2): 104 - 111.(in Chinese))

[10] 任建喜, 冯晓光, 刘 慧. 三轴压缩单一裂隙砂岩细观损伤破坏特性 CT 分析[J]. 西安科技大学学报, 2009, 29(3): 300 - 306.(REN Jianxi, FENG Xiaoguang, LIU Hui. CT testing on meso-damage propagation mechanism of cracked-sandstone sample under triaxial compression loading[J]. Journal of Xi'an University of Science and Technology, 2009, 29(3): 300 - 306.(in Chinese))

[11] 李树春, 许 江, 杨春和, 等. 循环荷载下岩石损伤的 CT 细观试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(8): 1 604 - 1 609.(LI Shuchun, XU Jiang, YANG Chunhe, et al. Study of CT meso-experiment of rock damage under cyclic load[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(8): 1 604 - 1 609.(in Chinese))

[12] 杨更社, 张全胜, 薄毅彬. 冻融条件下岩石损伤扩展特性研究[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(6): 838 - 842.(YANG Gengshe, ZHANG Quansheng, PU Yibin. A study of the damage propagation characteristics of rock under the frost and thaw condition[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(6): 838 - 842.(in Chinese))

[13] 张全胜, 杨更社, 任建喜. 岩石损伤变量及本构方程的新探讨[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(1): 30 - 34.(ZHANG Quansheng, YANG Gengshe, REN Jianxi. New study of damage variable and constitutive equation of rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(1): 30 - 34.(in Chinese))

[14] 杨天鸿, 屠晓利, 於 斌, 等. 岩石破裂与渗流耦合过程细观力学模型[J]. 固体力学学报, 2005, 26(3): 333 - 337.(YANG Tianhong, TU Xiaoli, YU Bin, et al. A micro-mechanical model for simulating the coupling of fracture and flow of rock[J]. Acta Mechanica Sinica, 2005, 26(3): 333 - 337.(in Chinese))

[15] 宁建国, 朱志武. 含损伤的冻土本构模型及耦合问题数值分析[J]. 力学学报, 2007, 39(1): 70 - 76.(NING Jianguo, ZHU Zhiwu. Constitutive model of frozen soil with damage and numerical simulation of the coupled problem[J]. Acta Mechanica Sinica, 2007, 39(1): 70 - 76.(in Chinese))