

连铸二冷区铸坯展宽现象的黏弹塑性分析*

付建勋^{1,2)} 李京社¹⁾ 张慧²⁾

1) 北京科技大学冶金与生态工程学院, 北京 100083

2) 中国钢研集团连铸技术国家工程研究中心, 北京 100081

摘要 通过在商业软件 MSC.Marc 基础上二次开发, 建立了黏弹塑性三维热-力耦合有限元模型, 模拟铸坯在二冷区的展宽状况. 结果显示: 铸坯的展宽主要产生于二冷区的前段, 在前 6 个扇形段, 铸坯的目标展宽率有逐渐增加的趋势; 铸坯的展宽与厚度方向上的鼓肚密切相关; 数值模拟使用的黏弹塑性模型揭示铸坯展宽规律与铸坯实际变形相符, 铸坯展宽是坯壳在钢液芯静压力作用下发生黏弹塑性变形的结果.

关键词 连铸, 板坯, 二冷区, 展宽, 热力耦合, 黏弹塑性

中图分类号 TF777.7

文献标识码 A

文章编号 0412-1961(2010)01-0091-06

VISCOELASTIC-PLASTIC ANALYSIS OF BROADENING OF SLAB IN THE SECONDARY COOLING ZONE OF CONTINUOUS CASTING

FU Jianxun^{1,2)}, LI Jingshe¹⁾, ZHANG Hui²⁾

1) School of Metallurgical and Ecological Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083

2) National Engineering Research Center of Continuous Casting Technology, China Iron & Steel Research Institute Group, Beijing 100081

Correspondent: FU Jianxun, associate professor, Tel: 13717828735, E-mail: fu-jianxun@126.com

Supported by Key Projects in the National Science & Technology Pillar Program During the Eleventh Five-Year Plan of China (No.2006BAE03A04)

Manuscript received 2009-07-20, in revised form 2009-09-23

ABSTRACT The 3D viscoelastic-plastic thermal-mechanically coupled finite element model was established by a commercial software MSC.Marc on the basis of secondary development, and used to simulate the situation of slab's broadening in the secondary cooling zone. The results showed that the slab's broadening mainly emerged in the former segments of the secondary cooling zone, and the broadening rate has a gradually increasing trend from the first segment to the sixth segment. The broadening of slab has a close relationship with bulging along the thickness direction. The results simulated by using viscoelastic-plastic model revealed that the law of the slab's broadening is excellent agreement with the actual deformation. The broadening of slab is the result of viscoelastic-plastic deformation of the slab shell under the pressure of core of molten steel.

KEY WORDS continuous casting, slab, secondary cooling zone, broadening, thermal-mechanical couple, viscoelastic-plasticity

展宽原是轧钢术语, 是指材料受力后沿力垂直的方向变形的现象. 铸坯展宽是指板坯出结晶器后, 在连铸二冷区沿宽度方向尺寸增大的现象. 铸坯在二冷区内剧烈降

温, 降温引起铸坯宽度尺寸的收缩, 但实际铸坯宽度尺寸的减少量小于线收缩值, 有时冷坯的宽度尺寸甚至大于结晶器上口宽度值, 这是因为铸坯在二冷区发生展宽现象. 铸坯宽度变化是铸坯展宽与铸坯冷却收缩两种现象叠加作用的结果.

连铸过程的铸坯展宽现象一直没有得到足够的重视, 文献鲜有直接报道. 与板坯连铸过程展宽现象相关的文献主要是针对铸坯变形的控制, 如铸坯鼓肚的研究^[1,2]、铸坯窄边鼓肚的研究^[3]以及轻压下对铸坯窄边鼓肚的影响

* 国家“十一五”科技支撑计划资助项目 2006BAE03A04

收到初稿日期: 2009-07-20, 收到修改稿日期: 2009-09-23

作者简介: 付建勋, 男, 1969 年生, 副教授, 博士生

DOI: 10.3724/SP.J.1037.2009.00493

的研究^[4,5].

但随着板坯连铸向高拉速、宽厚板方向发展,特别是一批具有世界先进水平的连铸机投入使用,在低拉速和中板坯、薄板坯生产时不太显著的现象,逐渐引起生产技术人员关注,这些现象对正常生产带来显著影响,板坯展宽就是一个典型代表.一些新投产的板坯连铸机因铸坯发生展宽而严重影响正常生产,不仅使铸坯尺寸难于精确控制,还对后续的工序带来一系列不利影响.本文采用数值模拟与工业测量相结合的方法,研究铸坯在连铸二冷区的展宽.

1 有限元模型

1.1 二冷区分段的 3D 热力耦合模型

由于铸坯处于高温区,涉及对象多、物理化学过程复杂,边界条件、接触条件非线性等原因,连铸二冷区的 3D 热力耦合模拟至今尚未有成熟模型.为使问题易于处理又不失其意义,基于下面的假设对连铸二冷区进行简化:

(1) 由于弯曲、矫直过程的应力、应变值较小^[6],忽略弯曲、矫直过程对板坯展宽的影响,将二冷区结构转化为线性结构;

(2) 铸坯基于时间连续、空间连续、材料特性、温度场的连续、忽略铸坯初始力学状态差异对铸坯变形的影响,将连续的铸机变为分段的模型;

(3) 忽略铸坯上、下表面传热和受力的差别,假设其传热和力学状态具有对称性,用铸坯的 1/4 区域和单侧辊列作为计算域;

(4) 铸坯为可变形体,辊列设为刚体,辊列作为铸坯的接触边界,辊缝是自由伸缩空间.

基于上述假设,将铸坯二冷区热力耦合模型分为 6 组独立的子模型分别计算:二冷区的 15 个扇形段划分为 6 组辊列,前 5 组每组 2 个扇形段,第 6 组共 5 个扇形段用于模拟铸坯全凝后经过的辊列;取长 2 m 的铸坯作为模拟对象,铸坯和 1 组辊列组成 1 组子模型,铸坯通过 6 组辊列代表铸坯在整个连铸机的历程.6 组子模型的计算结果保持延续:每组子模型铸坯厚度、宽度使用前一个模型计算的结果.

有限元模型的边界条件是:铸坯的对称中心位移为 0;铸坯前端面单元以拉坯速度相对辊列运动;对铸坯施加传热边界条件和接触条件;钢液芯的静压力作为力学边界条件,施加在凝固前沿的面单元上,采用如下的方法施加钢液芯静压力:考虑溶质偏析和冷却速率对固相率的影响,用零强度温度 (ZST) 定义凝固前沿, ZST 对应于固相率 $f_s=0.8$ ^[7],即 $f_s \geq 0.8$ 的部分视为凝固坯壳,固/液分界以两相区的温度 T_{s0} 为界,部分节点高于 T_{s0} 的面单元,认为是凝固前沿作为钢液芯静压力的施加面,其他面单元则不施加钢液芯静压力.

每组子模型计算时,以铸坯和辊列的相对位置为计算纽带,对计算域温度场和应力场进行交替耦合计算.计算温度场时,考虑铸坯与夹辊的接触传热,通过施加随时间变化的冷却边界条件来模拟铸坯的冷却;根据温度场计算结果,确定应力场计算所对应的热载荷和材料高温力学参数;再通过应力场计算,获得铸坯在热载荷和二冷区夹辊接触力共同作用下的变形场.如此不断反复,交替计算温度场和应力场,直到所模拟铸坯离开铸机.

特别说明的是,每一组模型的初始温度场,并非使用上一组模型计算得到的温度场,而是使用 2D 热力耦合模型^[8]计算得到的温度场,提取 2D 模型的温度场结果带入 3D 模型进行计算.2D 温度场提取方法是:将 2D 切片在相关位置的 2D 温度和节点信息,建立 2D 转 3D 拓扑关系表,将 2D 温度场扩展到 3D,利用二次开发的子程序,将 2D 温度值赋给 3D 模型,得到各组子模型铸坯的初始温度场.

有限元模型中使用 8 节点等参单元对计算域进行离散,铸坯单元数 4500,节点数 5250,在 HP-XW4600 工作站上进行并行运算,6 组子模型计算时间共计 220 h.

1.2 材料本构关系

影响模拟准确与否的重要因素是高温下钢的本构方程,本研究采用的张量形式的本构方程为

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^{ie} + \varepsilon_{ij}^T \quad (1)$$

式中, ε_{ij} 为总应变, ε_{ij}^e 为弹性应变, ε_{ij}^{ie} 为非弹性应变, ε_{ij}^T 为热应变.其中非弹性应变 ε_{ij}^{ie} 中,包括时间无关的塑性应变和时间相关的蠕变.作为模拟连铸条件下铸坯的凝固力学行为,采用黏弹塑性模型^[9]来描述材料行为

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{ie} = f(\sigma_{ij}, T, \varepsilon_{ij}^{ie}) \quad (2)$$

式中, $\dot{\varepsilon}_{ij}^{ie}$ 为非弹性应变率, σ_{ij} 为当前应力, T 为热力学温度, f 为应力与应变率的函数关系.

采用了时间相关的塑性变形本构关系式^[10]确定碳钢的等效塑性应变率和等效应力

$$\begin{cases} \dot{\bar{\varepsilon}}_p = A \exp(-Q/RT) [\sinh(\beta K)]^{1/m} \\ \bar{\sigma} = K(\bar{\varepsilon}_p)^n \end{cases} \quad (3)$$

式中, A , β , m 为常数; R 为气体常数; Q 为变形活化能; K 为强度系数; $\bar{\varepsilon}_p$ 为等效塑性应变; n 为应变硬化指数.

碳钢进入塑性状态后,将发生应变硬化现象,加工硬化系数采用 Sorimachi 和 Brimacombe^[11]给出的钢在连铸条件下的应力-应变关系:

$$K_1/E = 0.13 \exp(-0.023\theta) \quad (4)$$

$$K_2/E = \begin{cases} 0.045 - 3.87 \times 10^{-5}\theta, & \theta < 1050 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 0.385\exp(-0.00422\theta), & \theta \geq 1050 \text{ } ^\circ\text{C} \end{cases} \quad (5)$$

$$K_3/E = \begin{cases} 0.0197 - 1.68 \times 10^{-5}\theta, & \theta < 1050 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 0.0226\exp(-0.00223\theta), & \theta \geq 1050 \text{ } ^\circ\text{C} \end{cases} \quad (6)$$

式 (4)—(6) 中, E 为弹性模量; K_1 , K_2 和 K_3 为硬化系数; θ 为温度, $^\circ\text{C}$; 式 (4) 适用条件为应变小于 0.01; 式 (5) 适用条件为应变 0.01—0.02; 式 (6) 适用条件为应变大于 0.02.

本研究通过二次开用户子程序, 将加工硬化系数嵌入到 MSC.Marc 的弹塑性模型中, 从而实现高温铸坯屈服后的黏弹性描述.

1.3 模拟参数

模拟所用的基本参数如下: 浇注温度为 $1533 \text{ } ^\circ\text{C}$, Q235 钢液相线温度为 $1513 \text{ } ^\circ\text{C}$, 固相线温度为 $1446.0 \text{ } ^\circ\text{C}$, 固/液分界线温度为 $1459.6 \text{ } ^\circ\text{C}$, 环境温度为 $25 \text{ } ^\circ\text{C}$, 辊子温度为 $100 \text{ } ^\circ\text{C}$, 接触传热系数为 $25.0 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ^[12], 摩擦系数为 0.3 ^[12], 接触精度为 0.01 ^[12].

材料的高温性能参数是描述钢高温行为的重要依据, 也是模拟结果是否可靠的重要因素. 本模拟使用的 Young's 弹性模量、Poisson 比、热膨胀系数、导热系数、比热数据来源如下所述:

Young's 弹性模量采用作者实测数据^[13], 从 $700 \text{ } ^\circ\text{C}$ 到 $1400 \text{ } ^\circ\text{C}$, 每 $100 \text{ } ^\circ\text{C}$ 测量一个值, 对应的 8 个测量值分别为 8.422 , 7.319 , 6.005 , 5.055 , 4.367 , 4.215 , 3.021 和 0.6682 GPa .

Poisson 比根据 Uehara 等^[14] 实验数据的回归式进行估算

$$\nu = 0.278 + 8.23 \times 10^{-5}T \quad (7)$$

热膨胀系数采用作者实测的 Q235 钢降温过程的瞬时热膨胀系数^[6], 如图 1 所示.

铸坯导热系数采用以下关系式^[15]:

固相区导热系数:

$$K(\theta) = 18.4 + 9.6 \times 10^{-3}\theta^2 \quad (8)$$

导热系数 K 的单位为 $\text{W}/(\text{m}\cdot^\circ\text{C})$.

液相区导热系数取固相区的 μ 倍, 本模型中 $\mu=5$.

两相区等效导热系数:

$$K_{\text{eff}} = K(\theta) \cdot [1 + (\mu - 1)(1 - f_s)^2] \quad (9)$$

式中, f_s 为两相区中固相的体积分数; μ 为导热系数放大

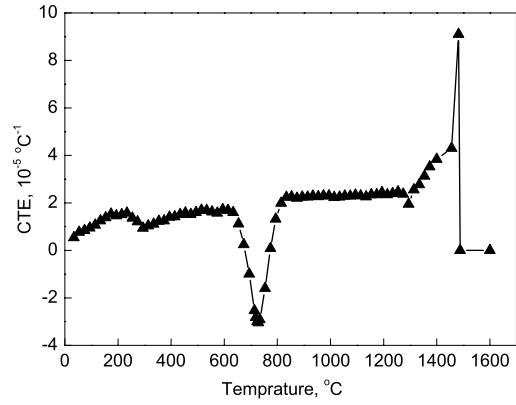


图 1 Q235 钢热膨胀系数随温度的变化^[6]

Fig.1 Coefficient of thermal expansion (CTE) vs temperature for Q235 steel^[6]

倍数.

铸坯比热采用以下关系式^[15]:

固相区比热:

$$C_s = 550 + 9.52 \times 10^{-2}\theta^2 \quad (10)$$

C_s 的单位为 $\text{J}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$.

液相区的比热取常数 $842 \text{ J}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$.

两相区等效比热:

$$C_{\text{eff}} = f_s C_s + (1 - f_s) C_l - L_f \left(\frac{\partial f_s}{\partial \theta} \right) \quad (11)$$

式中, L_f 为凝固释放的潜热, Q235 钢取 $2.73 \times 10^5 \text{ J}/\text{kg}$; C_l 为液相区的比热.

2 模拟结果与分析

为衡量铸坯的展宽幅度, 定义衡量铸坯展宽的指标为

$$B = (W/H - 1) \times 100\% \quad (12)$$

式中, B 为目标展宽率, %; W 为实测铸坯宽度, mm; H 为目标宽度, mm.

取铸坯棱边中部的一个节点作为特征点进行跟踪, 研究其在二冷区全程的变化, 该点横坐标反映铸坯宽度的变化, 纵坐标反映铸坯厚度的变化. 将 6 组子模型宽度变化历程汇总, 并转化为目标展宽率. 断面尺寸 $2000 \text{ mm} \times 230 \text{ mm}$ 的 Q235 钢在拉速 $1.0 \text{ m}/\text{min}$ 情况下, 铸坯目标展宽率如图 2 所示. 从图 2 可以看出, 铸坯的展宽主要产生于二冷区的前部, 对照铸机结构, 铸坯的目标展宽率在二冷区前 6 个扇形段呈增加的趋势, 铸坯目标展宽率在第 6 扇形段达到最大值后逐渐减小, 在第 10 扇形段末铸坯全凝后平滑下降. 模拟考虑了钢种的冷却收缩, Q235 钢目标展宽率全程均呈正值, 说明热态铸坯宽度在整个二冷区均大于初始状态, 即铸坯宽度大于结晶器下口尺寸, 二冷区全程最大目标展宽率为 1.44% , 在铸机出口处的目标展宽率为 0.76% .

该钢种目标展宽率在全凝前均呈现波动状态, 尤其在第 5 和 6 扇形段展宽达到最大值时波动最为显著. 为研

究展宽产生的原因,跟踪特征点在第 5 和 6 扇形段宽度和厚度方向的变化,宽度变化表示其展宽变化,厚度变化反映铸坯鼓肚变化,特征点展宽和鼓肚变化如图 3 所示.从图 3 可以看出,铸坯宽度方向的展宽现象与铸坯厚度方向上的鼓肚现象密切相关,铸坯的展宽量和鼓肚量关联变化,图 3 中用虚线将铸坯展宽的最大值和鼓肚的最小值连接可以发现:当鼓肚处于周期性最小值时,展宽则处于波动的最大值.

高温铸坯在辊列中前行,铸坯和辊子接触的部位,被压下成凹坑,而两辊子间隙的自由空间则呈凸起的鼓肚.伴随厚度方向周期性的凹坑和凸起,铸坯的宽度也周期性波动.铸坯在辊子周期性接触力作用下,厚度方向被压下的同时,向铸坯的宽度方向变形,形成展宽.全凝前其他扇形段的变形情况与 5 段和 6 段扇形段相似.

钢液芯静压力是坯壳变形的驱动力,辊列的约束力是钢液芯静压力作用于坯壳后的反作用力,铸坯坯壳在钢液芯静压力和辊列的约束力的共同作用下发生变形,展宽波动和鼓肚波动中一部分是为铸坯的弹性变形量,另一部分为铸坯的塑性变形,铸坯宽度方向发生的塑性变形(用与时间相关的量表示就是蠕变)形成铸坯的展宽.

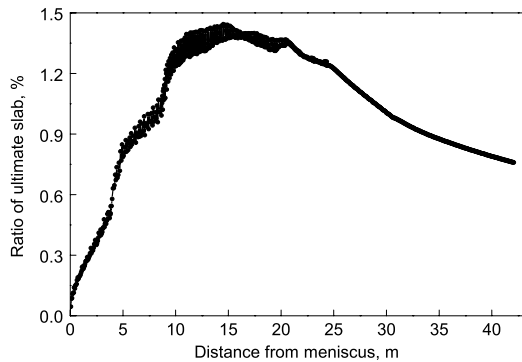


图 2 Q235 钢在二冷区全程的目标展宽率

Fig.2 Distribution of the ratio of ultimate broadening in the secondary cooling zone for Q235 steel

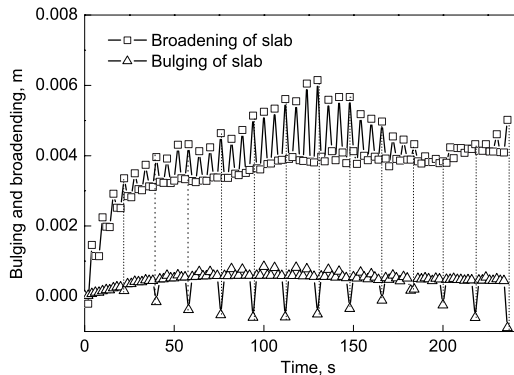


图 3 Q235 钢第 5 和 6 扇形段铸坯展宽与铸坯鼓肚

Fig.3 Changes of broadening along width direction and bulging along thickness direction of slab with time in the fifth and sixth segments of Q235 steel

为研究铸坯展宽变化与铸坯内部应力的关系,取前 4 组子模型的铸坯窄边 1 m 处的一组节点进行 von Mises 等效应力对比,如图 4 所示.前 3 组子模型的 von Mises 等效应力依次增大,这 3 组子模型的展宽量也依次增大,可见 von Mises 等效应力是决定铸坯展宽的重要因素.铸坯展宽在第 7 和 8 扇形段大于第 3 和 4 扇形段,但前者 von Mises 等效应力小于后者,说明铸坯展宽除了与应力因素有关,还与其材料本身属性相关,已经发生展宽的铸坯宽度具有继承性,弹性变形量和热变形量均可以恢复,而塑性变形部分不可恢复.

跟踪前 4 组子模型铸坯窄边 1 m 处位移的变化,如图 5 所示.在 4 个位置铸坯窄边展宽的最大部位均出现在窄边的中心,铸坯角部的展宽量最小,最大处到最小处平滑过渡,最大展宽与最小展宽的差别小于 7%,但差别并不明显,对于 2 m 宽的铸坯而言,同一截面处展宽最大相差不足 1 mm.这就是发生展宽的铸坯窄边平整,感觉不到弧度的原因;同时也是展宽不同于窄边鼓肚的地方:大压下的轻压下或铸轧造成的窄边鼓肚,窄边会有明显弧形凸起.

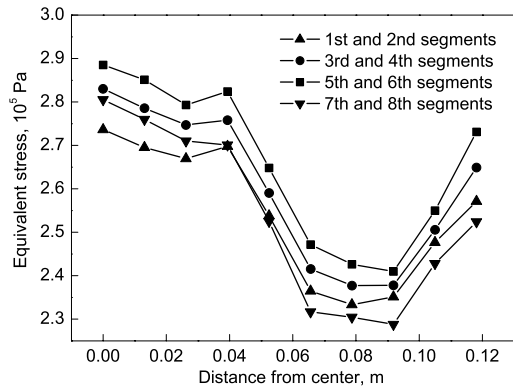


图 4 4 组子模型铸坯在窄边中心处的 von Mises 等效应力

Fig.4 Distributions of equivalent von Mises stresses at the middle of narrow side of slab in four groups sub-model

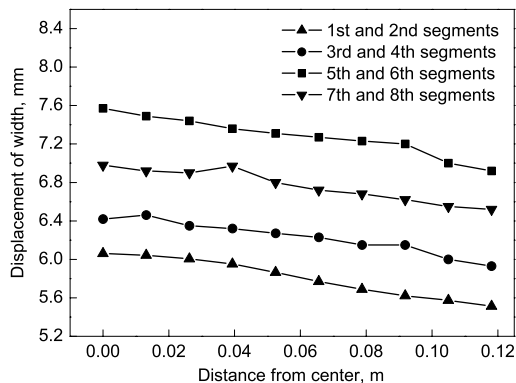


图 5 4 组子模型的铸坯窄边展宽

Fig.5 Distributions of broadenings at narrow side of slab in four groups sub-model

展宽的最大部位均出现在窄边的中心,这与图 4 反应的同一条 von Mises 等效应力曲线在厚度中心处最大的结果相一致.同一曲线上的节点空间位置接近、材料属性接近, von Mises 等效应力大,展宽量就大.

3 工业验证

直弧形板坯连铸机由于铸机特殊的结构,铸机前部铸坯的宽度无法测量.为得到铸坯在整个二冷区的展宽分布,利用连铸生产换中间包的时机设计工业实验.在换中间包过程中,铸机停机约 5 min,此时铸坯静止停滞在铸机内成为卧坯,卧坯在二冷水的作用下冷却凝固,此段实验铸坯的宽度基本反映了铸坯在铸机内停机位置处的展宽信息.换完中间包后恢复拉速将铸坯拉出铸机,对热态铸坯进行人工测宽,由此得到二冷段各位置处的宽度值.

实验钢种为 Q235 钢,断面宽 2050 mm,正常拉速为 1.0 m/min,将铸坯宽度变化的模拟结果和实测结果的比较,如图 6 所示.从图 6 可以看出,实测结果和模拟结果均显示铸坯展宽主要产生于二冷区前段,在前 6 个扇形段铸坯的宽度逐渐增加,在第 6 扇形段达到最大值后开始下降直到出二冷区.二者的趋势基本吻合,除了部分模型衔接之处,模拟结果与实测值偏差基本在 10 mm(0.5%)以内,可见黏弹塑性模型揭示铸坯展宽规律与铸坯实际变形相符合,展宽是高温铸坯在钢液芯静压力作用下发生黏弹塑性变形(蠕变)的结果.

实测铸坯宽度数据在二冷区前段平滑上升,在前 6 个扇形段铸坯的宽度几乎呈线性增长;模拟数据由于铸坯含有液芯,有鼓肚波动,辊列半径取分段值,造成模拟结果的数据波动较大.二冷区后段全凝后,模拟显示铸坯宽度平滑下降,是冷却收缩所致,而实测结果有一定波动,与高温下人工测量的误差有关.

模拟宽度与实测宽度的偏差主要由以下几方面原因造成:(1)材料黏弹塑性本构方程与实际材料属性的差异;(2)物性参数(尤其是高温力学性能参数)的偏差;(3)模型的简化;(4)测量的偏差.其中物性参数的偏差是影响

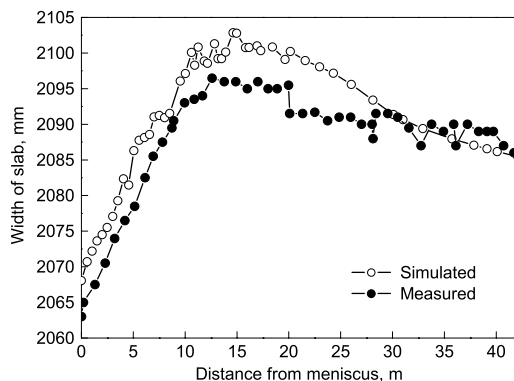


图 6 铸坯宽度的模拟值和实测值

Fig.6 Simulated and measured widths of slab

模拟精度的主要原因,材料高温力学参数的匮乏是制约连铸过程数值模拟准确性的瓶颈.

4 讨论

连铸过程中,钢液经结晶器冷却形成一定厚度的凝壳,进入二冷区后随着传热和凝固过程而形成铸坯.由于连铸条件下高温坯壳的力学性能和常温相比具有低的强度和高的延展性,且铸坯窄边没有支撑辊,铸坯坯壳受力变形而形成展宽.展宽现象是高温铸坯在连铸二冷区内产生黏弹塑性变形的结果,非弹性变形量如果用与时间相关的量表示就是蠕变.铸坯的展宽量与铸机的结构、钢液芯静压力大小、钢的高温性能、二冷强度、坯壳厚度、拉速、驱动辊碾压力、铸坯断面尺寸等设备、工艺、材料因素相关,这方面有待进一步研究.

铸坯展宽是高温铸坯受力变形的客观结果,在连铸生产工艺相对稳定的条件下,展宽现象无法消除,通过调整优化工艺参数(例如减小二冷配水),可以减小展宽的幅度,但这必然带来一系列的其他变化.更为有效的工艺措施是:测量各钢种的铸坯在各工艺条件下产生的相对于定尺宽度的展宽量,通过减小结晶器宽度设置值,矫正铸坯产生的展宽.

5 结论

(1)在商业软件 MSC.Marc 基础上,通过二次开发的用户子程序实现了对高温铸坯黏弹塑性的描述,建立了分段的 3D 热-力耦合有限元模型模拟铸坯的展宽,研究表明模拟结果与实测值相近.

(2)模拟结果显示,铸坯的目标展宽率在二冷区前 6 个扇形段呈现增加的趋势,在第 6 扇形段达到最大值后又逐渐减小,即铸坯展宽主要产生于连铸二冷区的前段.

(3)数值模拟使用的黏弹塑性模型揭示铸坯展宽形成规律与铸坯实际变形过程相符,铸坯展宽的形成是坯壳在液芯静压力作用下发生黏弹塑性变形(蠕变)的结果.

(4)铸坯窄边展宽的最大部位出现在窄边的中心,角部的展宽量最小,但二者差别较小,2 m 宽铸坯相差 1 mm 以内.

参考文献

- [1] Yoshii A, Kihara S. *Trans ISIJ*, 1986; 26: 891
- [2] Maeno S, Wada K, Itoh Y, Nagano Y. *Trans ISIJ*, 1983; 24: 83
- [3] Siyasiya C, van Rooyen G T, Stumpf W E. *J South Afr Inst Mining Metall*, 2005; 105: 473
- [4] Lin Q Y, Zhu M Y. *Acta Metall Sin*, 2007; 43: 1301 (林启勇, 朱苗勇. *金属学报*, 2007; 43: 1301)
- [5] Chen Z P, Cheng N L, Cui L X, Zhang J Q. *Iron Steel*, 2004; 39(suppl): 457 (陈志平, 程乃良, 崔立新, 张家泉. *钢铁*, 2004; 39(增刊): 457)
- [6] Fu J X. *PhD Thesis*, University of Science and Technology Beijing, 2009

- (付建勋. 北京科技大学博士学位论文, 2009)
- [7] Kim K H, Yeo T J, Oh K H, Lee D N. *ISIJ Int*, 1996; 36: 284
- [8] Grill A, Schwerdtfeger K. *Ironmak Steelmak*, 1979; 6: 131
- [9] Barber B, Lewis B A, Leckenby B M. *Ironmak Steelmak*, 1985; 12: 171
- [10] Okamura K, Kawashima H. *ISIJ Int*, 1989; 29: 666
- [11] Sorimachi K, Brimacombe J K. *Ironmak Steelmak*, 1977; 4: 240
- [12] Wang X C. *Finite Element Method*. Beijing: Tsinghua University Press, 2003: 125
(王勖成. 有限单元法. 北京: 清华大学出版社, 2003: 125)
- [13] Fu J X, Li J S, Wang C L, Zhu J T. *Mater Rev*, 2009; 23(9): 68
(付建勋, 李京社, 汪春雷, 朱经涛. 材料导报, 2009; 29(9): 68)
- [14] Uehara M, Samarasekera I V, Brimacombe J K. *Ironmak Steelmak*, 1986; 13: 138
- [15] Chen S Q. *PhD Thesis*, Central Iron and Steel Research Institute, Beijing, 2004
(陈素琼. 钢铁研究总院博士学位论文, 北京, 2004)