

高应力下岩石非线性强度特性的试验验证

汪 斌¹, 朱杰兵¹, 邬爱清¹, 刘小红^{1,2}

(1. 长江科学院 水利部岩土力学与工程重点实验室, 湖北 武汉 430010; 2. 中国地质大学 工程学院, 湖北 武汉 430074)

摘要: 深埋工程岩体开挖后围岩的强度特性表现出明显的非线性特征。基于室内岩石三轴加载及卸荷力学试验成果, 对高应力下岩石的非线性强度特性予以验证, 并开展高应力下应力路径对强度参数影响规律研究。采用已有的二次抛物线型、双曲线型、幂函数型等型式的包络线来研究强度特征的非线性, 结果表明, 幂函数型 Mohr 准则能够作为在高应力加载和卸荷应力路径下的岩石破坏的强度判据。在低围压下(<10 MPa), 三轴卸围压破坏强度要小于常规三轴强度; 而在高围压下, 前者略高于后者。内摩擦角的正切值与等效法向应力的函数关系表明岩样的实际内摩擦角并不是一个不变值, 具有幂函数关系的非线性特征, 在低应力下卸载破坏内摩擦角要比常规三轴压缩剪切内摩擦角略大, 在高应力下则相反; 根据 Mohr 准则中内摩擦角与理论破裂角之间的关系, 随着应力增加它们的破裂角均呈非线性衰减并趋向 $\pi/4$ 。

关键词: 岩石力学; 深部岩体; 非线性强度特性; 强度参数; 内摩擦角; 破裂角

中图分类号: TU 45

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2010)03 - 0542 - 07

EXPERIMENTAL VALIDATION OF NONLINEAR STRENGTH PROPERTY OF ROCK UNDER HIGH GEOSTRESS

WANG Bin¹, ZHU Jiebing¹, WU Aiqing¹, LIU Xiaohong^{1,2}

(1. Key Laboratory of Geotechnical and Engineering of Ministry of Water Resources, Yangtze River Scientific Research Institute, Wuhan, Hubei 430010, China; 2. Faculty of Engineering, China University of Geosciences, Wuhan, Hubei 430074, China)

Abstract: The strength characteristics of deep rock mass exhibit distinctly nonlinear response to excavation. Based on triaxial compressive tests and unloading confining pressure tests results under high stress in laboratory, the behaving nonlinear strength property is validated. Moreover, the nonlinear strength parameters' change laws by loading and unloading paths of rock failure are brought into research. The quadratic parabola, hypobola, and power types of envelope functions are employed to present nonlinear strength characteristics; and the results reveal that the power type of Mohr criterion can favourably describe the strength property of rock under high geostress in loading path as well as unloading path. The triaxial unloading failure strength is usually less than that under triaxial compressive strength at low stress level, and reversed at higher stress level. According to relationship of internal friction angle with equivalent normal stress, the intrinsic friction angle is not constant, which takes on power functional type of nonlinear characteristics and attenuates gradually to angle of $\pi/4$.

Key words: rock mechanics; deep rock mass; nonlinear strength property; strength parameters; internal friction angle; fractured angle

收稿日期: 2009 - 08 - 10; **修回日期:** 2009 - 10 - 26

基金项目: 国家自然科学基金雅砻江联合基金项目(50639090); 国家自然科学基金面上项目(40872192); 十一五科技支撑项目(2008BAC47B01 - 5); 长江科学院中央级公益性科研院所基本科研业务费项目(YWF0910)

作者简介: 汪 斌(1977 -), 男, 博士, 2001年毕业于中国地质大学(武汉)岩土工程系地质工程专业, 现任工程师, 主要从事岩体力学特性方面的研究工作。E-mail: cugwangbin@163.com

1 引言

随着我国经济建设的蓬勃发展,在水电、矿山、交通等领域需修建的深部地下工程日趋增多。在水电领域,大埋深的地下洞室日趋增多,例如锦屏二级引水隧洞单洞长 16.6 km,最大埋深达 2 525 m,实测最大地应力达 42 MPa;又如,规划中的南水北调西线一期工程总长 260 km,其中隧道总长就有 244 km,单段最长约 70 km,最大埋深约 1 200 m,实测最大地应力超过 30 MPa。在矿山领域,我国也已进入深部开采阶段,如抚顺红透山铜矿采深 900~1 100 m,冬瓜山铜矿采深 1 000 m 等,最大地应力一般亦在 25 MPa 以上。由于这些工程岩体赋存在高地应力环境中,无论是远离洞室围岩体还是近场围岩的力学响应表现出与浅部岩体根本的差异,其强度具有明显的非线性特征^[1~4]。

在低应力(<10 MPa)下,一般采用 Coulomb-Navier 准则来计算岩石破坏强度,破裂面与最大主应力作用面的夹角为 $45^\circ+\varphi/2$ 。但高应力时,岩石极限破坏包络线就变为曲线,岩石在不同应力状态下的破坏应力圆与强度曲线相切时,其对应的破裂角不再是常数,而是一个连续变化的值,岩石强度明显增强且存在非线性。而且,高地应力水平下,因开挖卸荷使洞室周边岩石从三维应力状态转为二维应力状态,应力衰减梯度大,导致近场围岩的承载能力也随应力状态的改变而不同。

有关岩石强度的研究,莫尔-库仑(Mohr-Coulomb)准则在低法向应力下广泛采用。随着试验技术的发展以及考虑中间主应力的影响等,格里菲斯(Griffith)准则、霍克-布朗(Hoek-Brown)经验准则、Drucker-Prager 准则、Misses 准则以及俞茂宏提出的双剪强度准则等均在岩土工程中得到不同程度的应用^[5~11]。

莫尔准则认为:材料在极限状态下,剪切面上的剪应力达到了随法向应力和材料性质而定的极限值。也就是说,当材料中可能滑动面上一点的剪应力超过该面上的剪切强度时,该点就发生剪切破坏,滑动面上的剪切强度 τ 是该面上法向应力的函数,即 $\tau = f(\sigma)$ 。

本文基于室内岩石高应力三轴压缩及三轴卸荷力学试验,重点研究锦屏砂岩在高应力条件下的三轴压缩强度及峰前卸围压强度特性,建立岩石卸载

条件下幂函数型 Mohr 准则,以反映砂岩卸载过程中强度参数的变化,其研究成果可为引水隧洞的工程稳定性分析提供理论依据。

2 几种常见非线性 Mohr 准则

2.1 双参数抛物线型 Mohr 准则

Mohr 包络线具体表达式,可根据试验结果采用数值法及配线法求得。目前,已提出的包络线型式有:斜直线型、二次抛物线型、双曲线型等。在岩土工程领域,许多与强度有关的理论都采用了 Mohr-Coulomb 强度理论:许多研究者都以轴对称三轴压缩试验结果拟合岩石 Mohr 破坏包络线,修正的 Mohr-Coulomb 强度理论有抛物线型和双曲线型。双参数抛物线型 Mohr 准则,正应力可表示为

$$\sigma = a\tau^2 + b \quad (1)$$

式中: σ 为压应力; τ 为剪应力; a, b 均为常数。

以 R_c 代表单轴抗压强度; R_t 代表单轴抗拉强度,其参数求解为

$$\left. \begin{aligned} b &= -R_t \\ a &= \left(\frac{1 + \sqrt{m+1}}{m} \right)^2 \frac{1}{R_t} \\ m &= \frac{R_c}{R_t} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

根据赵彭年等^[12, 13]对主应力空间强度准则的推导,得到主应力空间强度准则为

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_1 - \sigma_3)^2 &= \frac{2}{a}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{4R_t}{a} - \frac{1}{a^2} \left(\sigma_1 > -R_t + \frac{1}{a} \right) \\ \sigma_3 &= -R_t \left(\sigma_1 \leq -R_t + \frac{1}{a} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式(3)即为双参数抛物线型 Mohr 准则主应力之间关系式,在 $\sigma_1 - \sigma_3$ 平面上曲线关系由一直线和一条半开区间的抛物线光滑连接,并且在应力点(σ_1, R_t)连续可导。

2.2 双曲线型 Mohr 准则

同样以 R_c 代表单轴抗压强度, R_t 代表单轴抗拉强度,则双曲线型 Mohr 准则表示为

$$\tau^2 = \frac{1}{4}(\sigma + R_t)^2 \left(\frac{R_c}{R_t} - 3 \right) + (\sigma + R_t)R_t \quad (4)$$

其内摩擦角 φ 为

$$\tan \varphi = \frac{1}{2} \left(\frac{R_c}{R_t} - 3 \right)^{1/2} \quad (5)$$

2.3 幂函数型 Mohr 准则

采用的幂函数型 Mohr 准则表达式为

$$\tau = e\sigma^f + c \quad (6)$$

式中: e, f 均为参数; c 为黏聚力。

若令 $f=1, e = \tan \varphi, \varphi$ 为内摩擦角, 则式(6)变为线性 Mohr 准则^[14]。与抛物线型强度准则相比, 该方程不存在拉力象限, 因此, 不能描述有张应力状态下的强度判据。

3 非线性强度准则的验证

3.1 试验验证

岩石在高应力下的三轴压缩强度及卸围压破坏强度满足怎样的非线性特性, 室内试验结果能否体现非线性, 加载与卸载的强度特性有何差异等问题都是需要证实澄清的。

为探索并验证深埋岩石的力学特性, 所有试验基于 MTS815.03 型岩石伺服刚性试验系统。试验前对锦屏二级电站交通辅助洞 T₃ 组砂岩、T₁ 组绿片岩以及 T_{2b} 组大理岩加工成 $\phi 50 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$ 标准岩样, 首先选取相对均质试件在不同围压下进行全过程三轴压缩试验。图 1 为砂岩和绿片岩不同围压下偏应力 - 应变曲线, 随着围压增大, 砂岩由脆性向延性转化, 岩石残余强度同样具有围压效应; 变形特性方面, 其弹性模量随着围压增加均有所增加。将锦屏 T_{2b} 大理岩在不同围压(由低应力水平、中应力水平及高应力水平)下的三轴试验结果整理成如图 2 所示 Mohr 圆及其切线簇, 可知不同围压段内的近似线性强度包络线差异很大, 说明包络线上的切点斜率是一个连续变化的曲线, 3 个应力水平段上的剪切强度参数回归结果见表 1。图 3 为对应砂岩和绿片岩的三轴压缩破坏时对应强度曲线, 结果表明在低应力水平下强度准则基本上呈线性关系; 而在较高应力状态下其强度随围压增大而增大的趋势有所减缓, 其中砂岩在围压为其单轴抗压强度值附近表现出脆延性转化特征。

同样, 为了探索卸荷破坏条件下的强度特征是否也具有非线性, 同时使结果更具有可比性及规律性, 选取锦屏水电站 3 种代表性岩性中相对均质完整的砂岩作为研究对象, 开展卸围压三轴破坏试验, 记录破坏时刻对应的围压及偏应力, 得到如图 4 所

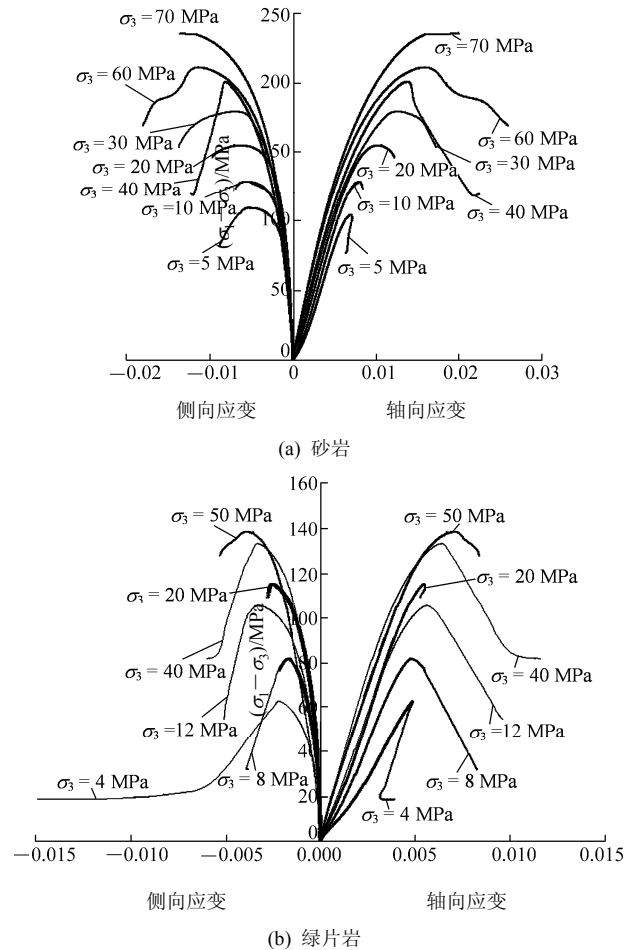


图 1 不同围压下偏应力 - 应变曲线

Fig.1 Deviatoric stress-strain curves under different confining pressures

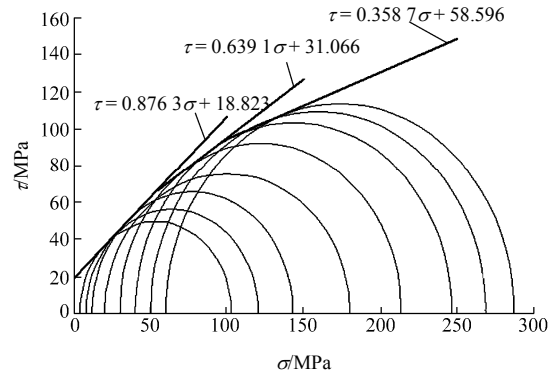


图 2 大理岩在不同围压水平下的 Mohr 圆

Fig.2 Mohr circles of marble samples under different confining pressures

表 1 大理岩不同围压水平下的强度参数

Table 1 Strength parameters of marble samples under different confining pressures

围压/MPa	φ (°)	c /MPa
0~12	41.2	18.8
10~40	32.6	31.1
40~70	19.7	58.6

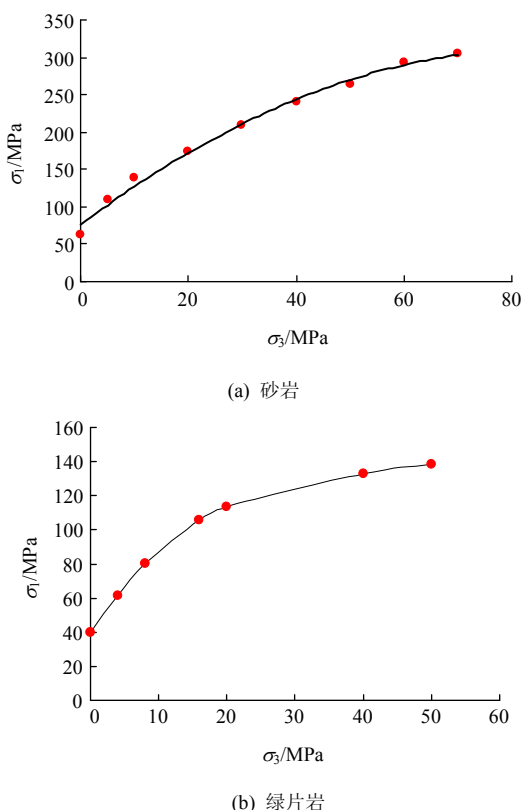


图 3 三轴压缩破坏时对应强度曲线

Fig.3 Strength curves under different confining pressures

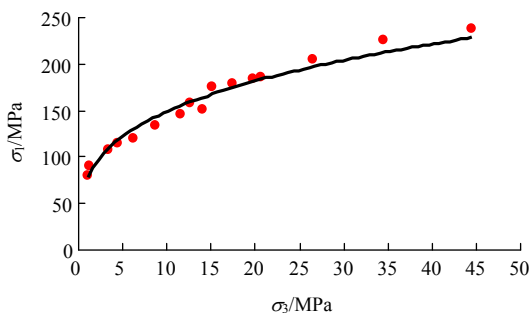


图 4 卸围压砂岩破坏时对应强度值

Fig.4 Curve of strengths of sandstone while unloading confining pressure

示的砂岩破坏时对应强度值。与加载强度准则曲线不同, 图 2 所示强度曲线在低应力水平下就呈现出非线性关系, 说明对于同一类型的岩石, 在低侧限条件下, 岩石的卸荷强度受应力路径等因素影响较大, 由于应力路径的不同及岩石的内部结构的差异导致了岩石内部裂隙和矿物的变形及破坏方式的差异。

3.2 强度准则的选取

大多数的岩石强度曲线是各种类型的曲线, 随着围压的增加, 破坏角发生变化。为了选择合适的非线性 Mohr 准则来描述以上不同试验条件下的强度特性, 本文对砂岩三轴试验结果分别采用抛物线

型、双曲线型以及幂函数型 Mohr 准则进行研究。不仅要使得强度曲线拟合相关性好, 还要求参数回归结果合理可信。如图 5 所示, 若只为追求回归的拟合性而单纯回归抛物线屈服准则为

$$\sigma = 0.0125\tau^2 - 0.502 \quad (7)$$

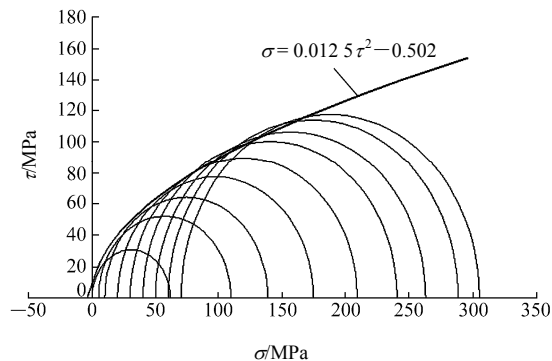


图 5 三轴压缩强度包络线及莫尔圆

Fig.5 Triaxial compressive strength envelopes and Mohr circles

显然, 根据式(2)参数力学意义得出的砂岩的单轴强度 $R_c = 90$ MPa, $R_t = 0.502$ MPa, 与实际采用单轴及拉伸试验结果不符。因此单纯为了数值的拟合程度而采用的屈服准则并不能直接应用于工程实际中。反之, 单根据单轴压缩和拉伸强度得出的抛物线屈服准则包络线, 如图 6 所示, 又不能很好地与不同围压下试验结果作出的 Mohr 圆相切。运用该法求得的抛物线包络线方程为

$$\sigma = 0.02\tau^2 - 2.502 \quad (8)$$

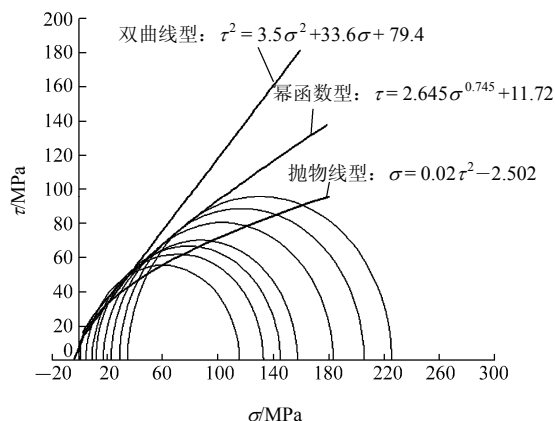


图 6 采用不同类型函数回归的强度准则

Fig.6 Regressed strength criteria with different types of functions

显而易见, 该包络线不能很好地描述高应力下岩石的强度准则。采用节 2 所列几种非线性 Mohr 准则方案, 采用配线法及数值分析软件相结合方法, 对常规三轴强度包络线分别进行拟合回归, 得到抛

物线型、双曲线型及幂函数型强度准则，如图 6 所示回归后的抛物线解析式。其回归后幂函数型及双曲线型强度包络线的解析式分别为

双曲线型：

$$\tau^2 = 3.5\sigma^2 + 33.6\sigma + 79.4 \quad (9)$$

幂函数型：

$$\tau = 2.645\sigma^{0.745} + 11.72 \quad (10)$$

抛物线型和双曲线型 Mohr 强度准则虽然解决传统线性 Mohr 强度理论一些不足，但是它们本身也存在一定的缺陷，致使其不能很好地拟合试验求得的强度包络线。抛物线型 Mohr 强度准则由于表达式中剪应力 τ 的幂指数 2 为不变参数，而实际上不同岩性或者不同试验条件下幂指数不同，致使其应用普适性受到制约。

3 种形式 Mohr 强度包络线图说明：抛物线型 Mohr 强度包络线在低应力时与莫尔圆基本相切，随着围压的增大，包络线切线向横坐标靠近，即在高应力区理论值比实际值偏小；双曲线型 Mohr 强度包络线在低应力时也与莫尔圆基本相切，随着围压的增大，包络线逐渐向上偏离，即在高应力区理论值比实际值偏大，且偏离程度比双曲线型 Mohr 强度包络线要大得多。而幂函数型 Mohr 强度包络线与试验得到的莫尔圆相切，吻合较好。

同样，对峰前卸围压强度包络线应用幂函数型 Mohr 非线性强度准则进行拟合，并对参数回归求解，分别得到式(10)强度包络线的解析式，其 Mohr 强度包络线与试验点的 Mohr 圆相切拟合相互比较如图 7, 8 所示，结果表明采用幂函数型 Mohr 强度包络线来表示不同试验条件下砂岩的非线性强度还是比较合理的。

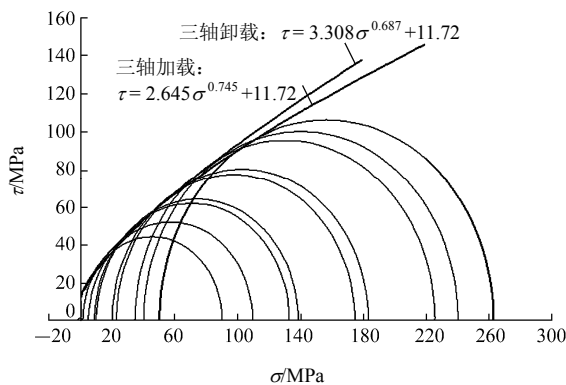


图 7 三轴加载和卸载幂函数强度莫尔圆

Fig.7 Power functional type of strength Mohr circles under loading and unloading conditions

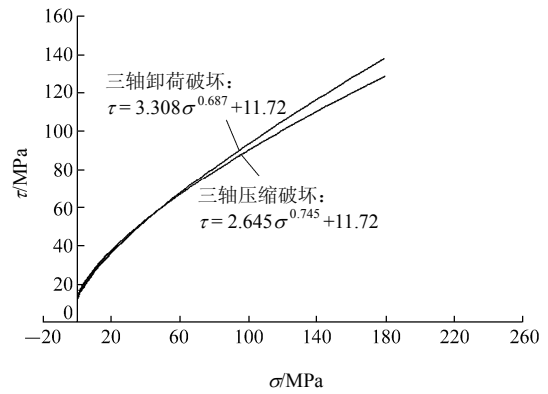


图 8 加载及卸围压条件下幂函数型强度包络线

Fig.8 Power functional type of strength envelopes under loading and unloading conditions

峰前卸围压强度：

$$\tau = 3.308\sigma^{0.687} + 11.72 \quad (11)$$

从以上强度试验得出的 3 条包络线之间的位置可以看出，在低围压下 (<10 MPa)，卸荷抗剪强度要略小于常规三轴强度，但从曲线斜率来看，前者在低应力下内摩擦角要比常规三轴压缩剪切内摩擦角略大；在高围压下卸载抗剪强度略高于常规三轴，但抗剪内摩擦角要略小于后者。

利用回归后的幂函数包络线方程计算的理论与实际试验破坏强度点相比较，其结果如表 2, 3 所示。由表 2, 3 可以看出，采用幂函数型 Mohr 准则能够作为在高应力加载和卸荷应力路径下的岩石破坏的强度判据，并应用于实际工程计算中。其中，表 2 显示应用幂函数型 Mohr 准则计算值要比实际岩样中抗剪强度略高，而且低应力水平下采用该准则的误差要高于高应力状态。而在卸围压破坏强度判据中，计算值要比实际岩样中剪应力略低。

表 2 岩样三轴压缩试验结果与幂函数 Mohr 准则计算值比较

Table 2 Comparison between triaxial compressive test results and calculated results with exponential Mohr criterion

岩样编号	侧向压力 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ /MPa	轴向压力 σ_3 /MPa	轴向压力 σ_1 /MPa	剪应力试验值 /MPa	计算求得剪应力 /MPa	误差 /%
7-5	0	61.6	61.6	11.2	11.7	4.5
1-4	5	104.5	109.5	36.5	37.7	3.5
3-2	10	128.6	138.6	52.2	53.7	3.0
4-1	20	154.6	174.6	65.6	67.0	2.1
4-5	30	179.0	209.0	77.3	78.4	1.5
7-2	40	200.5	240.5	82.2	83.5	1.6
5-4	50	213.0	263.0	92.1	93.5	1.5
2-5	60	73.0	133.0	100.9	102.2	1.3
5-6	70	78.0	148.0	112.3	113.3	0.9

表 3 岩样三轴卸围压破坏试验值与幂函数 Mohr 准则计算值比较

Table 3 Comparison between confining pressure unloading test results and calculated values with exponential Mohr criterion

岩样编号	侧向压力 σ_3 /MPa	轴向压力 σ_1 /MPa	剪应力试验值 /MPa	剪应力计算值 /MPa	计算值-试验值 /计算值 /%	
3-5	1.2	88.8	90.0	32.2	31.0	-3.8
3-6	3.4	104.0	107.4	41.0	40.3	-1.9
2-6	4.4	111.0	115.4	43.4	42.6	-1.8
3-3	6.2	113.8	120.0	48.6	47.8	-1.6
2-4	8.8	124.1	132.9	49.0	48.1	-1.8
3-6	11.6	133.4	145.0	60.1	59.3	-1.2
2-2	12.7	144.6	157.3	62.2	61.2	-1.6
3-6	14.1	137.4	151.5	64.1	63.2	-1.5
6-6	15.1	160.4	175.5	65.2	64.1	-1.6
3-1	17.5	162.0	179.5	74.5	73.2	-1.7
1-6	19.7	163.5	183.2	70.5	69.5	-1.4
2-1	20.6	165.0	185.6	71.9	72.0	0.2

3.3 非线性强度准则参数研究

对幂函数型 Mohr 准则函数对法向应力变量求导, 则得到岩样内摩擦角随剪切面等效法向应力(围压)变化的函数关系为

$$\frac{\partial \tau}{\partial \sigma} = ab\sigma^{b-1} \quad (12)$$

按照该方法, 得到以下内摩擦角正切的函数变化关系式:

高应力条件下峰前卸围压:

$$\frac{\partial \tau}{\partial \sigma} = 2.273\sigma^{-0.313} \quad (13)$$

高应力条件下常规三轴压缩:

$$\frac{\partial \tau}{\partial \sigma} = 1.971\sigma^{-0.255} \quad (14)$$

内摩擦角和黏聚力随等效法向应力变化曲线如图 9, 10 所示。由图 9, 10 可以看出, 内摩擦角的正切函数值是法向应力的函数, 岩样的实际内摩擦角并不是一个不变值, 而是具有幂函数型的非线性特征; 同样求得该切点的直线在 τ 轴上截距, 即黏聚力, 得到的黏聚力随围压的变化曲线同样具有非线性特征。而且, 3 种试验条件下得到的内摩擦角变化趋势总体一致, 随着应力增加具有衰减趋势。由图 11 可以看出, 当在低应力水平下(<10 MPa)下, 卸荷条件下的内摩擦角也要略高于卸荷条件下的内摩擦角, 黏聚力也略大三轴压缩黏聚力。当岩样在高围压应力下, 其常规三轴抗剪参数内摩擦角大于卸荷条件下的内摩擦角。

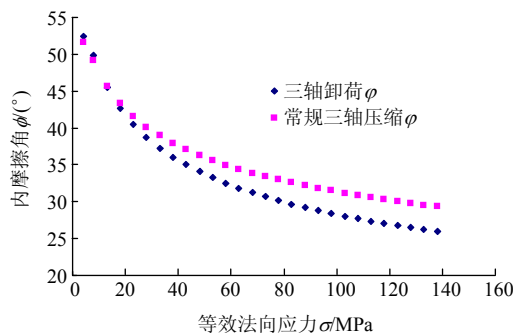


图 9 内摩擦角随等效法向应力变化曲线

Fig.9 Changes of internal friction angle with equivalent normal stress

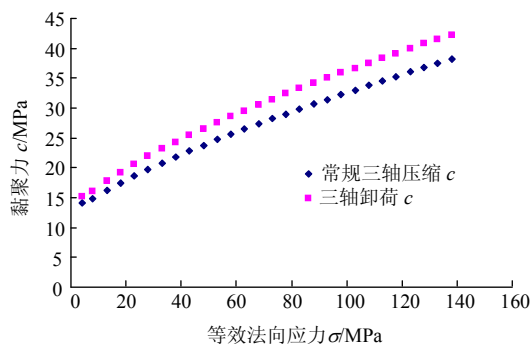


图 10 黏聚力随等效法向应力变化曲线

Fig.10 Changes of cohesion with equivalent normal stress

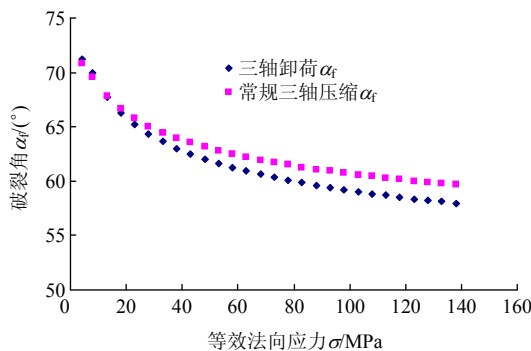


图 11 破裂角随等效法向应力水平变化曲线

Fig.11 Changes of theoretic fractured angles with equivalent normal stress

综上所述, 低应力水平下, 其内摩擦角大小关系为: 卸载 ϕ 大于常规三轴 ϕ , 黏聚力 c 大小关系为: 卸载 c 大于常规三轴 c 。在高应力水平下, 其内摩擦角大小关系为: 常规三轴 ϕ 大于卸载 ϕ , 而黏聚力大小关系同低应力水平。

根据 Mohr 准则中内摩擦角与破裂角之间的关系:

$$\alpha_f = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \quad (15)$$

因此, 随着围压的增加(对于卸围压三轴试验指岩样破坏时围压值), 内摩擦角和破裂角均随围压的增加而减小, 而且减小趋势逐渐变缓。经极限分析可知, 内摩擦角趋向为 0, 破裂角趋向 $\pi/4$ (见图 11)。

对于高应力下三轴压缩强度特性理论逐渐与 Von Mises 强度理论接近, 这与高应力条件下脆性材料向塑性转换的事实是一致的。内摩擦角的变化说明在不同的围压下, 岩石试件破裂情况与上述理论分析一致。

4 结 论

通过室内高应力条件下的加载和卸载三轴强度试验研究可以得出如下有意义的结论:

(1) 应力 - 应变全过程曲线表明: 随着围压增大, 岩石由脆性向延性转化; 岩石残余强度同样具有围压效应。不管是压缩还是卸荷条件下的三轴强度均表现出一定的非线性特征。

(2) 对常规三轴强度包络线进行抛物线型、双曲线型及幂函数型强度包络线拟合, 结果表明: 采用幂函数型 Mohr 强度包络线来表示不同试验条件下的非线性强度比较合理。

(3) 岩石内摩擦角的正切函数值是法向应力的函数, 岩样的实际内摩擦角并不是一个不变值, 具有幂函数型的非线性特征。分析表明, 低应力水平下, 其内摩擦角 φ 大小关系为: 卸载 $\varphi >$ 常规三轴 φ , 黏聚力 c 大小关系为: 卸载 $c >$ 常规三轴 c ; 在高应力水平下, 其内摩擦角大小关系为: 卸载 $\varphi <$ 常规三轴 φ , 而黏聚力大小关系同低应力水平。

(4) 随着围压的增加(对于卸围压三轴试验指岩样破坏时围压值), 岩样理想破裂角均随围压的增加而呈幂指数衰减, 并趋向收敛于 $\pi/4$ 。

参考文献(References):

- [1] SINGH J. Strength of rocks at depth[C]// Rock at Great Depth. Rotterdam: A. A. Balkema, 1989: 37 - 44.
- [2] 钱七虎. 深部地下工程空间开发中的关键科学问题[C]// 钱七虎院士论文选集 - 深部地下空间开发中的基础研究关键技术问题. [S.l.]: [s. n.], 2007: 549 - 568.(QIAN Qihu. The key problems of deep underground space development[C]// Selections from Academician QIAN Qihu's Theses—the Key Technical Problems of Base Research in Deep Underground Space Development. [S.l.]: [s. n.], 2007: 549 - 568.(in Chinese))
- [3] 何满潮, 谢和平, 彭苏萍, 等. 深部开采岩体力学研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(16): 2 803 - 2 813.(HE Manchao, XIE Heping, PENG Suping, et al. Study of rock mechanics in deep mining engineering[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(16): 2 803 - 2 813.(in Chinese))
- [4] 周宏伟, 谢和平, 左建平. 深部高地应力下岩石力学行为研究进展[J]. 力学进展, 2005, 35(1): 91 - 99.(ZHOU Hongwei, XIE Heping, ZUO Jianping. Developments in researches on mechanical behaviors of rocks under the condition of high ground pressure in the depths[J]. Advances in Mechanics, 2005, 35(1): 91 - 99.(in Chinese))
- [5] HOEK E, BROWN E T. Practical estimates of rock mass strength[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1997, 34(8): 1 165 - 1 186.
- [6] HOEK E, BROWN E T. Empirical strength criterion for rock masses[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1980, 106(9): 1 013 - 1 035.
- [7] GRIFFITH A A. The theory of rupture[C]// BIEZENO C G, BURGERS J M ed. Proceedings of the 1st International Congress on Applied Mechanics. Delft: Technology Boekhandelen Drukkerij, 1924: 54 - 63.
- [8] 俞茂宏. 双剪理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1998.(YU Maohong. Twin-shear theory and its application[M]. Beijing: Science Press, 1998.(in Chinese))
- [9] 俞茂宏. 线性和非线性的统一强度理论[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(4): 662 - 669.(YU Maohong. Linear and nonlinear unified strength theory[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(4): 662 - 669.(in Chinese))
- [10] 周小平, 钱七虎, 杨海清. 深部岩体强度准则[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(1): 117 - 123.(ZHOU Xiaoping, QIAN Qihu, YANG Haiqing. Strength criteria of deep rock mass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(1): 117 - 123.(in Chinese))
- [11] 黄书岭, 冯夏庭, 张传庆. 脆性岩石广义多轴应变能强度准则及试验验证[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(1): 124 - 134.(HUANG Shuling, FENG Xiating, ZHANG Chuanqing. A new generalized polyaxial strain energy strength criterion of brittle rock and polyaxial test validation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(1): 124 - 134.(in Chinese))
- [12] 赵彭年. 二次抛物线型极限曲线的巷围岩应力及位移[J]. 有色金属, 1979, (1): 41 - 44.(ZHAO Pengnian. Stress and displacement of adjacent rock of tunnel under two-parameter parabolic form[J]. Nonferrous Metals, 1979, (1): 41 - 44.(in Chinese))
- [13] 李春光, 郑宏, 葛修润, 等. 双参数抛物型 Mohr 强度准则及其材料破坏规律研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(24): 4 428 - 4 433.(LI Chunguang, ZHENG Hong, GE Xiurun, et al. Research on two-parameter parabolic Mohr strength criterion and its damage regularity[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(24): 4 428 - 4 433.(in Chinese))
- [14] 陈卫忠, 刘豆豆, 杨建平, 等. 大理岩卸围压幂函数型 Mohr 强度特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(11): 2 214 - 2 220.(CHEN Weizhong, LIU Doudou, YANG Jianping, et al. Power function based Mohr strength criterion for marble with unloading confining pressures[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(11): 2 214 - 2 220.(in Chinese))