

边坡和坝基抗滑稳定分析的三维矢量和法及其 工程应用

郭明伟, 葛修润, 李春光, 王水林, 邓 琴

(中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071)

摘要: 在二维矢量和法的基础上提出三维矢量和法中整体下滑趋势方向的确定方法, 需首先计算整体下滑方向的初值, 然后进行投影计算得到其整体下滑趋势方向及矢量和法安全系数。运用该方法对几个三维边坡算例进行分析, 结果表明矢量和法安全系数与三维极限平衡法结果基本一致, 且对于滑移面单元尺寸不敏感。最后, 以三峡大坝 26[#]坝段抗滑稳定性分析为工程实例, 针对通过详细勘察而指定的 4 种滑移面进行平面矢量和分析及三维矢量和法分析, 结果表明三维矢量和法分析结果均较二维矢量和法结果要大, 且深层滑移面得到的安全系数比浅层滑移面稍大, 其抗滑安全系数远大于 1.0, 说明坝基是安全的。该方法具有明确的物理和力学意义, 只需一次弹性或弹塑性数值计算, 不需过多的人为假设, 即可得到三维矢量和法安全系数。该方法具有三维极限平衡法及强度折减法无法相比的优势, 计算过程简单, 便于在工程实践中运用。

关键词: 边坡工程; 矢量和法; 边坡稳定分析; 整体下滑趋势方向; 极限平衡法

中图分类号: P 641

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2010)01 - 0008 - 13

THREE-DIMENSIONAL VECTOR SUM METHOD EMPLOYED IN SLOPE AND DAM FOUNDATION STABILITY ANALYSES AND ITS APPLICATIONS TO PRACTICAL ENGINEERING

GUO Mingwei, GE Xiurun, LI Chunguang, WANG Shuilin, DENG Qin

(State Key Laboratory of Rock and Soil Mechanics, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China)

Abstract: Based on two-dimensional vector sum method(VSM), the determination of the whole sliding direction of slope with 3D vector sum method is put forward; and initial sliding direction can be obtained by current stress state. Then the whole sliding direction and the factor of safety with this method is solved. This method is used in several 3D examples; and the results demonstrate that the factors of safety are in good agreement with that of the limit equilibrium method, and the results are not sensitive to element sizes of the slip surfaces. Finally, this new method is applied to the foundation stability analysis of dam section No.26 in the Three Gorges Project. Four slip paths designated through detailed investigation are analyzed with the plane vector sum method and the 3D vector sum method. The calculating results with the 3D vector sum method show that the factors of safety with the 3D vector sum method are larger than that with the 2D method; and the factor of safety of the deep slip paths is larger than the shallow ones, greater than 1.0. Therefore, the dam section No.26 under the current loads in the Three Gorges Project is safe. This new method is clear in physics and mechanics, and only one time elastic calculation or elastoplastic calculation, and the 3D factor of safety of potential sliding mass can be achieved without too many artificial assumptions. The process of this new analysis method is simple and easy to use in practical engineering

收稿日期: 2009 - 07 - 03; **修回日期:** 2009 - 09 - 14

基金项目: 中国科学院知识创新工程重要方向资助项目(kzcx2 - yw - 151); 国家自然科学基金资助项目(50804044, 40802077)

作者简介: 郭明伟(1981 -), 男, 2005 年毕业于华北水利水电学院岩土工程专业, 现为博士研究生, 主要从事边坡稳定性分析等方面的研究工作。
E-mail: guomingwei2001@163.com

projects.

Key words: slope engineering; vector sum method(VSM); slope stability analysis; whole sliding direction; limit equilibrium method

1 引 言

边坡稳定分析一直是岩土工程中的一个重要研究领域, 到目前为止, 不同的假定已形成了多种不同的分析方法。边坡的稳定性状态关系到边坡体的整体安全性, 极为重要, 而其稳定性状态通常是依据它的抗滑安全系数及最危险滑动面来确定的。抗滑安全系数与其最危险滑动面是彼此对应的, 即运用一种安全系数定义就可以搜索出相应的最危险滑动面。如果要计算抗滑安全系数, 首先就要给出安全系数的定义。目前工程上通常使用的边坡稳定性分析方法大致可分为以下三类:

(1) 第一类是基于强度储备安全系数定义的分析方法, 即一般通过对岩土体材料的强度参数黏聚力 c 和摩擦因数 $\tan \varphi$ 进行折减, 每折减一次就进行一次相应的计算分析, 使其强度逐渐降低, 直至所研究对象达到临界状态, 这时折减的系数 k 认为就是边坡或坝基的抗滑安全系数。显然, 这样求出的安全系数 k 具有“材料强度储备系数”的意义^[1], 传统的极限平衡法和有限元强度折减法就是基于此定义下的分析方法。

(2) 第二类是基于超载安全系数定义下的分析方法, 即将外部荷载增大 k 倍, 每取一个 k 值就进行一次分析, 并使 k 逐渐增大, 直至 k 达到某临界值, 边坡体或坝基出现了连通的滑裂面或不能进行计算分析为止, 这时 k 就为其抗滑安全系数。边坡和坝基的极限分析及工程设计中采用的传递系数法就是基于此安全系数定义的分析方法。

(3) 第三类是滑动面应力分析的有限元法, 即在边坡中, 定义一个潜在滑动面, 根据有限元得到其应力水平, 然后根据加权平均的原则定义安全系数^[2]。这类分析方法中安全系数大致有如下 3 种定义: 基于应力水平的, 基于剪应力的和基于应力水平加权强度的定义法。这 3 种定义中, 安全系数的计算只是对抗滑力和下滑力进行简单的求代数和。

在上述方法中, 最常用的就是极限平衡法和有限元强度折减法, 极限平衡法就是把潜在滑体作为一个刚体看待, 利用莫尔-库仑破坏准则和静力平衡条件, 通过分析边坡或坝基在破坏那一时刻的力的平衡来求得问题的解。由于问题是非静定的, 必

须引入各种不同的简化假设从而使问题变为静定解, 因此形成了各种极限平衡分析方法, 这些方法都是围绕对条块界面上作用力的大小、方向、作用点等种种不同的假设而形成的。近年来不同的极限平衡法也由二维问题相应的扩展到了三维问题, 甚至提出了三维准严格、无条分 and 严格极限平衡法^[3, 4]。极限平衡法安全系数对于圆弧形潜在滑移面或直线型滑移面具有明确的物理意义, 即满足力的平衡和(或)力矩的平衡, 但对于任意形状的潜在滑移面, 安全系数只表示抗滑力和下滑力沿潜在滑移面的代数和比值, 其物理意义不明确。同样有限元强度折减法安全系数也存在这方面问题: 岩土体强度参数黏聚力 c 和摩擦因数 $\tan \varphi$ 按同一系数 F 进行折减是否合理有待商榷; 对此, 康芬等^[5, 6]提出了对于不同土性的边坡, 材料强度参数黏聚力 c 和摩擦因数 $\tan \varphi$ 应以不同的方式进行折减, 这样才能更合理的评价边坡的稳定性状态。同时折减只是人为的假定, 由此得到的安全系数其物理意义更加模糊。郑宏等^[7]已经证明, 在对强度参数进行折减的同时必须对泊松比 μ 也要做相应的调整才能得到合理的分析结果。超载分析方法中沿着不同的方向增大外载, 计算体系所受的合外力的大小和方向必然不同, 其超载系数即安全系数也必然不同, 这种分析方法的安全系数具有明显的方向性。前两类分析方法都是对边坡或坝基真实应力的人为假定, 在此基础上计算的安全系数并不能真正地反映边坡与坝基在现实状态下的安全性。因此, 这两类分析方法中安全系数定义的物理或力学意义还有待于更进一步的探讨。

与前两类分析方法不同, 第三类分析方法是基于滑动面应力分析的有限元法, 它是基于边坡真实应力基础上的分析方法, 但是其安全系数的定义也仅仅是抗滑力与下滑力简单的代数和比值, 对于任意形状的潜在滑动面物理意义不明确。基于力的矢量特征, 葛修润等^[8, 9]提出了矢量和分析方法, 即根据潜在滑动面上抗滑力和下滑力均为矢量的和, 分别在主滑方向上投影的比值就为矢量和法安全系数, 近年来又得到了进一步发展^[10~13]。本文是在二维矢量和分析的基础上向三维分析的扩展, 通过三维边坡算例及工程实例的分析, 表明了该方法在三维稳定性分析中的可行性和实用性, 同时也突出了

其在三维抗滑稳定分析中的优势，即计算过程简单，物理力学意义明确。

2 三维矢量和分析方法

矢量和分析方法是基于力的矢量特征，以边坡或坝基的整体稳定性为研究对象的分析方法。该方法与基于超载安全系数及强度折减安全系数定义的分析方法不同，而是基于边坡在当前荷载下的真实应力分布状态和沿潜在滑移面整体下滑趋势方向上的分析方法，相应的安全系数称为矢量和法安全系数，其定义为潜在滑动面上所能提供的极限抗滑合力矢与作用在潜在滑动面上下滑合力矢分别在整体下滑趋势方向上投影的比值。最经典抗滑安全系数的概念和定义是：坡体在受各种荷载(包括自重)作用条件下，潜在滑动面所能提供的极限抗滑力的“总和”与作用在潜在滑动面上下滑力的“总和”之比。这样的定义是非常直观和朴实的。三维问题矢量和分析方法是基于力的矢量特征并建立在当前条件下研究对象的应力状态是已知的基础上的，郭明伟等^[13]已给出了二维矢量和分析方法的公式推导过程，三维矢量和法是二维矢量和分析法向三维问题的扩展，下面将简要给出三维矢量和法安全系数的公式推导过程。

2.1 三维矢量和法安全系数矢量表达式推导

矢量和法安全系数定义：坡体潜在滑动面上所能提供的极限抗滑合力矢与作用在潜在滑动面上下滑合力矢分别在整体下滑趋势方向上的投影的比值，也可表示为潜在滑移面上总抗滑能力 R (与极限下滑能力大小相等，方向相反) 与总下滑能力 T 的比值。图 1 中 σ_s , σ_τ , σ_n 为滑体上点 A 对基岩的一组作用力 (\hat{d} 为整体下滑趋势方向的单位矢量, S 为潜在滑移面, t_1, t_2, n 为滑面上 A 点的局部坐标系), 分别对应为潜在滑移面上点 A 的应力矢量、剪应力、法向应力, 可分别表示为

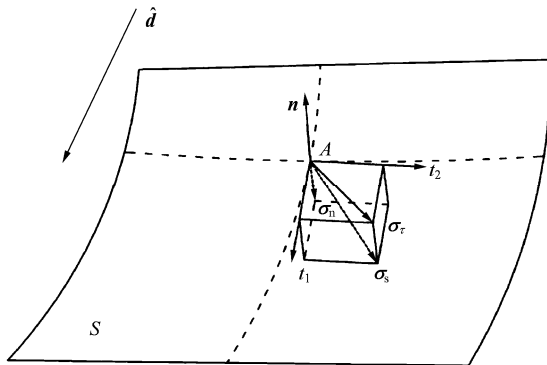


图 1 潜在滑移面上任一点受力示意图

Fig.1 Stress state of any point on potential sliding surface

$$\sigma_s = \sigma \cdot \hat{n} \tag{1}$$

$$\sigma_n = (\sigma_s \cdot \hat{n}) \hat{n} \tag{2}$$

$$\sigma_\tau = \sigma_s - \sigma_n \tag{3}$$

式中： σ 为该点的应力张量， \hat{n} 为该点切平面的单位法线(指向滑体外侧为正)。

基岩上与点 A 对应的点 A' 作用于滑体的法向反作用力 σ'_n 为

$$\sigma'_n = -\sigma_n \tag{4}$$

为方便公式推导，这里应力采用拉正压负的约定。矢量和法安全系数可表达为

$$K_{vs} = \frac{R}{T} \tag{5}$$

式中： R 为作用在 S 面上总抗滑力对整个潜在滑体下滑趋势方向 \hat{d} 上的投影； T 为作用在 S 面上总滑动力在潜在滑体下滑趋势方向 \hat{d} 上的投影，它们分别为

$$R = \int_S \sigma'_s \cdot (-\hat{d}) dS \tag{6}$$

$$T = \int_S (\sigma_s \cdot \hat{d}) dS \tag{7}$$

式(6)中极限抗滑应力矢量 σ'_s 为

$$\sigma'_s = \sigma'_\tau + \sigma'_n \tag{8}$$

若采用莫尔 - 库仑强度准则，则极限抗滑剪应力 σ'_τ 为

$$\sigma'_\tau = (c - \sigma_n \tan \varphi) \hat{d}_r \tag{9}$$

式中： \hat{d}_r 为 dS 面上单位极限抗滑剪应力方向(单位矢量)， c 为黏聚力， φ 为内摩擦角。

2.2 极限抗滑剪应力方向的确定方法及依据

本文提出的单位极限抗滑剪应力方向 \hat{d}_r 的确定方法为整体下滑趋势方向 \hat{d} 在点 A 切平面上投影方向的反方向，它是一单位矢量。潘家铮^[1]提出了一个最大最小值原理。此原理表述如下：滑坡体如能沿许多个滑移面滑动，则失稳时它将沿抵抗力最小的一个滑移面滑动；当滑移面确定时，滑坡体内的内力会自行调整，以发挥最大的抗滑能力。陈祖煜^[14]论证了最大最小值原理。根据潘氏原理，对于固定滑移面，为了使滑移面上的抗滑能力发挥最大，滑移面上各点抗滑剪应力方向应取为整体下滑趋势方向在该点切平面上投影方向的反方向。可简要证明如下：

(1) 为了发挥最大抗滑能力，应使得滑移面上

任意点处最大抗剪力在整体下滑趋势方向上达到最大, 即

$$f(\hat{\mathbf{d}}_r) = \int_S (c - \sigma_n \tan \varphi) \hat{\mathbf{d}}_r \cdot (-\hat{\mathbf{d}}) dS = \int_S (c - \sigma_n \tan \varphi) \hat{\mathbf{d}}_r \cdot (-\hat{\mathbf{d}}) ds \quad (10)$$

(2) 对于潜在滑移面上的一点, 假设法向应力不变, 由莫尔-库仑准则知 $c - \sigma_n \tan \varphi$ 为定值, 所以 $\max(f(\hat{\mathbf{d}}_r))$ 相当于求 $\max(\hat{\mathbf{d}}_r \cdot (-\hat{\mathbf{d}}))$ 。如图 2 所示, 则 $(\hat{\mathbf{d}}_r \cdot (-\hat{\mathbf{d}}))$ 可以表达为

$$\hat{\mathbf{d}}_r \cdot (-\hat{\mathbf{d}}) = \|\hat{\mathbf{d}}\| \|\hat{\mathbf{d}}_r\| \cos \gamma = \cos \alpha \cos \beta \quad (11)$$

式中: α 为 $\hat{\mathbf{d}}$ 与点 B 切平面之间的夹角; β 为 $\hat{\mathbf{d}}$ 在切平面上投影方向的反方向与 $\hat{\mathbf{d}}_r$ 之间的夹角, γ 为 $\hat{\mathbf{d}}$ 的反方向与 $\hat{\mathbf{d}}_r$ 之间的夹角。

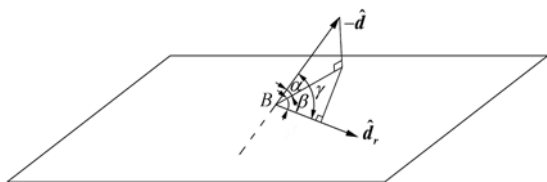


图 2 滑移面上点 B 处抗滑剪应力矢量示意图
Fig.2 Sketch of anti-sliding shear stress at point B

式(11)中 α 为常量, 所以 $(\hat{\mathbf{d}}_r \cdot (-\hat{\mathbf{d}}))$ 最大值应为

$$[\hat{\mathbf{d}}_r \cdot (-\hat{\mathbf{d}})]_{\max} = \cos \alpha \quad (12)$$

当且仅当 $\beta = 0$ 时式(12)成立, 所以只有当滑移面上各点抗滑剪应力方向取为整体下滑趋势方向在该点切平面上投影方向的反方向时, 才能使得整个滑裂面发挥最大的抗滑能力。

2.3 潜在滑体整体下滑趋势方向 $\hat{\mathbf{d}}$ 的确定

在潜在滑移面上, 任一点都存在极限抗滑剪应力, 基于“静摩擦力的方向总与物体间相对滑动趋势的方向相反”的原理, 定义潜在滑移面上所有点的极限抗滑剪力的合力矢方向的反方向为整体下滑趋势方向, 可表达为

$$\hat{\mathbf{d}} = \frac{-\int_S (c - \sigma_n \tan \varphi) \hat{\mathbf{d}}_r dS}{\left\| \int_S (c - \sigma_n \tan \varphi) \hat{\mathbf{d}}_r dS \right\|} \quad (13)$$

滑移面上任意点的抗滑剪应力方向由整体下滑趋势方向在其切平面上投影方向的反方向确定, 而整体下滑趋势方向的求解则需已知各点的极限抗滑剪应力方向。它们之间存在隐式关系, 通过分析可把当前应力状态下边坡潜在滑动面上各 dS 面上剪力的合力矢方向作为整体下滑趋势方向的初值, 即

$$\hat{\mathbf{d}}_0 = \frac{\int_S \sigma_r dS}{\left\| \int_S \sigma_r dS \right\|} \quad (14)$$

式中: $\hat{\mathbf{d}}_0$ 为整体下滑趋势方向的初始单位矢量。

由 $\hat{\mathbf{d}}_0$ 可求得每一 ΔS 面上的 $\hat{\mathbf{d}}_r$, 代入式(13)则可得到 $\hat{\mathbf{d}}$, 即整体下滑趋势方向。根据式(5)~(7)可以得出三维问题的矢量和法抗滑安全系数 K_{VS} 。

2.4 三维矢量和法分析过程

对于任意一个边坡或坝基, 在当前应力状态及岩土体材料参数已知的条件下, 总可以通过矢量和法得到研究对象的矢量和法安全系数。由三维矢量和法理论可知, 该方法具有概念清晰、易于编程等优点。图 3 为三维矢量和法程序实现过程。

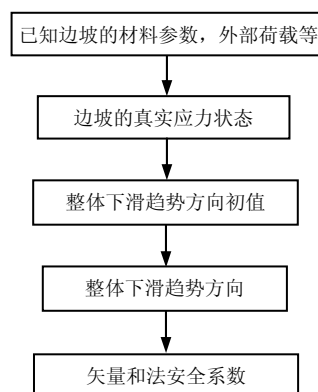


图 3 三维矢量和法程序实现过程
Fig.3 Calculating process of 3D vector sum method

3 三维边坡算例

为了验证矢量和法在三维稳定分析中的合理性, 采用的算例来自于 X. Zhang^[15]提供的椭球体滑移面算例, 包括 2 种情况。算例 1 为一均质边坡, 滑裂面为一简单椭球体的一部分; 算例 2 中滑裂面底部被一软弱夹层所切割; 算例 3 为几何对称楔形体; 算例 4 为几何非对称性楔形体。其他 3 个算例参数同算例 1。椭球体算例模型见图 4^[3, 15]。

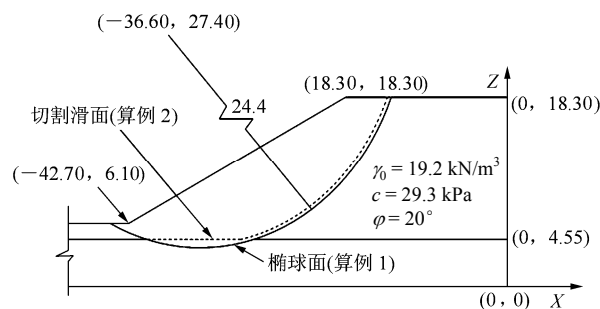


图 4 椭球体算例模型^[3, 15](单位: m)
Fig.4 Model of the ellipsoidal example^[3, 15](unit: m)

3.1 算例 1

算例 1 为一均质边坡。潜在滑动面为一简单椭球体的一部分，椭球体算例 1 的计算网格模型和滑动面见图 5。边坡外荷载只考虑重力场的作用，且当前应力分布状态由有限元法计算得到。计算时采用莫尔 - 库仑强度准则的理想弹塑性本构；侧面法向位移约束，底面固定。

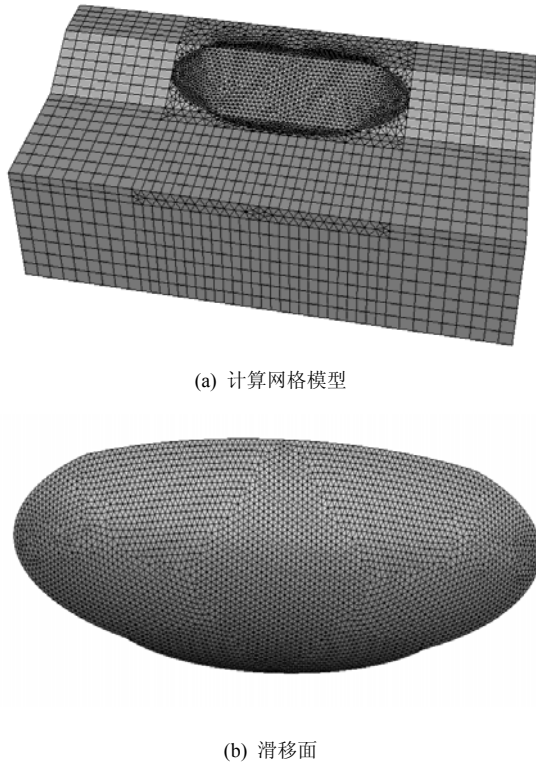
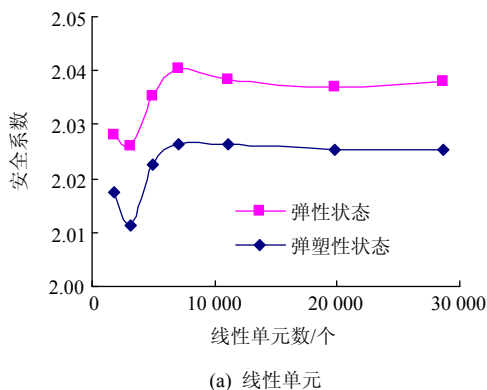


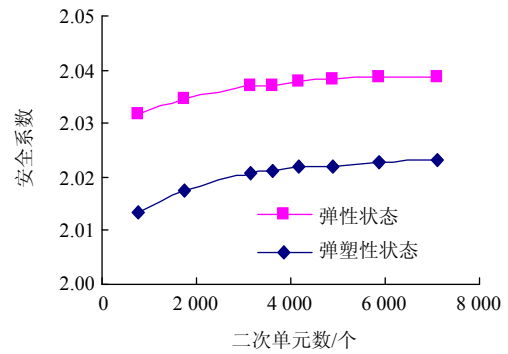
图 5 椭球体算例 1 的计算网格模型和滑动面

Fig.5 Meshes and sliding surfaces of ellipsoidal model for case 1

图 6 给出了矢量和法安全系数随着线性、二次单元数变化而变化的规律。这里所说的线性、二次单元指的是在进行有限元应力计算时所采用的单元类型，同时考虑了边坡体弹性与弹塑性两种状态。由潜在滑动面上各 dS 面上剪力的合力矢方向作为整体下滑趋势方向的初值，进而计算整体下滑趋势方向。



(a) 线性单元



(b) 二次单元

图 6 算例 1 中矢量和法安全系数随单元数变化规律

Fig.6 Variation laws of factors of safety of VSM with different element numbers in case 1

表 1 给出了弹性状态时滑动面上单元网格数为 7 094 时的计算过程。表 2 给出算例 1 矢量和法边坡整体下滑趋势方向角随单元数目的变化规律。其他分析方法和矢量和分析方法所得到的安全系数见表 3。

表 1 算例 1 矢量和法弹性状态时滑动面上单元网格数为 7 094 时的计算过程

Table 1 Calculation process of 7 094 elements on sliding surface under plastic state with VSM for case 1

| 赋值情况 | 矢量和法安全系数 k | 整体下滑趋势方向 $\hat{d}/(^\circ)$ | | |
|------|--------------|-----------------------------|---------|----------|
| | | α | β | γ |
| 初始值 | 2.302 | -16.56 | -89.99 | -73.43 |
| 确定值 | 2.041 | -21.33 | -90.00 | -68.68 |

表 2 算例 1 矢量和法边坡整体下滑趋势方向角随单元数目的变化规律

Table 2 Variation laws of whole sliding trend directions of slope with different element numbers on sliding surface in case 1

| 单元数目/个 | 潜在下滑方向 $\hat{d}/(^\circ)$ | | |
|--------|---------------------------|---------|----------|
| | α | β | γ |
| 784 | -21.30 | 90 | -68.70 |
| 1 760 | -21.33 | 90 | -68.68 |
| 3 136 | -21.33 | 90 | -68.68 |
| 3 610 | -21.31 | 90 | -68.68 |
| 4 184 | -21.33 | 90 | -68.68 |
| 4 912 | -21.33 | 90 | -68.68 |
| 5 864 | -21.33 | 90 | -68.68 |
| 7 094 | -21.33 | 90 | -68.68 |

表 3 算例 1 各种方法得到的边坡安全系数

Table 3 Factors of safety with different methods for case 1

| X. Zhang ^[15] 方法 | 郑宏 ^[4] 方法 | Z. Y. Chen等 ^[16] 方法 | STAB ^{3D} 方法 ^[2] | 本文 VSM 方法 |
|-----------------------------|----------------------|--------------------------------|--------------------------------------|-----------|
| 2.122 | 2.140 | 2.262 | 2.188 | 2.042 |

由表 3 的计算结果可知, 算例 1 中其他方法得到的安全系数和矢量和法安全系数基本一致, 但是矢量和法得到的安全系数稍小, 比 X. Zhang^[15]得到的安全系数减小了 3.7%, 在工程上是可以接受的。

3.2 算例 2

椭球体被一软弱夹层所切割, 其他情况与算例 1 相同。图 7 为算例 2 椭球体被切割的滑动面。由于在算例 1 中, 有限元应力计算时分别采用了线性、二次单元类型, 计算结果表明, 两者得到的矢量和法安全系数基本一致, 因此为了简化计算, 算例 2 只计算矢量和法安全系数随滑动面线性单元数的变化规律, 计算结果见图 8。按照同算例 1 一样的收敛标准, 给出了弹性状态时滑裂面单元数为 3 156 时整体下滑趋势方向迭代收敛过程。算例 2 中椭球体计算过程见表 4。表 5 给出算例 2 矢量和法边坡整体下滑趋势方向角随单元数目的变化规律。其他分析方法和矢量和法分析所得到的安全系数见表 6。

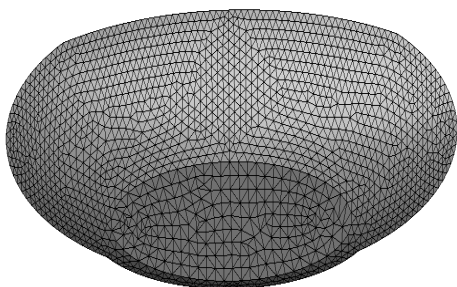


图 7 算例 2 椭球体被切割的滑动面

Fig.7 Cut sliding surface of ellipsoidal model for case 2

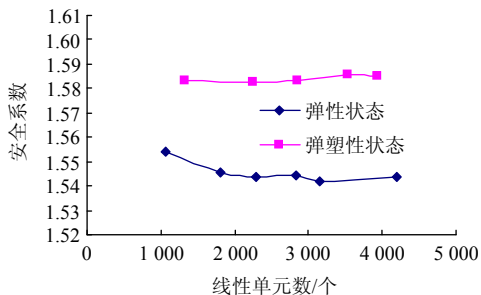


图 8 算例 2 中矢量和法安全系数随滑动面一阶单元数的变化规律

Fig.8 Variation laws of factors of safety of VSM with first-order element numbers for case 2

表 4 算例 2 中椭球体计算结果

Table 4 Results of the VSM in example 2

| 取值类型 | 矢量和法安全系数 k | 整体下滑趋势方向 $\hat{d}/(^{\circ})$ | | |
|------|--------------|-------------------------------|---------|----------|
| | | α | β | γ |
| 初始值 | 1.929 | -16.30 | 89.70 | -73.7 |
| 最终值 | 1.592 | -27.67 | 89.94 | -62.3 |

表 5 算例 2 矢量和法边坡整体下滑趋势方向角随单元数目的变化规律

Table 5 Variation laws of whole sliding trend directions of slope with different element numbers on sliding surface in case 2

| 单元数目/个 | 整体下滑方向 $\hat{d}/(^{\circ})$ | | |
|--------|-----------------------------|---------|----------|
| | α | β | γ |
| 1 068 | -27.57 | 89.95 | -62.42 |
| 1 798 | -27.63 | 89.96 | -62.37 |
| 2 286 | -27.63 | 89.96 | -62.36 |
| 2 830 | -27.65 | 89.85 | -62.35 |
| 3 156 | -27.67 | 89.95 | -62.32 |

表 6 算例 2 各种方法得到的边坡安全系数

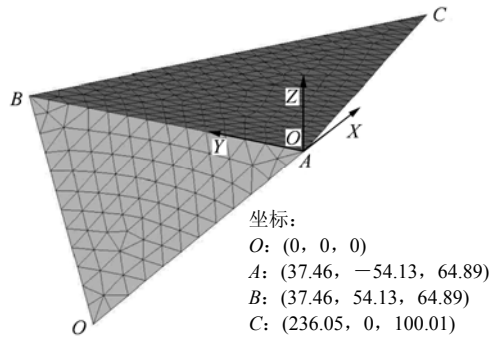
Table 6 Factors of safety with different methods for case 2

| X. Zhang ^[15] 方法 | Hunger方法 ^[2] | Lam 和 Fredlund方法 ^[2] | Huang 和 Tsai方法 ^[2] | STAB ^{3D} 方法 ^[2] | Z. Y. Chen等 ^[16] 方法 | 郑宏 ^[4] 方法 | 本文 VSM 方法 |
|-----------------------------|-------------------------|---------------------------------|-------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------|----------------------|--------------|
| | | | | | | | 1.545(弹塑性状态) |
| 1.553 | 1.620 | 1.603 | 1.658 | 1.640 | 1.717 | 1.690~1.706 | 1.590(弹性状态) |

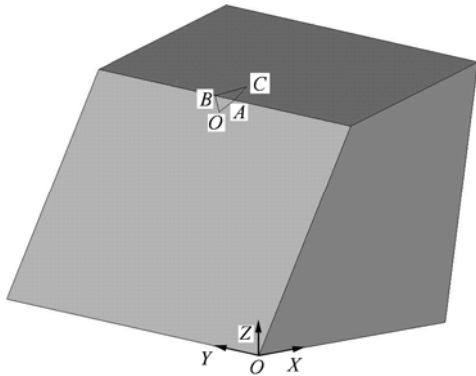
使用矢量和法弹性状态时得到的安全系数在 1.590 左右, 弹塑性状态时得到的矢量和法安全系数为 1.545 左右, 与 X. Zhang^[15]方法得到的安全系数基本一致。弹性状态时与其他几种三维极限平衡法得到的安全系数基本一致。由于椭球体算例是关于 X 轴对称的模型, 矢量和法在算例 2 计算得到的边坡整体下滑趋势方向上也说明了这点, 各整体下滑方向基本都在 $Y=0$ 的平面内。这 2 个算例为了计算的方便, 滑动面单元均划为了三角形单元, 其实也可以划为四边形单元等, 只是应力插值的计算稍有不同罢了, 对于计算结果从理论上讲变化应该很小。

3.3 算例 3, 4

岩石力学中的楔形体稳定是一个典型的三维极限平衡分析问题。楔形体算例包括几何形状对称性和非对称性 2 种情况: 算例 3 为几何对称楔形体, 算例 4 为几何非对称性楔形体。算例 3 对称楔形体几何形状图和有限元计算模型图如图 9 所示。算例

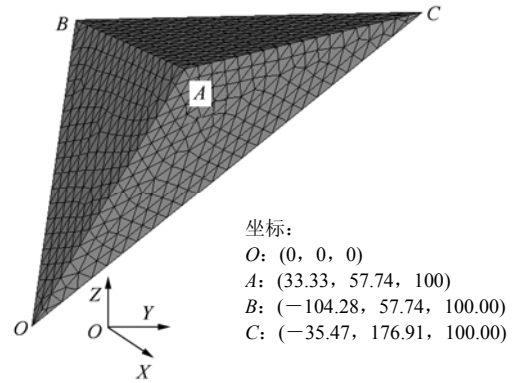


(a) 对称楔形体几何形状图(单位: m)

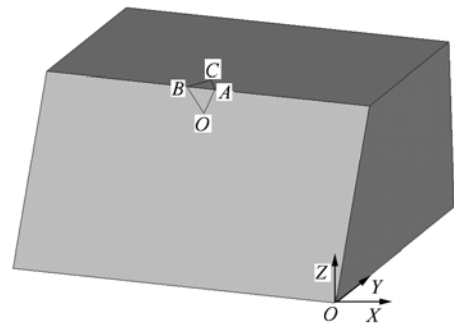


(b) 有限元计算模型图

图9 算例3 对称楔形体几何形状图和有限元计算模型图
 Fig.9 Schemes of symmetrical geometric shape of wedge and meshes of model for case 3



(a) 非对称楔形体几何形状图(单位: m)



(b) 有限元计算模型图

图10 算例4 非对称楔形体几何形状图和有限元计算模型图
 Fig.10 Schemes of unsymmetrical geometric shape of wedge and meshes of model for case 4

4 非对称楔形体几何形状图和有限元计算模型图如图 10 所示。这 2 个算例中楔形体的左右结构面采用相同的抗剪强度指标, 对于对称楔形体, 取 $c = 0.02$ MPa, $\varphi = 20^\circ$, 而对于非对称楔形体左右结构面指标仍采用 $c = 0.05$ MPa, $\varphi = 30^\circ$; 滑体容重均为 26 kN/m^3 。为了得到楔形体在重力作用下的应力分布状态, 对该楔形体的边界进行了相应处理。

楔形体外荷载只考虑重力的作用, 且矢量和分析以楔形体弹性应力状态为基础。边界条件: 除楔形体顶面及坡面为自由面外, 其余方向均为法向约束。对于简单的楔形体, 三维极限平衡法都有其解析解, 但这些方法都包含一个假定, 即底滑移面上的剪力平行于交棱线。由于极限平衡法不考虑楔形体的变形, 这里取楔形体及周围岩体的变形参数为 $E = 900 \text{ MPa}$, $\mu = 0.3$, 容重与楔形体相等, 楔形体算例极限平衡解析解及矢量和分析结果, 见表 7。

若假定楔形体结构面的滑动方向与棱线 OC 平行, 对于对称性楔形体及非对称性楔形体则三维极限平衡法有精确解^[17]为 1.293, 1.640。如果矢量和方法中整体下滑趋势方向取棱线 OC 方向, 则对称性楔形体及非对称性楔形体得到的矢量和法安全系

表 7 楔形体算例 3, 4 不同方法得到的安全系数

Table 7 Factors of safety of wedge with different methods for cases 3 and 4

| 算例编号 | 矢量和法 | | | | 极限平衡解析安全系数 |
|------|-------|------------|---------|----------|------------|
| | 安全系数 | 整体下滑方向/(°) | | | |
| | | α | β | γ | |
| 3 | 1.342 | -22.9 | 90.0 | -67.1 | 1.293 |
| 4 | 1.654 | 80.1 | -30.9 | -61.0 | 1.640 |

数分别为 1.337, 1.653。本算例说明了矢量和分析方法在含有不同结构面的岩质边坡中也能合理的评价其稳定性。

4 工程实例分析

长江三峡水利枢纽是开发和治理长江的关键性骨干工程, 是中国和全世界最大的水利枢纽工程, 而三峡大坝也是目前在建的规模最大的混凝土重力坝。其左厂和右厂大坝坝基的深层抗滑稳定问题一直是业主和设计部门极为关心的问题, 同时也是岩

土力学界及相关学科的科研工作者研究的热点问题。对于三峡左厂 1[#]~5[#]坝段坝基深层抗滑稳定性问题的研究, 国内已有十多家水电科研设计单位和高等院校曾就这个问题进行过深入细致的分析和研究, 所采用的数值分析技术很全面, 其中包括经典的极限平衡法、块体单元法、有限元法等^[18~22]; 三峡工程右厂 24[#]~26[#]坝段坝基的工程地质条件与左厂 1[#]~5[#]坝段类似, 虽然较左厂好些, 但对右厂 24[#]~26[#]坝段坝基的深层抗滑稳定性研究却相对较少。其主要工程地质问题仍为大坝沿缓(中)倾角断续弱结构面所组成的潜在滑动面的抗滑稳定性问题。其中 25[#], 26[#]坝段坝基存在大量的断续节理裂隙, 它是该坝段稳定性相对比较薄弱的环节, 裂隙的存在可能会对大坝的安全运行带来严重问题, 特别是对 26[#]坝段坝基的深层抗滑稳定性的评价与分析也是三峡工程中重大的工程技术问题之一。因此本文以三峡工程右厂 26[#]坝段坝基深层抗滑稳定问题作为工程实例, 运用矢量和分析方法对其稳定性进行分析。

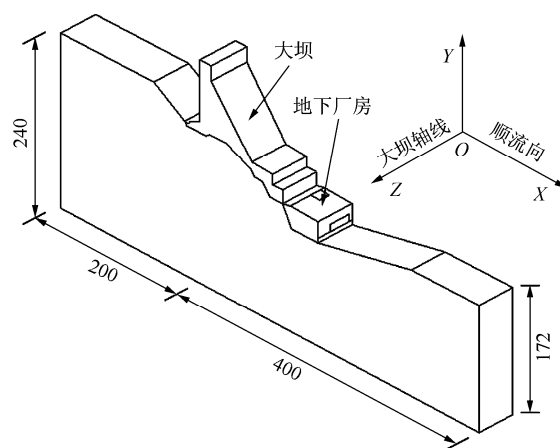
4.1 26[#]坝段坝基工程地质概况

三峡大坝坝址区河谷开阔, 两岸岸坡较平缓, 枢纽建筑物基础为坚硬完整的花岗岩体, 总体上地质地形条件优越。但在局部坝段, 由于断续缓倾角结构面相对发育, 工程地质条件较为复杂, 对坝基的稳定性带来一定的影响。三峡工程右厂 24[#]~26[#]坝段, 岩基岩性以闪长岩为主, 岩体内倾向下游的缓倾角裂隙相对较发育。大坝坝基地质勘察资料表明: 24[#]~26[#]坝基岩体内长大缓倾角结构面的优势产状为走向 0°~50°, 倾 SE, 向下游的倾角为 25°~35°, 缓倾角结构面均为硬性结构面, 数条缓倾角裂隙成组出现, 构成缓倾角裂隙密集带, 厚 5~6 m, 裂隙间距 0.5~1.0 m。24[#]~26[#]坝基岩体内断层规模较小, 断层多以 NE~NNE 走向为主, NW~NWW 走向次之, 大多数构造岩胶结较好。26[#]坝段坝基深层抗滑稳定分析的主要控制结构面的空间位置、性状、充填特征及断层产状详见有关报告^[23]。

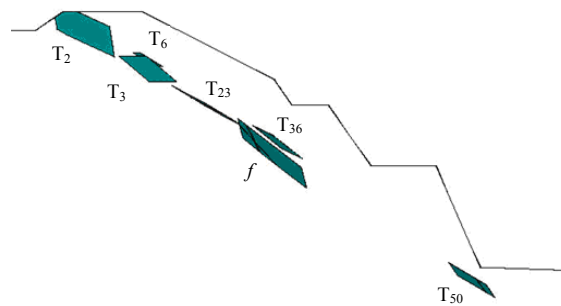
4.2 计算模型

三峡工程右厂大坝 26[#]坝段三维模型范围包含混凝土坝、坝基、厂房三部分, 其中, 上游建基面(高程 90 m)以下取 210 m, 建基面(高程 90 m)以上取大坝的全部, 下游建基面(高程 50 m)以下取 170 m, 顺流向以坝轴线为分界线向上游取 200 m, 向下游取 400 m; 26[#]坝段坝宽 49.4 m, 整体计算几何模型见图 11(a)。根据长江水利委员会提供的 26[#]坝段地质资料, 在建立三维地质实体模型时, 具有重要影

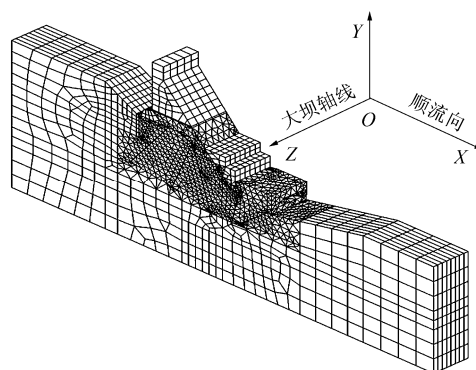
响的长大缓倾角断续结构面和断层均按照其真实的产状和空间分布面积描述在计算模型之中, 26[#]坝段内结构面有 7 条, 有限元模型中将结构面按实体薄层单元模拟, 如图 11(b), 表(8)所示。由于实际的厂房结构有尾水管等构筑物的存在, 如采用以往将厂房用一实体混凝土块来模拟, 这与实际不符, 显然会不恰当地夸大右厂 26[#]坝段的抗滑稳定系数。因此本次计算对厂房和尾水管的结构进行了较符合实际的合理简化, 没有采用实体混凝土块来模拟厂房和尾水管的作用, 而是采用中间挖空的混凝土块来模拟厂房和尾水管的作用, 这样将会提高计算结果的可靠性。计算模型中所用的单元类型均为等参六面体单元及其退化单元(四面体单元, 五面体单



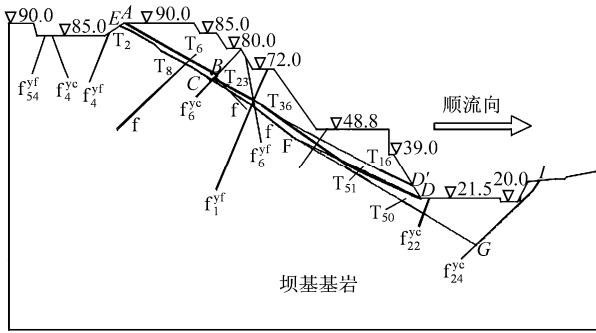
(a) 几何尺寸模型(单位: m)



(b) 结构面空间分布



(c) 三维实体有限元网格



(d) 主要断层节理及潜在的滑移路径(单位: m)

图 11 三峡大坝 26#坝段几何尺寸模型、坝基结构面空间分布、三维实体有限元网格以及主要断层节理及潜在的滑移路径

Fig.11 Geometric model, 3D distribution of the structures, 3D meshes, and main faults, joints and potential slip paths for section of dam foundation No.26 in the Three Gorges Project

表 8 坝基各空间结构面参数

Table 8 Parameters of the structures in 3D dam foundation

| 裂隙编号 | 长度/m | 产状 |
|-----------------|-----------|----------|
| T ₂ | 18.5 | 96°∠36° |
| T ₆ | 5.0~10.0 | 118°∠30° |
| T ₈ | 10.0~15.0 | 96°∠33° |
| T ₂₃ | 15.0~20.0 | 130°∠29° |
| T ₃₆ | 10.0~15.0 | 123°∠34° |
| T ₅₀ | 10.0~15.0 | 119°∠33° |
| f | 20.0~25.0 | 118°∠40° |

元), 整体有限元网格计算模型如图 11(c)所示, 共划分单元 47 259 个, 节点 12 590 个。主要断层节理及潜在的滑移路径如图 11(d)所示。

4.3 材料参数及计算条件

有限元计算所用的材料参数(见表 9)由长江勘测规划设计研究院提供。

表 9 材料计算参数表

Table 9 Calculating parameters of the materials

| 介质 | 弹性模量 /GPa | 重度 /($\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$) | 泊松比 μ | 抗剪断强度 | |
|-------|-----------|---|-----------|-------|----------------|
| | | | | f | c/MPa |
| 坝体混凝土 | 26 | 24.5 | 0.167 | 1.1 | 3.0 |
| 微风化岩体 | 35 | 27.0 | 0.220 | 1.7 | 2.0 |
| 结构面 | | | | 0.7 | 0.2 |
| 断层 | 10 | 26.0 | 0.280 | 0.9 | 0.8 |

本文考虑坝基所受的荷载有坝体重力、坝基岩体的自重、上下游水压力, 泥砂压力以及厂房等效压力等。坝体混凝土容重取 24.5 kN/m^3 , 岩体容重

取 27.0 kN/m^3 ; 水压力按库区正常蓄水时大坝上下游的特征水位施加, 上游库水位为 175.0 m , 下游水位为 62.0 m ; 坝前淤沙高程 106 m 。泥砂浮容重取 5.0 kN/m^3 ; 根据长江勘测规划设计研究院的建议, 厂房结构质量可按 33.1 t/m^2 均布荷载施加。

边界条件: 坝基底面边界采用固定支座模拟, 上、下游的 2 个侧面边界采用限制侧向水平位移的滑动支座模拟。

4.4 26#坝段坝基内二维矢量和分析结果及三维滑移面的确定

根据 26#坝段坝基内的 7 条结构面及断层分布, 选取坝基内一代表性剖面, 根据工程需要确定了可能的 4 条滑移路径, 如图 11(d)所示。这 4 条潜在滑移路径分别为: $ABCD'$, $ABCD$, EFD 和 $EFGI$ 。根据二维矢量和法理论^[24], 二维矢量和法中整体下滑方向的确定因为滑面上任意点的抗滑剪应力方向是唯一的, 无需像三维矢量和法中的理论所述, 根据剖面形态可通过一次计算确定其整体下滑趋势方向^[13]。该剖面 4 条滑移路径的二维矢量和计算结果见表 10。

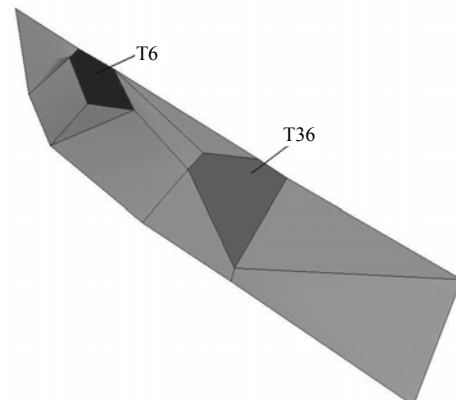
表 10 二维矢量和计算结果

Table 10 Calculating results with the 2D VSM

| 潜在滑移面 | 安全系数 | 计算方向 $\theta/(\circ)$ |
|---------|---------|-----------------------|
| $ABCD'$ | 3.822 1 | 27.078 4 |
| $ABCD$ | 4.384 3 | 28.617 7 |
| EFD | 3.823 8 | 28.565 8 |
| $EFGI$ | 4.251 6 | 24.126 2 |

注: 计算方向为整体下滑方向与顺流向 X 轴之间的夹角。

在三维矢量和分析中, 三维滑移路径依据坝基内平面滑移路径, 并结合坝基内结构面的空间扩展情况和三维有限元计算结果, 确定了相对于平面滑移路径在坝基内扩展的三维滑移面, 分别称为: 三维滑移面 1~4。这 4 个三维滑移面见图 12。



(a) 三维滑移面 1

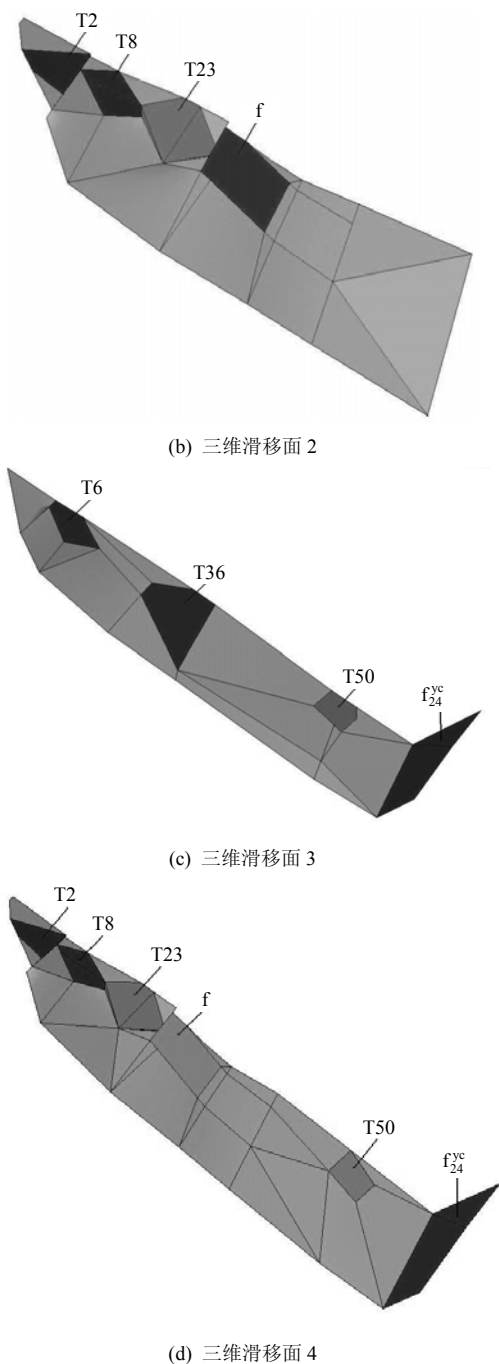


图 12 26#坝段坝基内的 4 个三维滑移面
Fig.12 Four 3D sliding surfaces in dam foundation No.26

4.5 有限元单元网格内任意点应力的确定

根据上述矢量和法理论, 只要已知滑移面上任意一点的当前应力状态, 就可求解出该滑移面的整体下滑趋势方向及矢量和法安全系数。运用有限元法求解研究区域的应力分布状态, 由于单元应力在其边界上往往是不连续的, 经验表明在积分点上算得的应力具有较好的精度, 而在节点上算得的应力精度较差, 为了克服边缘和节点上应力不连续和精度较差等缺点^[25], 可将节点周围几个单元的应力加

以平均, 从而得到研究区域内连续的应力场。单元内任意点的应力状态可通过形函数等参插值的方法来得到

$$\sigma_j^X = \sum_{i=1}^n N_i \sigma_j^i \quad (15)$$

式中: σ_j^X 为单元内点 X 处的应力分量, N_i 为单元节点 i 在点 X 处的形状函数, σ_j^i 为对应单元节点 i 的应力分量。

至此, 对于三维空间滑移面上任意点的应力均可通过上述插值的方式而得到, 从而依据矢量和法求解出该滑移面的矢量和法安全系数。

4.6 计算结果和分析

26#坝段坝基内三维实体可通过有限元方法得到其在当前外荷载作用下的应力状态, 而坝基内各潜在滑移面可通过应力插值的方式得到滑移面上任意一点的应力值。从而无需改动三维实体模型, 只要根据实际地质条件, 连接坝基内可能的潜在滑移面, 就可得到对应滑移面的整体下滑趋势方向和矢量和法安全系数。针对节 4.4 中确定的 4 种滑移面, 根据三维矢量和理论, 4 个三维滑移面的三维矢量和法计算结果见表 11。

表 11 4 个三维滑移面的三维矢量和法计算结果

Table 11 Calculating results of four 3D sliding surfaces with the VSM

| 潜在三维滑移面编号 | 安全系数 | 整体下滑趋势方向与各方向的夹角/(°) | | |
|-----------|------|---------------------|-------|----------------|
| | | 上下游方向 | 竖向 | 大坝纵向(偏向 25#坝段) |
| 1 | 3.92 | 33.25 | 56.74 | 89.67 |
| 2 | 4.24 | 31.71 | 59.30 | 82.83 |
| 3 | 5.57 | 34.25 | 58.75 | 77.39 |
| 4 | 5.29 | 36.39 | 58.91 | 73.02 |

按照以上论述的三维矢量和法理论及实施步骤, 针对三峡大坝 26#坝段坝基内根据结构面的空间分布指定的 4 种滑移面, 分别计算了抗滑安全系数值, 从计算结果可以看出, 4 种滑移面的抗滑安全系数为 4.09~5.29。对于这 4 种滑移面, 沿着滑移面 1 的抗滑安全系数最小, 但也远大于 1.0, 说明坝基是安全的。按照矢量和法理论求得的坝基沿滑移面的整体下滑趋势方向本身就表达了潜在破坏时的方向, 由计算结果知, 4 种滑移面的整体下滑方向均有向 25#坝段倾斜的趋势。潜在滑移面 1, 2 形态相差不大, 不同的是联通的结构面不同, 滑移面 1 为浅层结构面的滑动, 而滑移面 2 则为深层结构

面的滑动,但安全系数分别为 4.09 和 4.25,相差不大;潜在滑移面 3,4 却和滑移面 1,2 不同,相差较大,存在着一个较大的转折,由于在这个转折段上存在着厂房的上覆压力,对大坝的安全起着有利作用,因此得到的安全系数也较前 2 个潜在滑移面大。这 4 种空间滑移面与相应的二维矢量和结果相比,三维抗滑安全系数(见表 11)均大于二维矢量和法结果(见表 10)。

5 讨 论

(1) 矢量和方法与目前常用的边坡稳定分析方法不同,它是以力的矢量特征为基础而定义的方法。其关键在于研究对象在当前荷载作用下的应力状态及整体下滑趋势方向的确定。本文是在二维矢量和方法的基础上首次向三维的推广,通过算例及工程实例应用分析,说明了三维矢量和理论在边坡和坝基稳定性分析中的合理性和可靠性,而对于三维临界滑移面的搜索还有待于对该方法进一步的检验。

(2) 目前较为常用的三维边坡和坝基抗滑稳定分析方法为极限平衡法和有限元强度折减法,三维极限平衡法无法考虑研究对象的变形,仅依据刚体平衡来计算抗滑安全系数且计算过程较二维极限平衡更为复杂;而有限元强度折减法是通过对材料的强度参数不断折减,达到极限状态时的折减系数就认为是抗滑安全系数,这个方法与划分的有限元网格、材料的本构关系、计算收敛准则等有很大关系,在三维强度折减计算中有的因素对计算结果很敏感,需要做进一步的研究。三维矢量和法是从一个新的视角考察边坡和坝基的抗滑稳定性问题,安全系数定义清晰,物理力学意义明确,计算过程简单,在三维抗滑稳定分析中优势更加突出,无需改动三维实体模式,只需指定三维滑移面位置,通过应力插值就可以求解出矢量和法安全系数;三维极限平衡法则对于一个固定的滑移面位置,就要根据滑移面位置修改模型,然后才可以计算安全系数,其前处理过程相当繁琐;有限元强度折减法还存在一个问题,即计算时间问题,对于一个大的计算模型,比如单元网格节点数目在 20 万以上的模型,在目前的 4 核 PC 机上计算就要花费相当长的一段时间,计算时间有时让人无法接受。目前三维矢量和法只是刚刚起步,还有待于在更多的工程实践中应用,并不断地修改和完善。

6 结 论

矢量和分析方法是基于力的矢量特征及边坡或坝基当前应力状态基础上的分析方法,与边坡或坝基抗滑稳定性分析中传统的强度折减方法不同,矢量和法只需一次弹性或弹塑性应力计算,就可以得到边坡体的整体性安全系数。矢量和分析方法已在二维边坡或坝基稳定性分析中得到成功的应用^[10, 11, 24]。本文是在二维矢量和分析的基础上向三维稳定性分析的自然推广,通过分析,提出了三维矢量和分析方法中整体下滑趋势方向的确定方法,即通过简单的计算可得到三维边坡体整体下滑趋势方向。矢量和分析方法不仅可以给出边坡体在当前应力状态下的抗滑稳定性安全系数,而且可以得到边坡体中潜在滑体的整体下滑趋势方向。通过几个三维岩质边坡算例及三峡大坝 26[#]坝段坝基抗滑稳定性的矢量和分析,可以得到下面一些有意义的结论:

(1) 由上述岩质边坡算例计算结果知,矢量和法安全系数与对应的极限平衡分析法得到的安全系数基本一致,验证了三维矢量和法在边坡抗滑稳定性分析中的合理性和可靠性。

(2) 椭球体算例计算结果表明,弹性和弹塑性应力状态对矢量和法得到的边坡整体安全性影响不大,且弹性状态下得到的矢量和法安全系数稍大于弹塑性应力状态。不难理解这样的结果,对于受重力及其他外部荷载作用的任意三维边坡滑体,潜在滑移面上受到的抗滑力的矢量和与边坡滑体受到的外部荷载的总矢量和应是相互平衡的,这与边坡滑体的应力状态无关,可以推断,无论采用什么样的应力状态对边坡体进行矢量和分析,则得到的矢量和法安全系数变化不会太大(除介质强度参数发生弱化之外),由于各种数值方法本身存在一定的计算误差,不同应力状态下的矢量和法安全系数会有一些的差别,当数值解收敛时,安全系数的差别在工程上应该可以接受。因此,对于复杂的边坡体及坝基的抗滑稳定性,可简单的通过弹性应力状态下的矢量和分析法进行抗滑稳定性评价。

(3) 矢量和分析法同时给出了边坡滑体的整体下滑趋势方向,椭球体算例表明,计算得到的整体下滑趋势方向与边坡滑体的几何模型是互相对应的,椭球体算例为一对称性滑体,下滑趋势方向在

滑体对称面内; 楔形体算例的结果也表明, 矢量和法计算结果与极限平衡解析解基本一致, 得到的整体下滑趋势方向也与楔形体中结构面之间棱线的下滑方向平行, 同时也验证了极限平衡法中对于楔形体稳定性的计算假设是合理的, 即假定楔形体结构面上下滑力的方向与结构面之间的棱线平行。

(4) 矢量和法计算简单, 物理力学意义明确, 三维矢量和法只需先计算整体下滑趋势方向的初值, 进而投影计算得到边坡滑体的整体下滑趋势方向及矢量和法安全系数。

(5) 将三维矢量和法运用于工程实际, 对三峡大坝 26[#]坝段坝基内 4 种不同的滑移面进行了矢量和法分析, 结果表明, 该坝基是安全的, 最危险的滑移面为浅层滑移面, 滑移面中存在较大转折的滑移面 3, 4 得到的矢量和法安全系数均大于形态单一的滑移面 1, 2。三维矢量和法分析结果均大于相应的二维矢量和法分析结果。且滑移面的整体下滑趋势方向均表明, 坝基沿滑移面滑动时的方向朝向 25[#]坝段, 说明 25[#]坝段对于 26[#]坝段具有一定的抵抗滑动的作用。矢量和法合理的评价了 26[#]坝段坝基的深层抗滑稳定性, 且对于任意指定的滑移面, 该方法均可给出合理的抗滑安全系数和整体下滑趋势方向。

(6) 对于复杂的边坡或坝基, 矢量和法可在当前应力状态的基础上, 只需知道滑面位置即可通过简单的应力差值, 计算任意潜在滑移面的安全系数。而无需像三维极限平衡法那样对于三维边坡或坝基内任意的潜在滑体, 首先需要做大量的前处理工作, 然后才能进行抗滑稳定性计算。

矢量和法是一种新的抗滑稳定性分析方法, 其简洁的表达形式及可操作性, 容易被广大的工程技术人员掌握和应用。随着数值分析方法的日益普及, 寻求潜在滑坡体及潜在滑动面上比较准确的应力状态已不成问题, 应力矢量和法结合有限元分析将形成一套快速和简便的分析方法, 与其他方法相比在求取抗滑安全系数时具有显而易见的优越性, 特别是对于三维问题, 优势更加明显。该方法值得进一步研究、发展和推广。

致谢 本文工作得到了中国科学院武汉岩土力学研究所郑宏研究员在理论上所给予的指导; 上海交通大学侯明勋博士在工程实例分析中所提供的帮助; 余诗刚研究员在论文构架所提供的建议, 在

此一并表示感谢。

参考文献(References):

- [1] 潘家铮. 建筑物的抗滑稳定和滑坡分析[M]. 北京: 水利出版社, 1980.(PAN Jiazheng. Stability analyses of structures and landslides[M]. Beijing: China Water Conservancy Press, 1980.(in Chinese))
- [2] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析——原理·方法·程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003.(CHEN Zuyu. Earth slope stability analyses—theory, method and programs[M]. Beijing: China Water Power Press, 2003.(in Chinese))
- [3] 郑宏, 谭国焕, 刘德富. 边坡稳定性分析的无条分法[J]. 岩土力学, 2007, 28(7): 1 285 - 1 291.(ZHENG Hong, THAM L G, LIU Defu. A slice-free method for stability analysis of slopes[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(7): 1 285 - 1 291.(in Chinese))
- [4] 郑宏. 严格三维极限平衡法[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(8): 1 529 - 1 537.(ZHENG Hong. A rigorous three-dimensional limit equilibrium method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(8): 1 529 - 1 537.(in Chinese))
- [5] 唐芬, 郑颖人, 赵尚毅. 土坡渐进破坏的双安全系数讨论[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(7): 1 402 - 1 407.(TANG Fen, ZHENG Yingren, ZHAO Shangyi. Discussion on two safety factors for progressive failure of soil slope[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(7): 1 402 - 1 407.(in Chinese))
- [6] 唐芬, 郑颖人. 边坡稳定安全储备的双折减系数推导[J]. 重庆交通大学学报(自然科学版), 2007, 26(4): 95 - 100.(TANG Fen, ZHENG Yingren. Analysis of safety reserve of slope with two-strength reduction factor[J]. Journal of Chongqing Jiaotong University(Natural Science), 2007, 26(4): 95 - 100.(in Chinese))
- [7] 郑宏, 李春光, 李焯芬, 等. 求解安全系数的有限元法[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(5): 626 - 628.(ZHENG Hong, LI Chunguang, LEE C F, et al. Finite element method for solving factor of safety[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(5): 626 - 628.(in Chinese))
- [8] 葛修润. 用 PC 型微机对岩体工程课题进行有限元分析[C]// 第一届全国计算岩土力学研讨会论文集. 成都: 西南交通大学出版社, 1987: 74 - 85.(GE Xiurun. The finite element analysis of rock mass and engineering with PC[C]// Proceedings of Symposium on the 1st National Computational Mechanics on Rock and Soil. Chengdu: Southwest Jiaotong University Press, 1987: 74 - 85.(in Chinese))
- [9] GE X R, FENG D X, GU X R, et al. Stability and deformation analysis of complex rock foundations of several large dams and hydro-power stations in China[C]// YOSHINAKA R, KIKUCHI K ed. Rock Foundation: Proceedings of International Workshop on Rock Foundation. Rotterdam: A. A. Balkema, 1995: 243 - 248.

- [10] 刘艳章. 边坡与坝基抗滑稳定的矢量和分析法研究[博士学位论文][D]. 武汉: 中国科学院武汉岩土力学研究所, 2007.(LIU Yanzhang. Vector sum analysis method of slope and dam foundation stability against sliding[Ph. D. Thesis][D]. Wuhan: Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2007.(in Chinese))
- [11] 刘艳章, 葛修润, 李春光, 等. 基于矢量法安全系数的边坡与坝基稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(10): 2 130 - 2 140. (LIU Yanzhang, GE Xiurun, LI Chunguang, et al. Stability analysis of slope and foundation based on vector method safety factor[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(10): 2 130 - 2 140.(in Chinese))
- [12] 葛修润. 岩石疲劳破坏的变形控制律、岩土力学试验的实时 X 射线 CT 扫描和边坡坝基抗滑稳定分析的新方法[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(1): 1 - 20.(GE Xiurun. Deformation control law of rock fatigue failure, real-time X-ray CT scan of geotechnical testing, and new method of stability analysis of slopes and dam foundations[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(1): 1 - 20.(in Chinese))
- [13] 郭明伟, 葛修润, 李春光, 等. 基于矢量和方法的边坡稳定性分析中整体下滑趋势方向的探讨[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(4): 577 - 583.(GUO Mingwei, GE Xiurun, LI Chunguang, et al. Study of potential sliding direction in slope stability analysis based on vector sum method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(4): 577 - 583.(in Chinese))
- [14] 陈祖煜. 建筑物抗滑稳定分析中“潘家铮最大最小原理”的证明[J]. 清华大学学报(自然科学版), 1998, 38(1): 1 - 4.(CHEN Zuyu. On PAN Jiazheng's principles of soil and rock stability analysis[J]. Journal of Tsinghua University(Science and Technology), 1998, 38(1): 1 - 4.(in Chinese))
- [15] ZHANG X. Three-dimensional stability analysis of concave slopes in plan view[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1988, 114(6): 658 - 671.
- [16] CHEN Z Y, WANG X G, HABERFIELD C, et al. A three-dimensional slope stability analysis method using the upper bound theorem. part I: theory and methods[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2001, 38(3): 369 - 378.
- [17] 中国科学院武汉岩土力学研究所. 岩质边坡稳定性的试验研究与计算方法[M]. 北京: 科学出版社, 1981.(Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences. Experimental study of rock slope stability analyses and calculation methods[M]. Beijing: Science Press, 1981.(in Chinese))
- [18] 中国水利水电科学研究院. 三峡工程 3[#]坝段 3 种滑移面的稳定分析[R]. 北京: 中国水利水电科学研究院, 2000.(China Institute of Water Resources and Hydropower Research. Stability analyses with 3 sliding modes of dam foundation No.3 of the Three Gorges Project[R]. Beijing: China Institute of Water Resources and Hydropower Research, 2000.(in Chinese))
- [19] 任青文, 余天堂, 马良筠. 三峡大坝左厂 3[#]坝段稳定性的数值分析和试验研究[J]. 中国工程科学, 1999, 1(3): 41 - 45.(REN Qingwen, YU Tiantang, MA Liangyun. Numerical analysis and experiment study of stability for dam section No.3 of the Three Gorges Project[J]. Engineering Science, 1999, 1(3): 41 - 45.(in Chinese))
- [20] 上海交通大学, 中国科学院武汉岩土力学研究所. 三峡工程左厂 1[#]~5[#]坝段深层抗滑稳定有限元分析研究[R]. 上海: 上海交通大学, 2002.(Shanghai Jiaotong University, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences. Finite element analysis of deep sliding stability of dam foundations No.1 - 5 of Three Gorges Project's left powerhouse[R]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University, 2002.(in Chinese))
- [21] 葛修润, 任建喜, 李春光, 等. 三峡左厂 3[#]坝段深层抗滑稳定三维有限元分析[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(4): 389 - 394.(GE Xiurun, REN Jianxi, LI Chunguang, et al. 3D finite element analysis of deep sliding stability of dam foundation No.3 of left powerhouse of Three Gorges Project[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, 25(4): 389 - 394.(in Chinese))
- [22] 清华大学. 三峡左岸厂房坝段深层抗滑稳定分析小结[R]. 北京: 清华大学, 1998.(Tsinghua University. Summary of deep stability analyses of left powerhouse of Three Gorges Project[R]. Beijing: Tsinghua University, 1998.(in Chinese))
- [23] 上海交通大学, 中国科学院武汉岩土力学研究所. 三峡工程右厂 24[#]~26[#]坝段深层抗滑稳定有限元分析及矢量和法抗滑安全系数研究[R]. 上海: 上海交通大学, 2002.(Shanghai Jiaotong University, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences. Finite element analysis of deep sliding stability of dam foundations No.24 - 26 of Three Gorges Project's right powerhouse and research of safety factor with vector sum method[R]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University, 2002.(in Chinese))
- [24] 郭明伟, 李春光, 葛修润, 等. 基于矢量和分析方法的边坡滑移面搜索[J]. 岩石力学, 2009, 30(6): 1 775 - 1 781.(GUO Mingwei, LI Chunguang, GE Xiurun, et al. Searching potential slip surface of slopes based on vector sum analysis method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(6): 1 775 - 1 781.(in Chinese))
- [25] 朱伯芳. 有限单元法原理与应用[M]. 2 版. 北京: 中国水利水电出版社, 1998.(ZHU Bofang. Principle and application of finite element method[M]. 2nd ed. Beijing: China Water Power Press, 1998.(in Chinese))