

# 基于信息融合估计的离散线性系统 预见控制

甄子洋<sup>1</sup> 王志胜<sup>1</sup> 王道波<sup>1</sup>

**摘要** 针对期望轨迹和干扰可预见的离散线性最优跟踪问题, 提出了一种基于信息融合估计的预见控制方法. 推导了最优预见控制律的融合估计过程和最优预见性能指标. 建立了包含状态反馈项、目标和干扰前馈补偿项的信息融合预见控制系统, 并分析了其渐近特性和稳态跟踪误差问题. 直流电机系统的仿真结果表明, 信息融合预见控制下的系统跟踪性能随着预见步数的增加而迅速提高并趋于稳定, 且综合考虑跟踪误差与能量消耗时要优于传统预见控制.

**关键词** 离散线性系统, 预见控制, 信息融合, 最优估计, 最优控制

**DOI** 10.1360/SP.J.1004.2010.00347

## Information Fusion Estimation Based Preview Control for Discrete Linear System

ZHEN Zi-Yang<sup>1</sup> WANG Zhi-Sheng<sup>1</sup> WANG Dao-Bo<sup>1</sup>

**Abstract** For the discrete linear optimal tracking problem with previewed desired trajectory and disturbance, a preview control method based on information fusion estimation is presented. The optimal estimation of the optimal preview control law and the optimal preview performance index are derived. An information fusion preview control system is built up, which contains a state feedback control term and feedforward compensation terms of the target and the disturbance. Furthermore, the problems of the asymptotic characteristic and the steady-state tracking error of the preview control system are investigated. Simulation results show that the control performance is enhanced extremely and tends to be stable. Moreover, the information fusion preview control is superior to the traditional preview control when comprehensively considering the tracking error and the energy consumption.

**Key words** Discrete linear system, preview control, information fusion, optimal estimation, optimal control

预见控制是利用已知的未来目标值及未来干扰值来改善控制系统性能的最优控制方法. Takeshi 等<sup>[1]</sup> 设计了误差系统, 将预见控制问题转化为调节器问题, 并给出了偏微分最优化法、扩大误差系统法和逐次最优化法等 3 种求解方法, 一直沿用至今. 近年来, 对于连续系统的鲁棒预见控制问题受到关注. Moelja 等<sup>[2]</sup> 将  $H_2$  预见控制问题转化为非标准 LQR 问题, 推导了单输入情况下的求解方法, 进而推广到多

输入和多预见步数的情况. Tadmor 等<sup>[3]</sup> 采用对策论方法推导出离散域  $H_\infty$  预见控制问题的完全解. Kojima 等<sup>[4]</sup> 推导了广义时滞  $H_\infty$  预见控制问题的解析解.

信息融合的主要思想是利用数学方法和技术工具综合不同源信息来得到高品质的有用信息<sup>[5]</sup>. Li 等<sup>[6]</sup> 提出了信息融合的基本方式、统一线性数据模型以及基于加权最小二乘估计、最佳线性无偏估计的统一最优融合规则. 周军等<sup>[7]</sup> 提出了线性信息的统一量测模型, 从信息量的角度提出了基于线性均方估计的最优融合规则, 并得出“利用的量测信息越多, 最优融合估计的信息量越大、精度越高”的重要结论. 王志胜等<sup>[8]</sup> 提出了离散线性定常最优控制问题的信息融合集中解法和序贯解法. 文献 [9–11] 基于非线性信息融合准则, 研究了离散非线性系统预见、预测控制问题的求解方法.

本文主要研究离散线性系统的有限时间预见控制问题. 基于线性信息融合估计理论, 推导出最优预见控制律及最优性能指标, 构建信息融合预见控制系统, 进一步讨论渐近特性和稳态误差问题, 并给出与传统预见控制的仿真比较.

### 1 预见控制问题描述

设受扰被控对象的离散状态方程和输出方程可表示为

$$\mathbf{x}(k+1) = A(k)\mathbf{x}(k) + B(k)\mathbf{u}(k) + E(k)\mathbf{d}(k) \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(k) = C(k)\mathbf{x}(k) \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{x}(k) \in \mathbf{R}^{n \times 1}$  为状态向量,  $\mathbf{y}(k) \in \mathbf{R}^{m \times 1}$  为输出向量,  $\mathbf{u}(k) \in \mathbf{R}^{r \times 1}$  为控制向量,  $\mathbf{d}(k) \in \mathbf{R}^{q \times 1}$  为干扰向量,  $A(k) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ,  $B(k) \in \mathbf{R}^{n \times r}$ ,  $C(k) \in \mathbf{R}^{m \times n}$ ,  $E(k) \in \mathbf{R}^{n \times q}$  为矩阵序列.

设系统 (1) 和 (2) 可控且可观测, 控制目的是使系统输出  $\mathbf{y}(k)$  能够跟踪期望轨迹  $\mathbf{r}(k)$ , 即求最优控制  $\mathbf{u}^*(k)$ , 使如下性能指标

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} [\|\mathbf{r}(k) - \mathbf{y}(k)\|_{Q(k)}^2 + \|\mathbf{u}(k)\|_{R(k)}^2]$$

为极小. 式中,  $Q(k) \in \mathbf{R}^{m \times m}$ ,  $R(k) \in \mathbf{R}^{r \times r}$  分别为对称半正定和对称正定权重矩阵. 根据最优性原理, 最优控制策略的子策略也是最优的. 假设期望轨迹的可预见时间范围为  $[k, k+k_f]$ , 系统干扰的可预见时间范围为  $[k, k+k_f-1]$ , 其中  $k_f$  为预见步数, 则上述最优跟踪控制问题可转化为求最优控制  $\mathbf{u}^*(k+j)$ , 使如下性能指标

$$J_k = \sum_{j=0}^{k_f} \left[ \|\mathbf{r}(k+j) - \mathbf{y}(k+j)\|_{Q(k+j)}^2 + \sum_{j=0}^{k_f-1} \|\mathbf{u}(k+j)\|_{R(k+j)}^2 \right] \quad (3)$$

为极小的有限时间最优预见控制问题.

### 2 信息融合估计解法

#### 2.1 最优预见控制律

**步骤 1.** 求逆时间方向的协状态序列  $\mathbf{x}(k+j)$ ,  $j = k_f, k_f-1, \dots, 1$  的最优融合滤波.

性能指标式 (3) 中, 系统期望轨迹的软约束信息表示为

$$\mathbf{r}(k+j) = \mathbf{y}(k+j) + \mathbf{m}(k+j) \quad (4)$$

收稿日期 2008-07-02 录用日期 2008-11-02

Manuscript received July 2, 2008; accepted November 2, 2008  
国家自然科学基金 (60874037), 教育部高等学校博士点科研基金 (20070287050), 江苏省普通高校研究生科研创新计划 (CX08B-091Z), 和南京航空航天大学博士学位论文创新与创优基金 (BCXJ08-06) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (60874037), Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (20070287050), Graduate Student Research Innovation Program of Jiangsu Province (CX08B-091Z), and Innovation and Excellence Foundation of Doctoral Dissertation of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics (BCXJ08-06)

1. 南京航空航天大学自动化学院 南京 210016  
1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016

式中,  $\mathbf{m}(k+j)$  是零均值、协方差为  $Q^{-1}(k+j)$  的白噪声. 式 (4) 结合系统输出方程式 (2), 得到  $\mathbf{r}(k+j)$  关于  $\mathbf{x}(k+j)$  的量测方程及信息量分别表示为

$$\mathbf{r}(k+j) = C(k+j)\mathbf{x}(k+j) + \mathbf{m}(k+j) \quad (5)$$

$$\mathbf{I}[\mathbf{r}(k+j)|\mathbf{x}(k+j)] = C^T(k+j)Q(k+j)C(k+j) \quad (6)$$

假设已经获得协状态融合估计  $\hat{\mathbf{x}}(k+j+1)$  及其信息量  $P^{-1}(k+j+1)$ , 则  $\hat{\mathbf{x}}(k+j+1)$  关于  $\mathbf{x}(k+j+1)$  的量测方程为

$$\hat{\mathbf{x}}(k+j+1) = \mathbf{x}(k+j+1) + \mathbf{w}(k+j+1) \quad (7)$$

式中,  $\mathbf{w}(k+j+1)$  是零均值、协方差为  $P(k+j+1)$  的白噪声. 性能指标式 (3) 中关于控制能量的软约束信息表示为

$$\mathbf{0} = \mathbf{u}(k+j) + \mathbf{n}(k+j) \quad (8)$$

式中,  $\mathbf{n}(k+j)$  是零均值、协方差为  $R^{-1}(k+j)$  的白噪声. 式 (7) 结合系统状态方程式 (1) 和式 (8) 后, 得到  $\hat{\mathbf{x}}(k+j+1)$  关于  $\mathbf{x}(k+j)$  的量测方程及信息量分别表示为

$$\hat{\mathbf{x}}(k+j+1) = A(k+j)\mathbf{x}(k+j) + B(k+j)[- \mathbf{n}(k+j)] + E(k+j)\mathbf{d}(k+j) + \mathbf{w}(k+j+1) \quad (9)$$

$$\mathbf{I}[\hat{\mathbf{x}}(k+j+1)|\mathbf{x}(k+j)] = A^T(k+j)[P(k+j+1)] + B(k+j)R^{-1}(k+j)B^T(k+j)^{-1}A(k+j) \quad (10)$$

根据线性信息融合估计定理<sup>[7]</sup>, 融合式 (5) 和式 (9) 所示的量测信息, 得到协状态序列的最优融合滤波方程为

$$\hat{\mathbf{x}}(k+j) = P(k+j)\{A^T(k+j)[P(k+j+1) + B(k+j)R^{-1}(k+j)B^T(k+j)]^{-1} \cdot [\hat{\mathbf{x}}(k+j+1) - E(k+j)\mathbf{d}(k+j)] + C^T(k+j)Q(k+j)\mathbf{r}(k+j)\} \quad (11)$$

$$P^{-1}(k+j) = C^T(k+j)Q(k+j)C(k+j) + A^T(k+j) \cdot [P(k+j+1) + B(k+j)R^{-1}(k+j) \cdot B^T(k+j)]^{-1}A(k+j) \quad (12)$$

由于预见步数为  $k_f$ , 因此,  $\hat{\mathbf{x}}(k+k_f+1) = \mathbf{0}$ ,  $P^{-1}(k+k_f+1) = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{d}(k+k_f) = \mathbf{0}$ . 于是协状态序列的融合滤波初值为

$$\hat{\mathbf{x}}(k+k_f) = P(k+k_f)C^T(k+k_f)Q(k+k_f)\mathbf{r}(k+k_f) \quad (13)$$

$$P^{-1}(k+k_f) = C^T(k+k_f)Q(k+k_f)C(k+k_f) \quad (14)$$

为避免  $P^{-1}(k+k_f)$  非奇异, 取

$$P^{-1}(k+k_f) = C^T(k+k_f)Q(k+k_f)C(k+k_f) + A^T(k+k_f) \cdot \left[ \frac{1}{\lambda} I_{n \times n} + B(k+k_f)R^{-1}(k+k_f)B^T(k+k_f) \right]^{-1} \cdot A(k+k_f) \quad (15)$$

式中,  $I_{n \times n}$  是  $n \times n$  维的单位阵,  $\lambda$  是足够小的正数, 称之为信息量初值系数.

**步骤 2.** 实际控制时, 每次仅求解  $k$  时刻控制量  $\mathbf{u}(k)$  的最优融合估计, 从而减小了计算量.

性能指标式 (3) 中控制能量软约束信息关于  $\mathbf{u}(k)$  的量测方程为

$$\mathbf{0} = \mathbf{u}(k) + \mathbf{n}(k) \quad (16)$$

及信息量为  $\mathbf{I}[\mathbf{0}|\mathbf{u}(k)] = R(k)$ .

通过式 (11)~(15) 的逆向滤波计算, 得到协状态融合估计  $\hat{\mathbf{x}}(k+1)$  及其信息量  $P^{-1}(k+1)$ . 进一步结合系统状态方程式 (1), 得到  $\hat{\mathbf{x}}(k+1)$  关于  $\mathbf{u}(k)$  的量测方程及信息量分别表示为

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = A(k)\mathbf{x}(k) + B(k)\mathbf{u}(k) + E(k)\mathbf{d}(k) + \mathbf{w}(k+1) \quad (17)$$

$$\mathbf{I}[\hat{\mathbf{x}}(k+1)|\mathbf{u}(k)] = B^T(k)P^{-1}(k+1)B(k) \quad (18)$$

式中  $\mathbf{w}(k+1)$  是零均值、协方差为  $P(k+1)$  的白噪声.

根据线性信息融合估计定理<sup>[7]</sup>, 融合式 (16) 和式 (17) 所示的量测信息, 得到  $\mathbf{u}(k)$  的最优融合估计为

$$\hat{\mathbf{u}}(k) = \hat{R}^{-1}(k)B^T(k)P^{-1}(k+1) \cdot [\hat{\mathbf{x}}(k+1) - A(k)\mathbf{x}(k) - E(k)\mathbf{d}(k)] \quad (19)$$

式中,  $\hat{R}(k) = R(k) + B^T(k)P^{-1}(k+1)B(k)$ .

## 2.2 最优预见性能指标

下面利用矩阵配方法, 容易将性能指标式 (3) 转化为

$$J_k = \mathbf{r}^T(k+k_f)Q(k+k_f)\mathbf{r}(k+k_f) - 2\mathbf{r}^T(k+k_f)Q(k+k_f)C(k+k_f)\mathbf{x}(k+k_f) + \mathbf{x}^T(k+k_f)C^T(k+k_f)Q(k+k_f)C(k+k_f) \cdot \mathbf{x}(k+k_f) + \sum_{j=0}^{k_f-1} [\|\mathbf{r}(k+j) - \mathbf{y}(k+j)\|_{Q(k+j)}^2 + \|\mathbf{u}(k+j)\|_{R(k+j)}^2] = \mathbf{x}^T(k)P^{-1}(k)\mathbf{x}(k) - 2[P^{-1}(k)\hat{\mathbf{x}}(k)]^T\mathbf{x}(k) + \mathbf{q}(k) + \sum_{j=0}^{k_f-1} \|\mathbf{u}(k+j) - \hat{\mathbf{u}}(k+j)\|_{\hat{R}(k+j)}^2 \quad (20)$$

式中,

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}(k+j) = P(k+j)\{A^T(k+j)[P(k+j+1) + B(k+j)R^{-1}(k+j)B^T(k+j)]^{-1} \cdot [\hat{\mathbf{x}}(k+j+1) - E(k+j)\mathbf{d}(k+j)] + C^T(k+j)Q(k+j)\mathbf{r}(k+j)\} \\ \hat{\mathbf{x}}(k+k_f) = P(k+k_f)C^T(k+k_f)Q(k+k_f)\mathbf{r}(k+k_f) \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} P^{-1}(k+j) = C^T(k+j)Q(k+j)C(k+j) + A^T(k+j)[P(k+j+1) + B(k+j) \cdot R^{-1}(k+j)B^T(k+j)]^{-1}A(k+j) \\ P^{-1}(k+k_f) = C^T(k+k_f)Q(k+k_f)C(k+k_f) \end{cases} \quad (22)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{q}(k+j) = \mathbf{q}(k+j+1) + \mathbf{r}^T(k+j)Q(k+j)\mathbf{r}(k+j) + \\ \mathbf{d}^T(k+j)E^T(k+j)P^{-1}(k+j+1) \cdot \\ [-2\hat{\mathbf{x}}(k+j+1) + E(k+j)\mathbf{d}(k+j)] - \\ [\hat{\mathbf{x}}(k+j+1) - E(k+j)\mathbf{d}(k+j)]^T \cdot \\ P^{-1}(k+j+1)B(k+j)\hat{R}^{-1}(k+j) \cdot \\ B^T(k+j)P^{-1}(k+j+1) \cdot \\ [\hat{\mathbf{x}}(k+j+1) - E(k+j)\mathbf{d}(k+j)] \\ \mathbf{q}(k+k_f) = \mathbf{r}^T(k+k_f)Q(k+k_f)\mathbf{r}(k+k_f) \end{array} \right. \quad (23)$$

将式(19)代入式(20), 经过整理得到最优性能指标为

$$\hat{J}_k = [\mathbf{x}(k) - 2\hat{\mathbf{x}}(k)]^T P^{-1}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{q}(k) \quad (24)$$

从式(24)可知, 在预见步数、期望轨迹、干扰预见值确知的情况下, 最优预见性能指标  $\hat{J}_k$  完全由权重矩阵  $Q(k)$ 、 $R(k)$  的取值来决定。

### 3 信息融合预见控制系统

根据式(11)进行递推计算, 并令

$$\tilde{P}(k+j) = P(k+j)A^T(k+j)[P(k+j+1) + B(k+j)R^{-1}(k+j)B^T(k+j)]^{-1}$$

则有

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k+1) &= \tilde{P}(k+1)[\hat{\mathbf{x}}(k+2) - E(k+1)\mathbf{d}(k+1)] + \\ &P(k+1)C^T(k+1)Q(k+1)\mathbf{r}(k+1) = \dots = \\ &\left( \prod_{i=1}^{k_f} \tilde{P}(k+i) \right) \hat{\mathbf{x}}(k+k_f+1) - \\ &\sum_{j=1}^{k_f} \left( \prod_{i=1}^j \tilde{P}(k+i) \right) [E(k+j)\mathbf{d}(k+j)] + \\ &\sum_{j=2}^{k_f} \left( \prod_{i=1}^{j-1} \tilde{P}(k+i) \right) [P(k+j)C^T(k+j) \cdot \\ &Q(k+j)\mathbf{r}(k+j)] + P(k+1)C^T(k+1)Q(k+1) \cdot \\ &\mathbf{r}(k+1) = \sum_{j=1}^{k_f-1} \left( -\prod_{i=1}^j \tilde{P}(k+i) \right) [E(k+j)\mathbf{d}(k+j)] + \\ &\sum_{j=2}^{k_f} \left( \prod_{i=1}^{j-1} \tilde{P}(k+i) \right) [P(k+j)C^T(k+j)Q(k+j) \cdot \\ &\mathbf{r}(k+j)] + P(k+1)C^T(k+1)Q(k+1)\mathbf{r}(k+1) \end{aligned} \quad (25)$$

将式(25)代入式(19), 得到最优控制律的另一种表达形式为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{u}} &= K_x(k)\mathbf{x}(k) + \sum_{j=1}^{k_f} [K_r(k+j)\mathbf{r}(k+j)] + \\ &\sum_{j=0}^{k_f-1} [K_d(k+j)\mathbf{d}(k+j)] \end{aligned} \quad (26)$$

式中,  $K_x(k)$  为状态反馈系数,  $K_r(k+j)$  为目标前馈系数,  $K_d(k+j)$  为干扰前馈系数, 且

$$K_x(k) = -\hat{R}^{-1}(k)B^T(k)P^{-1}(k+1)A(k) \quad (27)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_r(k+1) = \hat{R}^{-1}(k)B^T(k)C^T(k+1)Q(k+1) \\ K_r(k+j) = \hat{R}^{-1}(k)B^T(k)P^{-1}(k+1) \left( \prod_{i=1}^{j-1} \tilde{P}(k+i) \right) \cdot \\ [P(k+j)C^T(k+j)Q(k+j)], \\ j = 2, 3, \dots, k_f \end{array} \right. \quad (28)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_d(k) = -\hat{R}^{-1}(k)B^T(k)P^{-1}(k+1)E(k) \\ K_d(k+j) = -\hat{R}^{-1}(k)B^T(k)P^{-1}(k+1) \left( \prod_{i=1}^j \tilde{P}(k+i) \right) \cdot \\ E(k+j), \quad j = 1, 2, \dots, k_f - 1 \end{array} \right. \quad (29)$$

若最优控制律中不含如下预见前馈补偿项

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{u}}_f(k) &= \hat{R}^{-1}(k)B^T(k)P^{-1}(k+1)[\hat{\mathbf{x}}(k+1) - E(k)\mathbf{d}(k)] = \\ &\sum_{j=1}^{k_f} [K_r(k+j)\mathbf{r}(k+j)] + \sum_{j=0}^{k_f-1} [K_d(k+j)\mathbf{d}(k+j)] \end{aligned} \quad (30)$$

则性能指标成为

$$J'_k = \hat{J}_k + \sum_{j=0}^{k_f-1} \hat{\mathbf{u}}_f^T(k+j)\hat{R}(k+j)\hat{\mathbf{u}}_f(k+j) \quad (31)$$

由于  $\hat{R}(k+j) > 0$ , 因此  $J'_k > \hat{J}_k$ , 即说明预见前馈补偿控制有助于提高闭环系统的控制性能。

信息融合预见控制系统的结构如图1所示, 它是在全状态反馈最优控制系统的基础上, 附加了目标和干扰预见前馈补偿项, 其控制器结构要比传统预见控制<sup>[1]</sup>简单。由于预见控制器的反馈控制项与传统最优控制<sup>[12]</sup>的反馈控制项一致, 因此预见控制系统的稳定性与传统最优控制系统<sup>[12]</sup>的稳定性一致, 即当  $A(k)$ 、 $B(k)$ 、 $C(k)$ 、 $E(k)$ 、 $Q(k)$ 、 $R(k)$  均为定常矩阵, 且对于满足  $D^T D = C^T Q C$  的任何  $D$ , 矩阵对  $\{A, D\}$  可观测时, 该闭环系统是渐近稳定的。

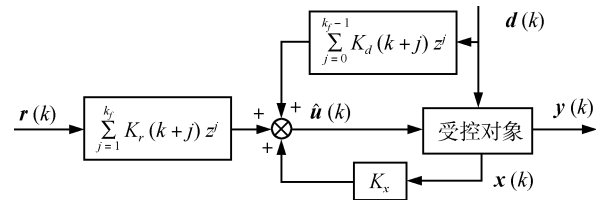


图1 信息融合预见控制系统

Fig.1 Information fusion preview control system

## 4 进一步讨论与分析

### 4.1 信息融合预见控制的渐近特性分析

下面研究当性能指标式(3)中控制输入项的权重趋于零时的最优预见控制的渐近特性。

#### 1) 协状态估计及其信息量的渐近值

当  $R(k+j) \rightarrow 0$  时, 由式 (22) 得出信息量的渐近值为

$$\begin{cases} P^{-1*}(k+j) = C^T(k+j)Q(k+j)C(k+j) \\ P^{-1*}(k+k_f) = C^T(k+k_f)Q(k+k_f)C(k+k_f) \end{cases} \quad (32)$$

由式 (21) 得出协状态估计的渐近值为

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}^*(k+j) = P^*(k+j)C^T(k+j)Q(k+j)\mathbf{r}(k+j) \\ \hat{\mathbf{x}}^*(k+k_f) = P^*(k+k_f)C^T(k+k_f)Q(k+k_f)\mathbf{r}(k+k_f) \end{cases} \quad (33)$$

2) 最优性能指标的渐近值

当  $R(k) \rightarrow 0$  时, 将式 (32) 和 (33) 代入式 (23), 有

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^*(k) &= \mathbf{q}^*(k+1) + \mathbf{r}^T(k)Q(k)\mathbf{r}(k) + \mathbf{d}^T(k)E^T(k)P^{-1*}(k+1) \cdot \\ & \quad [-2\hat{\mathbf{x}}^*(k+1) + E(k)\mathbf{d}(k)] - [\hat{\mathbf{x}}^*(k+1) - E(k)\mathbf{d}(k)]^T \cdot \\ & \quad P^{-1*}(k+1)B(k)[B^T(k)P^{-1*}(k+1)B(k)]^{-1} \cdot \\ & \quad B^T(k)P^{-1*}(k+1)[\hat{\mathbf{x}}^*(k+1) - E(k)\mathbf{d}(k)] = \\ & \quad \mathbf{q}^*(k+1) + \mathbf{r}^T(k)Q(k)\mathbf{r}(k) - (\hat{\mathbf{x}}^*(k+1))^T \cdot \\ & \quad P^{-1*}(k+1)\hat{\mathbf{x}}^*(k+1) = \mathbf{q}^*(k+1) + \\ & \quad \mathbf{r}^T(k)Q(k)\mathbf{r}(k) - \mathbf{r}^T(k+1)Q(k+1)\mathbf{r}(k+1) \end{aligned}$$

进一步递推计算后得到

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^*(k) &= \mathbf{q}^*(k+k_f) + \mathbf{r}^T(k)Q(k)\mathbf{r}(k) - \\ & \quad \mathbf{r}^T(k+k_f)Q(k+k_f)\mathbf{r}(k+k_f) = \\ & \quad \mathbf{r}^T(k)Q(k)\mathbf{r}(k) \end{aligned} \quad (34)$$

将式 (32) ~ (34) 代入式 (24), 得到最优性能指标的渐近值为

$$\begin{aligned} \hat{J}_k^* &= [\mathbf{x}(k) - 2\hat{\mathbf{x}}^*(k)]^T P^{-1*}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{q}^*(k) = \\ & \quad [\mathbf{x}^T(k)C^T(k) - 2\mathbf{r}^T(k)]Q(k)C(k)\mathbf{x}(k) + \\ & \quad \mathbf{r}^T(k)Q(k)\mathbf{r}(k) = \mathbf{r}^T(k)Q(k)\mathbf{r}(k) - \\ & \quad 2\mathbf{r}^T(k)Q(k)\mathbf{r}(k) + \mathbf{r}^T(k)Q(k)\mathbf{r}(k) = 0 \end{aligned}$$

这表明在  $R(k) \rightarrow 0$  的极限情况下, 信息融合预见控制的最优性能指标  $\hat{J}_k^*$  趋近于零。

3) 状态反馈系数、目标和干扰前馈系数的渐近值

对于系统 (1) 和 (2), 假设  $[C(k+1)B(k)]^{-1}$  存在。当  $R(k) \rightarrow 0$  时, 由式 (27) 得出状态反馈系数的渐近值为

$$\begin{aligned} K_x^*(k) &= -[B^T(k)P^{-1*}(k+1)B(k)]^{-1}B^T(k)P^{-1*}(k+1) \cdot \\ & \quad A(k) = -[C(k+1)B(k)]^{-1}C(k+1)A(k) \end{aligned} \quad (35)$$

由式 (30) 得到预见前馈补偿项的渐近值为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{u}}_f^*(k) &= [B^T(k)P^{-1*}(k+1)B(k)]^{-1} \cdot \\ & \quad \{B^T(k)P^{-1*}(k+1)[\hat{\mathbf{x}}^*(k+1) - E(k+1)\mathbf{d}(k)]\} = \\ & \quad [C(k+1)B(k)]^{-1}C(k+1)[\hat{\mathbf{x}}^*(k+1) - E(k+1)\mathbf{d}(k)] = \\ & \quad [C(k+1)B(k)]^{-1}[\mathbf{r}(k+1) - C(k+1)E(k)\mathbf{d}(k)] \end{aligned}$$

因此, 目标前馈系数的渐近值为

$$\begin{cases} K_r^*(k+1) = [C(k+1)B(k)]^{-1} \\ K_r^*(k+j) = 0, \quad j = 2, 3, \dots, k_f \end{cases} \quad (36)$$

干扰前馈系数的渐近值为

$$\begin{cases} K_d^*(k) = -[C(k+1)B(k)]^{-1}C(k+1)E(k) \\ K_d^*(k+j) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, k_f - 1 \end{cases} \quad (37)$$

4) 脉冲传递函数阵的渐近值

假设系统初始状态为零, 将式 (26) 所示的最优控制律代入系统动态方程 (1) 和 (2), 并进行  $Z$  变换, 得到系统输出与目标值之间的脉冲传递函数阵为

$$\begin{aligned} T_r(z) &= C(k)[zI - A(k) - B(k)K_x(k)]^{-1} \cdot \\ & \quad \left[ B(k) \sum_{j=1}^{k_f} K_r(k+j)z^j \right] \end{aligned} \quad (38)$$

系统输出与干扰之间的脉冲传递函数阵为

$$\begin{aligned} T_d(z) &= C(k)[zI - A(k) - B(k)K_x(k)]^{-1} \cdot \\ & \quad \left[ B(k) \sum_{j=0}^{k_f-1} K_d(k+j)z^j + E(k) \right] \end{aligned} \quad (39)$$

当  $R(k) \rightarrow 0$  时, 将式 (35) ~ (37) 代入式 (38) 和 (39), 得到  $T_r(z)$  和  $T_d(z)$  的渐近值分别为

$$T_r^*(z) = C(k)[zI - L(k)]^{-1}B(k)[C(k+1)B(k)]^{-1}z \quad (40)$$

$$\begin{aligned} T_d^*(z) &= -C(k)[zI - L(k)]^{-1}B(k)[C(k+1)B(k)]^{-1} \cdot \\ & \quad C(k+1)E(k) + C(k)[zI - L(k)]^{-1}E(k) = 0 \end{aligned} \quad (41)$$

式中,  $L(k) = A(k) - B(k)[C(k+1)B(k)]^{-1}C(k+1)A(k)$ 。若  $C(k)$  为定常矩阵, 则  $T_r^*(z) = I$ 。因此, 在控制无约束情况下, 信息融合预见控制系统能够消除跟踪误差且使干扰输入的影响减小到零。

通过比较得出, 对于线性定常系统, 信息融合预见控制的最优性能指标、状态反馈系数、预见前馈系数以及脉冲传递函数阵的渐近值均与传统预见控制<sup>[1]</sup>的渐近值相同。

#### 4.2 定常期望输出下的稳态误差分析

预见控制系统闭环输出的稳态误差除了与系统本身结构和参数有关外, 还与输入序列有关。由式 (38) 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(z) &= C(k)[zI - A(k) - B(k)K_x(k)]^{-1} \cdot \\ & \quad \left[ B(k) \sum_{j=1}^{k_f} K_r(k+j)z^j \right] \mathbf{r}(z) \end{aligned} \quad (42)$$

则根据终值定理, 目标值信号单独作用下的稳态误差为

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_r(\infty) &= \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1})[\mathbf{r}(z) - \mathbf{y}(z)] = \\ & \quad \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1})\{I - C(k)[zI - A(k) - B(k)K_x(k)]^{-1} \cdot \\ & \quad B(k) \sum_{j=1}^{k_f} [K_r(k+j)z^j]\} \mathbf{r}(z) \end{aligned} \quad (43)$$

假设期望轨迹  $\mathbf{r}(k) = \mathbf{R}_0$ , 则式 (43) 改写为

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_r(\infty) &= \mathbf{R}_0 - C(k)[I - A(k) - B(k)K_x(k)]^{-1} \cdot \\ & \quad B(k) \sum_{j=1}^{k_f} [K_r(k+j)] \mathbf{R}_0 \end{aligned} \quad (44)$$

同理, 定常干扰  $d(k) = D_0$  单独作用下的稳态误差为

$$e_d(\infty) = -C(k)[I - A(k) - B(k)K_x(k)]^{-1} \cdot \left\{ B(k) \sum_{j=0}^{k_f-1} [K_d(k+j)] + E(k) \right\} D_0 \quad (45)$$

根据线性系统叠加原理, 总的稳态误差为

$$e(\infty) = e_r(\infty) + e_d(\infty) = R_0 - C(k)[I - A(k) - B(k)K_x(k)]^{-1} \left\{ B(k) \sum_{j=1}^{k_f} K_r(k+j)R_0 + B(k) \sum_{j=0}^{k_f-1} K_d(k+j)D_0 + E(k)D_0 \right\} \quad (46)$$

由式 (46) 可知, 预见闭环系统的稳态误差是  $K_x$ 、 $K_r$ 、 $K_d$  的函数, 而它们都由  $k_f$ 、 $Q$ 、 $R$  完全确定. 因此, 如何使预见闭环系统的稳态误差为极小的问题, 可描述为: 在满足控制约束条件下, 设计特定的  $k_f$ 、 $Q$ 、 $R$ , 使稳态误差  $\|e(\infty)\|$  达到极小. 上述问题可称为预见控制系统设计的逆问题, 可以采用智能优化算法或梯度法来迭代求解.

### 5 仿真研究

考虑如下线性直流无刷电机系统<sup>[1]</sup>

$$\begin{bmatrix} \dot{s}(t) \\ \dot{v}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -D/M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s(t) \\ v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_F/M \end{bmatrix} i_R(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/M \end{bmatrix} d(t)$$

该系统是电流输入型的, 把驱动回路的平均电流作为系统的控制输入, 状态量取为  $s$  (位置) 和  $v$  (速度), 其中, 可动部分质量  $M = 1.82 \text{ kg}$ , 摩擦系数  $D = 3.48 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}$ , 推力系数  $K_F = 3.8 \text{ N}/\text{A}$ . 按采样周期  $t_s = 0.001 \text{ s}$ , 将状态方程离散化, 有

$$\begin{bmatrix} s(k+1) \\ v(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 9.96 \times 10^{-4} \\ 0 & 9.91 \times 10^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s(k) \\ v(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4.74 \times 10^{-6} \\ 9.46 \times 10^{-3} \end{bmatrix} i_R(k) + \begin{bmatrix} -1.25 \times 10^{-6} \\ -2.49 \times 10^{-3} \end{bmatrix} d(k)$$

在仿真中, 目标信号给定为  $r(t) = 0.1(t)$ , 干扰输入信号为  $d(t) = 1(t)$ , 为考察预见步数、权重矩阵对系统控制性能的影响, 设置如下 3 组参数进行仿真实验:

- 1)  $k_f = 10, Q = 10^5, R = 1$ ;
- 2)  $k_f = 100, Q = 10^5, R = 1$ ;
- 3)  $k_f = 100, Q = 10^3, R = 1$ .

图 2~4 分别表示参数组合取 1)~3) 时系统的定常期望轨迹跟踪响应结果. 图 5 表示性能指标  $J$  与预见步数  $k_f$  之间的关系曲线. 图 6 表示性能指标  $J$  与信息量初值系数  $\lambda$  之间的关系曲线.

从定常期望轨迹跟踪问题的仿真结果可知:

1) 预见步数的增加基本不影响传统预见控制<sup>[1]</sup>下的系统跟踪性能, 但能提高信息融合预见控制下的系统响应速度、减小稳态跟踪误差并趋于零, 且在系统动态调节过程中, 信息融合预见控制下的控制电流要小很多, 如图 2 和图 3 所示. 因此, 综合动态误差、稳态误差和能量消耗等方面来看, 信息融合预见控制要稍优于传统预见控制.

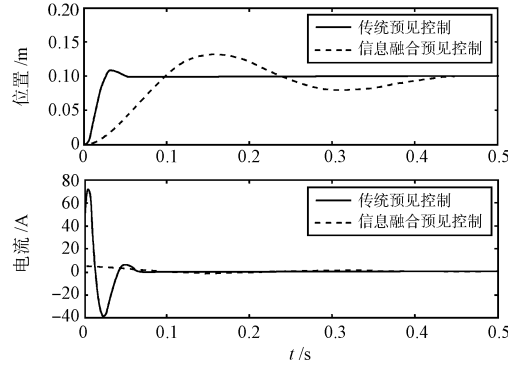


图 2 参数设置为 1) 时的系统跟踪响应  
Fig. 2 System tracking responses under parameters setting 1)

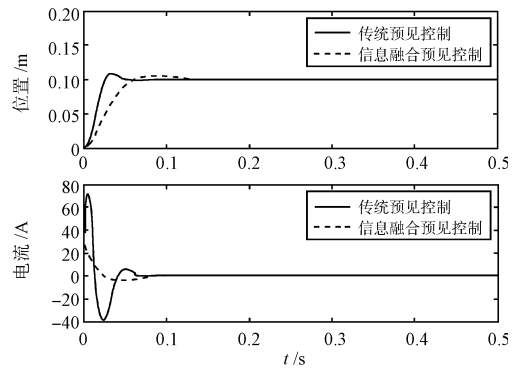


图 3 参数设置为 2) 时的系统跟踪响应  
Fig. 3 System tracking responses under parameters setting 2)

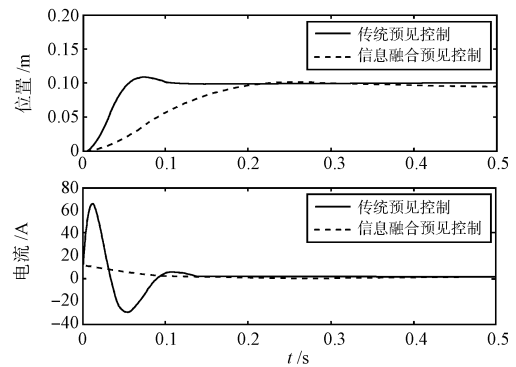


图 4 参数设置为 3) 时的系统跟踪响应  
Fig. 4 System tracking responses under parameters setting 3)

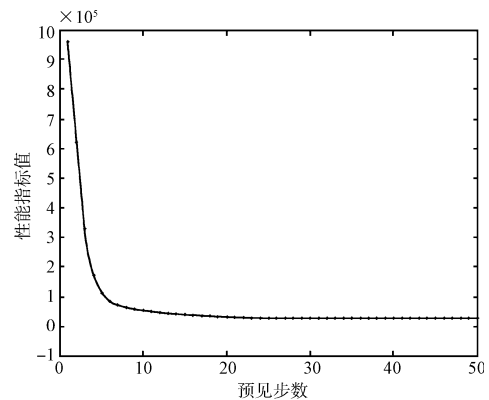


图 5 性能指标与预见步数的关系  
Fig. 5 Relation between performance index and preview steps

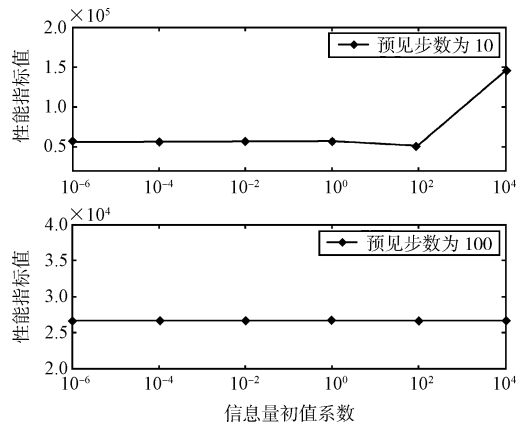


图 6 性能指标与信息量初值系数的关系

Fig. 6 Relation between performance index and initial value coefficient of information weight

2) 增加权重矩阵  $Q$  能够较明显地提高系统跟踪性能, 但同时也增加了控制能量的消耗, 如图 3 和图 4 所示. 因此, 加权矩阵的选取需要充分考虑控制受限问题.

3) 随着预见步数的逐渐增加, 性能指标迅速减小并趋于定值, 如图 5 所示, 说明较近的未来信息对提高控制性能的作用较大, 而较远的未来信息的作用较小.

4) 在预见步数达到足够大时, 信息量初值系数对控制性能的影响甚微, 如图 6 所示. 实质上, 从估计角度分析, 协状态滤波稳定时, 协状态最优融合估计与滤波初值的选取无关.

## 6 结束语

利用信息融合估计方法, 研究了线性预见控制问题, 求解出最优预见控制律, 推导过程简洁且物理意义明确. 构建了信息融合预见控制系统, 其控制结构比传统预见控制结构<sup>[1]</sup>简单. 由信息融合预见控制的渐近特性分析得出, 在控制无约束情况下, 最优预见性能指标趋近于零, 即完全消除干扰的影响, 达到无静差跟踪. 仿真研究得出, 利用的未来信息足够多时, 跟踪控制的性能指标与信息量初值选取无关, 且以更小的能量消耗就能达到与传统预见控制相当的稳态跟踪精度.

然而, 在控制受限情形下如何选择权重矩阵使稳态跟踪误差极小, 在预见信息不充足时如何有效提高其控制性能等问题有待进一步研究解决.

## References

- 1 Takeshi T, Tadashi E [Author], Liao Fu-Cheng [Translator]. *Newest Auto Control Technique — Digital Preview Control*. Beijing: Science and Technology Press, 1994 (Takeshi T, Tadashi E [著], 廖福成 [译]. 最新自动控制技术 - 数字预见控制. 北京: 北京科学技术出版社, 1994)
- 2 Moelja A A, Meinsma G.  $H_2$  control system of preview systems. *Automatica*, 2006, **42**(6): 945–952
- 3 Tadmor G, Mirkin L.  $H_\infty$  control and estimation with preview — part II: fixed-size ARE solutions in discrete time. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, **50**(1): 29–40
- 4 Kojima A, Ishijima S. Formulas on preview and delayed  $H_\infty$  control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, **51**(12): 1920–1937
- 5 Pan Quan, Yu Xin, Cheng Yong-Mei, Zhang Hong-Cai. Essential methods and progress of information fusion theory.

*Acta Automatica Sinica*, 2003, **29**(4): 599–615

(潘泉, 于昕, 程咏梅, 张洪才. 信息融合理论的基本方法与进展. 自动化学报, 2003, **29**(4): 599–615)

- 6 Li X R, Zhu Y M, Wang J, Han C Z. Optimal linear estimation fusion — part I: unified fusion rules. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2003, **49**(9): 2192–2208
- 7 Zhou Jun, Wang Zhi-Sheng, Zhou Feng-Qi. The theory of multi-sensor system data fusion based on linear least estimation. *Journal of Astronautics*, 2003, **24**(4): 364–367 (周军, 王志胜, 周凤岐. 基于线性均方估计的数据融合理论. 宇航学报, 2003, **24**(4): 364–367)
- 8 Wang Zhi-Sheng, Wang Dao-Bo. Optimal control with ideal control strategy and expected trajectory. *Control and Decision*, 2006, **21**(1): 100–103 (王志胜, 王道波. 含理想控制策略和期望轨道的最优控制. 控制与决策, 2006, **21**(1): 100–103)
- 9 Wang Z S, Wang D B, Zhen Z Y. Primary exploration of nonlinear information fusion control theory. *Science in China Series F: Information Sciences*, 2007, **50**(5): 686–696
- 10 Wang Zhi-Sheng. Information fusion optimal preview control for nonlinear discrete system. *Control and Decision*, 2008, **23**(4): 397–402 (王志胜. 非线性离散系统的信息融合最优预见控制. 控制与决策, 2008, **23**(4): 397–402)
- 11 Zhen Zi-Yang, Wang Zhi-Sheng, Wang Dao-Bo. Predictive control based on information fusion optimal estimation for nonlinear discrete system. *Acta Automatica Sinica*, 2008, **34**(3): 331–336 (甄子洋, 王志胜, 王道波. 基于信息融合最优估计的非线性离散系统预测控制. 自动化学报, 2008, **34**(3): 331–336)
- 12 Hu Shou-Song, Wang Zhi-Quan, Hu Wei-Li. *Optimal Control Theory and Systems (Second Edition)*. Beijing: Science Press, 2005. 197–220 (胡寿松, 王执铨, 胡维礼. 最优控制理论与系统 (第二版). 北京: 科学出版社, 2005. 197–220)

甄子洋 南京航空航天大学自动化学院博士研究生. 主要研究方向为信息融合估计与控制、无人机飞行控制、计算智能. 本文通信作者.

E-mail: zhenziyang@nuaa.edu.cn

(ZHEN Zi-Yang Ph. D. candidate at the College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. His research interest covers information fusion estimation and control, UAV flight control, and computational intelligence. Corresponding author of this paper.)

王志胜 南京航空航天大学自动化学院副教授. 主要研究方向为无人机飞行控制、信息融合. E-mail: wangzhisheng@nuaa.edu.cn

(WANG Zhi-Sheng Associate professor at the College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. His research interest covers UAV flight control and information fusion.)

王道波 南京航空航天大学自动化学院教授. 主要研究方向为无人机飞行控制、机电模拟. E-mail: dbwangpe@nuaa.edu.cn

(WANG Dao-Bo Professor at the College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. His research interest covers UAV flight control and electromechanical analogy.)