

三维滑裂面形状对安全系数的影响

卢坤林^{1,2}, 朱大勇¹, 许强², 杨扬¹

(1. 合肥工业大学 土木与水利工程学院, 安徽 合肥 230009;

2. 成都理工大学 地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室, 四川 成都 610059)

摘要: 基于滑面正应力修正模式的假定, 根据边坡的平衡条件, 导出含安全系数的平衡方程组, 通过反复迭代求解安全系数。假设滑面是一簇幂函数绕 y 轴旋转得到的曲面, 通过变化幂函数的幂次, 得到不同形状的滑面。据此, 讨论滑面形状对安全系数的影响, 结果表明安全系数是幂次的单值函数且存在极小值。所以, 可以通过优化幂函数中的幂次得到最小安全系数对应的最危险滑面, 并分析最危险滑面对应的幂次随滑体长度的变化规律。最后, 讨论三维边坡端部效应。研究结果表明: 该方法能够得到更小的安全系数, 最危险滑面对应的幂次随着滑体长度的增大先略微降低后逐渐增大。端部效应分析显示: 当滑体长度大于坡高10倍时, 端部效应可以忽略; 端部效应随着内摩擦角的增大而有所增强, 随着黏聚力的增大而减弱, 与边坡倾角没有关系。

关键词: 边坡工程; 三维边坡; 滑动面; 安全系数; 幂函数; 端部效应

中图分类号: P 642

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2009)增2 - 3679 - 07

IMPACT OF 3D SLIP SURFACE'S SHAPE ON FACTOR OF SAFETY

LU Kunlin^{1,2}, ZHU Dayong¹, XU Qiang², YANG Yang¹

(1. School of Civil Engineering, Hefei University of Technology, Hefei, Anhui 230009, China; 2. State Key Laboratory of Geohazard Prevention and Geoenvironment Protection, Chengdu University of Technology, Chengdu, Sichuan 610059, China)

Abstract: Based on the assumption of the modification of normal stress over the slip surface, the solution to the factor of safety is derived by iteration, according to the equilibrium conditions of the slope. Regarding the slip surface as a curved surface yielded from a family of power function rotating on y -axis, slip surfaces of different shapes are obtained by changing the values of the power function's power. Accordingly, by discussing the impact of the slip surface's shape on the factor of safety, the results reveal that the factor of safety is the single-valued function of power and its minimum value exists as well. As a result, the critical slip surface is obtained by optimizing the value of power, and the change law of the relationship between the value of power and the length of the sliding mass is analyzed. At last, the end effect of 3D slope is also discussed. It is demonstrated that the presented method can derive smaller factor of safety; the value of power corresponding to the critical slip surface decreases slightly and then increases gradually with the increase of length of the sliding mass. The analysis reveals that the end effect can be neglected when the length of the sliding mass is bigger than the height of the slope by 10 times, and it is proportional to the internal friction angle, inversely proportional to the cohesive stress and does not have close relation with the change of the slope inclination.

Key words: slope engineering; 3D slope; slip surface; factor of safety; power function; end effect

收稿日期: 2009 - 05 - 19; **修回日期:** 2009 - 07 - 01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(40772170); 地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室“科技减灾, 重建家园”专项科研资助项目(DZKJ - 0813); 合肥工业大学创新基金项目(2009HGXJ0037)

作者简介: 卢坤林(1980 -), 男, 硕士, 2005年毕业于西安建筑科技大学土木工程学院岩土工程专业, 现任讲师, 主要从事岩土力学与工程方面的教学与研究工作。E-mail: lukunlin@hfut.edu.cn

1 引言

滑坡绝大多数呈现三维形态，三维稳定性分析可以更加真实地反映边坡的实际情况，不一样的空间滑裂面形状将得到不同的安全系数，因此必须确定最危险滑裂面才能正确判断边坡的稳定性。然而，真实三维滑裂面往往比较复杂，最危险滑裂面的确定较为困难且工作量非常大，虽然J. C. Jiang等^[1~3]作了这方面的研究，但过程相当繁琐。

鉴于此，不妨换一种分析思路：对实际滑裂面形状进行适当的简化，认为滑裂面由一种或几种曲面组合而成，分别计算各种可能的滑裂面下的安全系数，找出最小安全系数所对应的滑裂面即为最危险滑裂面。M. M. Baligh等^[4~6]均按此思路对均质土坡作了较为详细的分析，他们假定滑裂面的中部为圆柱面，端部为各种可能的曲面，计算出不同端部曲面下的安全系数，找出最小安全系数所对应的曲面，则以该曲面为端部的圆柱组合滑面即为最危险滑裂面。虽然该方法不一定找到真正的最小安全系数，但与其相差甚微^[5]。

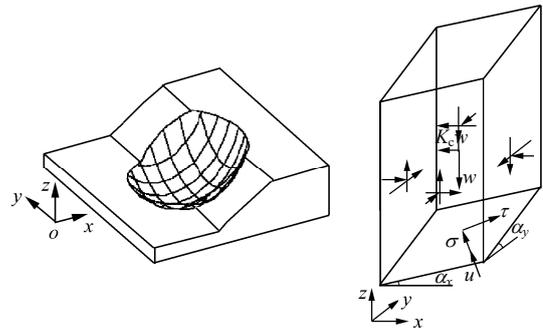
假定滑裂面为一簇幂函数绕垂直于主滑面的轴旋转得到的曲面，通过变化幂函数的幂次 n 来反映滑面的形状，分别计算不同形状所对应的安全系数，找出其中最小值。该方法的优点有：(1) 通过优化 n 值实现最小安全系数的确定，使分析过程系统化和程序化；(2) 与M. M. Baligh等^[4~6]的分析方法相比，能够得到比圆柱组合滑面更危险的滑裂面；(3) 理论基础比前人更严格，得到的结果应该更可靠。另外，本文依据上述方法，以优化幂次得到的最危险曲面为端部曲面，分析三维边坡端部效应。

2 三维边坡安全系数迭代解法

朱大勇等^[7~9]表明：对滑面正应力的分布进行合理假定和修正后，能够推导出安全系数的解，且过程简单，易于编程。本节给出了迭代求解方法。

如图1所示，建立3D滑面坐标系，滑面用 $s(x, y)$ 表示。假设滑动方向与面 oxz 平行且沿 x 轴反向，如图1(b)所示。

作用于滑面上的正应力与剪应力分别为 σ, τ ，孔隙水压力为 u ；滑面内摩擦角和黏聚力分别为 φ, c ；条柱质量为 $w(x, y)dxdy$ ， $w(x, y)$ 为单位投影面



(a) 3D滑面 (b) 条柱及作用力
图1 3D滑面及条柱受力

Fig.1 3D slip surface and the force of column

积的条柱质量； σ 和 τ 方向余弦分别为 $(n_\sigma^x, n_\sigma^y, n_\sigma^z)$ ， $(n_\tau^x, n_\tau^y, n_\tau^z)$ 。假设滑动方向与面 oxz 平行，故剪力也与面 oxz 平行，因此， $n_\tau^y=0$ 。几何关系为

$$(n_\sigma^x, n_\sigma^y, n_\sigma^z) = \left(-\frac{s'_x}{\Delta}, -\frac{s'_y}{\Delta}, \frac{1}{\Delta} \right) \tag{1}$$

$$(n_\tau^x, n_\tau^y, n_\tau^z) = \left(\frac{1}{\Delta'}, 0, \frac{s'_x}{\Delta'} \right) \tag{2}$$

其中，

$$\Delta = \sqrt{1 + s'^2_x + s'^2_y}, \Delta' = \sqrt{1 + s'^2_x}$$

$$s'_x = ds(x, y) / dx = \tan \alpha_x$$

$$s'_y = ds(x, y) / dy = \tan \alpha_y$$

初始滑面正应力分布设为 $\sigma_0(x, y)$ ，类似瑞典法3D扩展假设^[10]，忽略条柱间作用力，由竖直方向力的平衡，得

$$\sigma_0(x, y) = \frac{w(x, y)}{1 + s'^2_x + s'^2_y} \tag{3}$$

使3D滑体满足所需的平衡条件，然后对其修正，设修正函数为 $\xi(x, y)$ ，则有

$$\sigma(x, y) = \sigma_0(x, y)\xi(x, y) \tag{4}$$

由分析可知，本文方法要求滑体满足4个平衡条件，为了使问题静定可解，修正函数要求含3个待定参数。修正函数^[11, 12]的一般形式为

$$\xi(x, y) = \xi_0(x, y) + \sum_{i=1}^3 \lambda_i \xi_i(x, y) \tag{5}$$

本文取线性修正函数为

$$\xi(x, y) = \lambda_1 + \lambda_2 x + \lambda_3 y \tag{6}$$

要求3D滑体整体上满足3个方向力的平衡条件，以及绕垂直滑动方向的坐标轴即 y 轴的力矩平衡(“(x, y)”忽略不写，下同)，得

$$\iint \sigma n_\sigma^y dA = 0 \tag{7a}$$

$$\iint (\sigma n_\sigma^x + \tau n_\tau^x) dA - K_c W = 0 \tag{7b}$$

$$\iint (\sigma n_\sigma^z + \tau n_\tau^z) dA - W = 0 \quad (7c)$$

$$\iint (\sigma n_\sigma^x + \tau n_\tau^x) x dA - \iint (\sigma n_\sigma^y + \tau n_\tau^y) y dA = M_c \quad (7d)$$

其中,

$$W = \iint w dx dy, \quad dA = \Delta dx dy$$

$$M_c = \iint w x dx dy - \iint K_c w z_c dx dy$$

根据莫尔 - 库仑准则, 有

$$\tau = \frac{(\sigma - u) \tan \varphi + c}{F_s} \quad (8)$$

令: $\psi = \tan \varphi$, $c_u = c - u \tan \varphi$, $\rho = \Delta / \Delta'$, 将式(3), (6)代入式(4), 再结合式(8)一起代入式(7), 进一步整理得

$$\lambda_1 \iint s'_y \sigma_0 dx dy + \lambda_2 \iint s'_y x \sigma_0 dx dy + \lambda_3 \iint s'_y y \sigma_0 dx dy = 0 \quad (9a)$$

$$\lambda_1 \iint \left(-s'_x + \psi \rho \frac{1}{F_s} \right) \sigma_0 dx dy + \lambda_2 \iint \left(-s'_x + \psi \rho \frac{1}{F_s} \right) x \sigma_0 dx dy + \lambda_3 \iint \left(-s'_x + \psi \rho \frac{1}{F_s} \right) y \sigma_0 dx dy =$$

$$K_c w - c_u \iint \rho \frac{1}{F_s} dx dy \quad (9b)$$

$$\lambda_1 \iint \left(1 + \psi \rho s'_x \frac{1}{F_s} \right) \sigma_0 dx dy + \lambda_2 \iint \left(1 + \psi \rho s'_x \frac{1}{F_s} \right) x \sigma_0 dx dy + \lambda_3 \iint \left(1 + \psi \rho s'_x \frac{1}{F_s} \right) y \sigma_0 dx dy =$$

$$W - c_u \iint \rho s'_x \frac{1}{F_s} dx dy \quad (9c)$$

$$F_s = \frac{\iint (\lambda_1 + \lambda_2 x + \lambda_3 y) r_\tau \rho \psi \sigma_0 dx dy - \iint r_\tau \rho c_u dx dy}{M_c - \iint (\lambda_1 + \lambda_2 x + \lambda_3 y) r_\sigma \sigma_0 dx dy} \quad (9d)$$

其中,

$$r_\sigma = x + s s'_x, \quad r_\tau = s'_x x - s$$

对式(9a)~(9d), 简记为

$$\lambda_1 D_1 + \lambda_2 D_2 + \lambda_3 D_3 = D_4 \quad (10a)$$

$$\lambda_1 (F_s A_{11} + A'_{11}) + \lambda_2 (F_s A_{12} + A'_{12}) + \lambda_3 (F_s A_{13} + A'_{13}) = F_s A_{14} + A'_{14} \quad (10b)$$

$$\lambda_1 (F_s A_{21} + A'_{21}) + \lambda_2 (F_s A_{22} + A'_{22}) + \lambda_3 (F_s A_{23} + A'_{23}) = F_s A_{24} + A'_{24} \quad (10c)$$

$$F_s = \frac{\lambda_1 E_1 + \lambda_2 E_2 + \lambda_3 E_3 + E_4}{\lambda_1 F_1 + \lambda_2 F_2 + \lambda_3 F_3 + F_4} \quad (10d)$$

将式(9a)~(9d)与式(10a)~(10d)分别对应比较, 可得出式(10a)~(10d)中的相应系数, 这些系数可由数值积分或分条柱求和计算。

采用迭代法求解, 先假设一个安全系数 F_s 的值, 根据式(10a)~(10c)求出相应的 λ_1 , λ_2 和 λ_3 ,

代入式(10d), 求出安全系数, 然后把其作为初值再代入式(10a)~(10c), 反复迭代, 直至相邻两次的安全系数值达到一定精度为止。

3 滑裂面的形状对安全系数的影响

3.1 空间滑裂面的形式

以上得到安全系数的求解方法, 但正确评价边坡稳定与否, 还需确定最小安全系数。滑裂面形状的不同将得到不同的安全系数, 由于自然界真实的三维滑裂面往往较复杂以及三维最危险滑裂面的确定方法尚不成熟, 不妨列出各种可能的滑裂面形状, 分别计算所对应的安全系数, 找出其最小值。

值的指出的是, 以下分析均建立在下面几点假定的基础上: (1) 土质均匀, 不考虑地下水的影响; (2) 实际滑动过程中, 滑体将受到邻近土体制约(包括端部摩擦阻力及滑动体前端土体的被动土压力等), 郑宏等^[13]对此作了考虑, 本文予以忽略; (3) 假定滑裂面为一簇幂函数绕垂直于滑面的轴(y 轴)旋转得到的曲面, 如图 2 所示, 假设旋转中心点 O 的坐标为 $(x_0, 0, z_0)$, 则方程可表示为

$$\left. \begin{aligned} \frac{(x-x_0)^2}{R^2} + \frac{(z-z_0)^2}{R^2} &= \left[1 - \left(\frac{y}{L^*} \right)^n \right]^2 & (y \geq 0) \\ \frac{(x-x_0)^2}{R^2} + \frac{(z-z_0)^2}{R^2} &= \left[1 - \left(\frac{y}{L^*} \right)^n \right]^2 & (y < 0) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中: n 为幂次; R 为滑裂面最大旋转半径(即二维分析时的滑弧转动半径); L^* 为滑裂面在 y 方向的半轴长度, 设滑体最大长度为 $2L$, 则 $L^* = L \left(\frac{R}{R-D} \right)^{1/n}$,

D 为旋转轴到坡体最近距离。

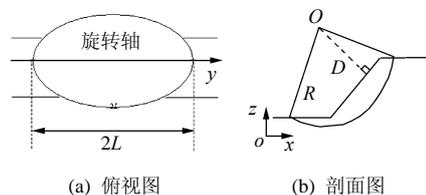


图 2 3D 滑裂面示意图

Fig.2 Sketch of 3D slip surface

通过变化 n 值, 能够得到一族滑裂面, 它们能够很好地模拟各种可能的滑面。特别地, 当 $n=1$ 和 2 时, 分别表示了圆锥面及旋转抛物面。于是问题转化为 n 值的变化对安全系数的影响。

图 3 给出了坡高 $H=12.20$ m、坡比 $1:2$ 、滑体长度 $2L=100$ m 的均质土坡 ($\gamma=18.80$ kN/m³,

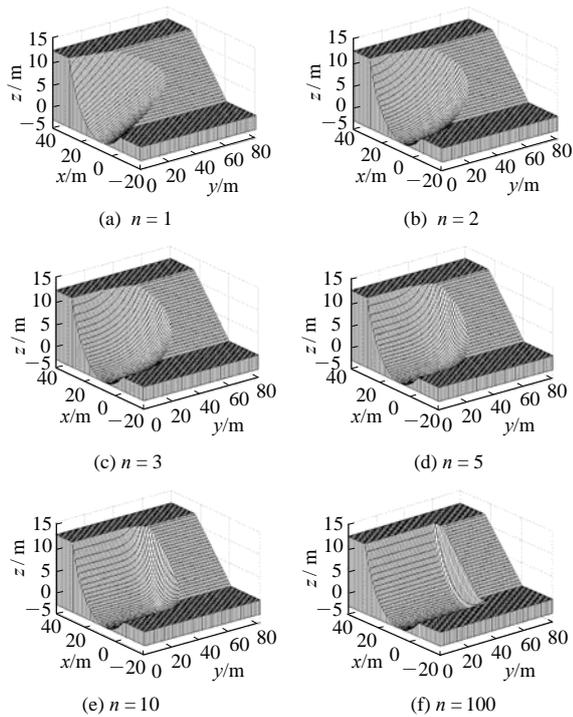


图3 不同 n 对应的滑裂面

Fig.3 Slip surface corresponding to different values of n

$c = 30 \text{ kPa}$, $\varphi = 20^\circ$), 最大旋转半径 $R = 24.40 \text{ m}$, 不同 n 值对应的滑裂面。

3.2 n 对安全系数的影响

选取不同的 n 值将对应不同的滑裂面, 其对应的安全系数也应不同。以图3所示的边坡为例, 图4给出不同 n 值情况下, 安全系数随 L/H 的变化关系, 可以看出: 不论 n 取值大小, 即无论何种滑裂面形式, 安全系数都随着 L/H 的增大而逐渐减小, 趋于二维安全系数。

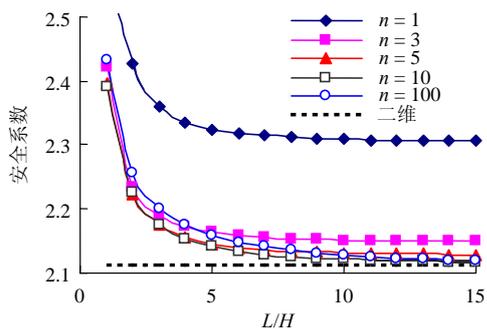


图4 安全系数随 L/H 的变化关系

Fig.4 Relationship between factors of safety and values of L/H

分别计算 $L/H = 5, 10$ 及 20 , 不同 n 值下的安全系数, 如图5(a)所示。针对非对称情况, 滑体总长为 122 m 时, 不对称比 L'/L (L' 为滑体 y 方向正负半轴长度) 分别为 $0.1, 0.3$ 及 1.0 时, 不同 n 值时的安全系数, 见图5(b)。

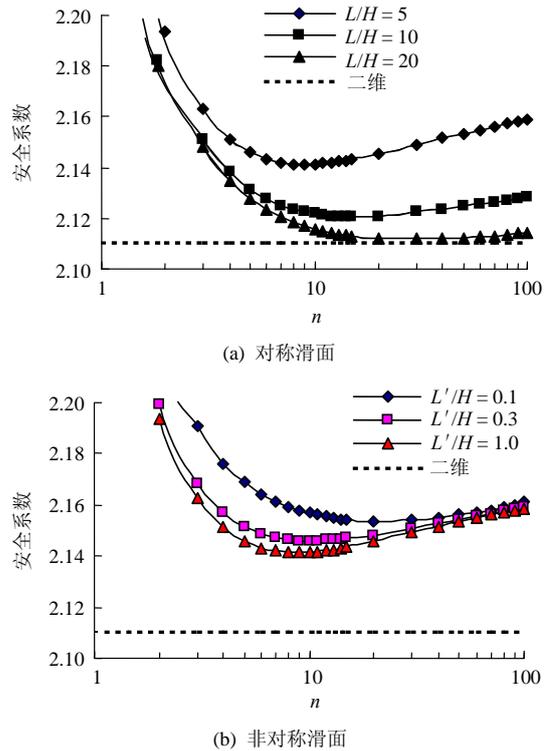


图5 安全系数随 n 的变化关系

Fig.5 Relationship between factors of safety and values of n

从图5可以看出: 不论滑体长度大小、形状是否对称, 安全系数均随着 n 值增大先急剧降低, 达到极小值后缓慢增大; 最小安全系数对应的 n 值随 L/H 值及不对称程度的增大均逐渐增大。

3.3 最小安全系数对应的滑裂面

由节 3.2 的定性分析可知, 安全系数是 n 值的单值函数且存在极小值。因此通过不断选取 n 值, 可以找到最小安全系数及其对应的最危险滑裂面, 这一过程通过编程比较容易实现。

以图3 所示的土坡为例, 选取不同 n 值, 得到的安全系数见表1。可以看出: 当 $n = 7$ 或 8 时, 最小安全系数为 2.152 , 图6为此时的滑裂面。

表1 不同 n 值对应的安全系数

Table 1 Factors of safety corresponding to different values of n

n	F_s
1	2.334
3	2.170
6	2.153
7	2.152
8	2.152
10	2.153

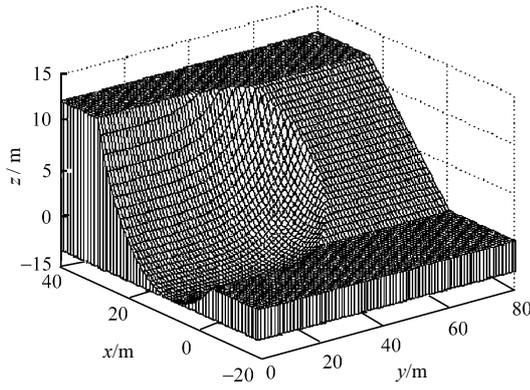


图 6 最危险滑裂面

Fig.6 The critical slip surface's shape

表 2 给出了其他计算方法得到的安全系数, 可以看出本文计算结果与其他学者计算结果接近, 验证了利用幂函数旋转面作为滑裂面, 并通过优化 n 值来确定最小安全系数及其滑裂面的计算方法是可行的。

表 2 不同方法得到的安全系数的比较

Table 2 Comparison of 3D factors of safety for the different methods

方法	安全系数
极限平衡法(X. ZHANG ^[14])	2.122
极限平衡法(陈祖煜等 ^[15])	2.187
极限分析法(陈祖煜等 ^[15])	2.262
极限平衡法(朱大勇等 ^[8])	2.158~2.168
极限平衡法(本文)	2.152

仍以图 3 所示的边坡为例, 计算得到最小安全系数时, n 值与滑体长度的变化关系见图 7。可以看出在 L/H 较小时, n 较小, 最危险滑裂面与椭球滑

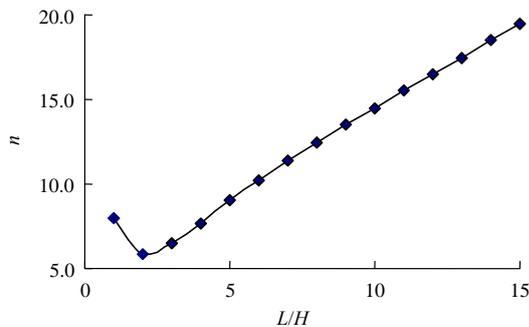


图 7 最危险滑裂面时的 n 值与 L/H 的关系曲线

Fig.7 Relation curve of values of n and L/H for the critical surface

面比较接近; 随着 L/H 不断增大, 最危险滑裂面逐渐演变成圆柱滑面。

3.4 最小安全系数的比较分析

三维边坡稳定性分析中, 常假设滑裂面为椭球面。另外, 已有的端部效应分析表明圆柱+椭球端面能够得到较小的安全系数。图 8 给出节 3.3 得到最危险滑裂面与椭球滑面、圆柱组合滑面以及二维计算结果, 可以看出: 安全系数随 L/H 增大逐渐减小, 逼近二维安全系数; 与其他形状滑面相比, 本文滑面能够得到更小的安全系数。

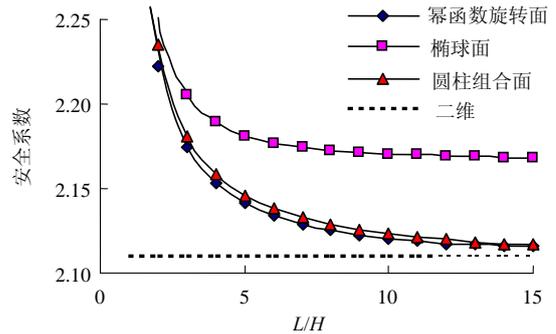
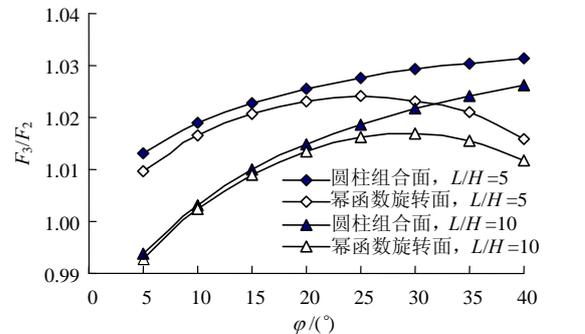


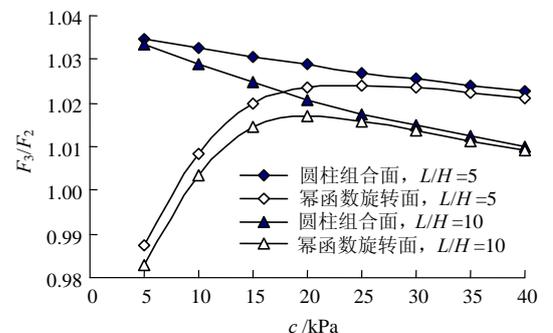
图 8 不同滑面计算的安全系数随 L/H 的变化曲线

Fig.8 Curve of factors of safety and values of L/H for different slip surface's shapes

图 9(a), (b) 分别表示不同的内摩擦角与黏聚力下, 本文得到的最小安全系数与圆柱组合面得到的



(a) F_3/F_2 随 ϕ 的变化曲线



(b) F_3/F_2 随 c 的变化曲线

图 9 圆柱组合面与幂函数旋转面安全系数的比较

Fig.9 Comparison of factors of safety between combination cylinder surface and power function rotating surface

安全系数的比较，图中纵坐标为三维分析得到的安全系数(F_3)与二维安全系数(F_2)的比值，进一步说明了本文滑面能够得到更小的安全系数。

4 三维端部效应分析

由于三维分析较复杂，实际工程中仍以二维分析为主，而二维分析就意味着滑体长度无限长，即 $L/H \rightarrow \infty$ ，此时三维端部效应被忽略。然而自然界所有的滑坡滑体长度是有限的，为使二维分析不造成重大误差，需研究三维边坡端部效应的影响，确定二维分析适用范围。

一般假定滑裂面的中部为圆柱面，端部为各种可能的曲面，分析各种端部曲面对安全系数的影响，找出最小安全系数。当中部圆柱段的长度为0时，问题就转化为节3讨论的内容，因此可认为节3是本节的一个特殊情况。由节3分析结果可知：当采用以幂函数旋转曲面为端部的组合滑裂面，可得到最小安全系数。下面分析均以幂函数旋转曲面为端部曲面，并优化 n 值。

设滑体总长度为 $2L$ ，圆柱面长度为 $2L_c$ ，每个端部曲面长度为 L_e ，则有 $L = L_c + L_e$ 。

仍以图3所示边坡为例。图10表明，随 L_e/L 改变， F_3/F_2 随 L/H 变化的包络图，改变坡角的大小，包络图形状基本不发生变化，限于篇幅不再列出。可以看出：随着 L/H 逐渐增大， F_3/F_2 不断减小，并趋于稳定，即三维安全系数随着滑体长度的不断增加逐渐逼近二维安全系数，当 $L/H \geq 10$ 时，二者非常接近，此时可以忽略三维端部效应。

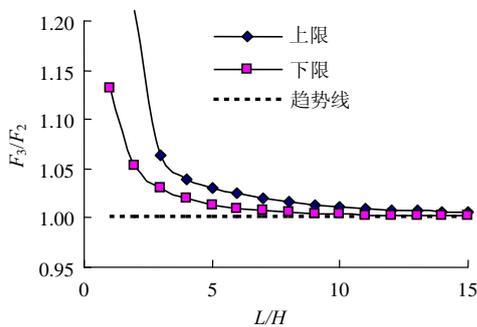


图 10 F_3/F_2 随 L/H 变化包络图

Fig.10 Relationship between values of F_3/F_2 and L/H

图11给出了 F_3/F_2 与内摩擦角和黏聚力间的变化关系，其中 $L/H = 5$ ； $L_e/L = 0.5$ ，可以看出： F_3/F_2 随着内摩擦角增大而增大，随黏聚力增大而减小，

即三维端部效应随 φ 的增大而有所增强，随 c 增大而减弱。

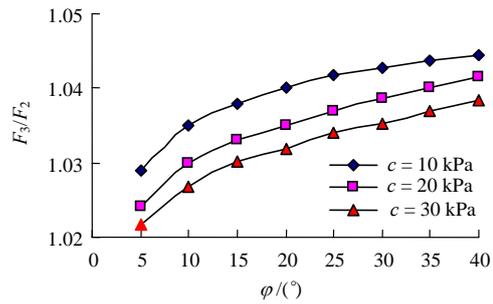


图 11 F_3/F_2 随 c, φ 的变化曲线

Fig.11 Curves of values of F_3/F_2 and c, φ

5 结 论

本文首先采用滑面正应力修正模式的假定，给出三维边坡安全系数的迭代求解方法，接着假定滑面是一簇幂函数绕 y 轴旋转得到的曲面，通过变化幂函数中的 n 值，得到不同形状的滑面。通过优化 n 值找到最小安全系数及其对应的最危险滑裂面，最后以该方法得到的最危险曲面为端部曲面分析三维边坡的端部效应。

通过分析得到如下结论：

- (1) 通过合理假定滑裂面形状，使确定最小安全系数的分析过程系统化和程序化，同时分析结果显示该方法能够得到相对更小的安全系数。
- (2) 在 L/H 较小时，最危险滑裂面与椭球滑面比较接近，随着 L/H 的不断增大，最危险滑裂面逐渐向圆柱滑面发展。
- (3) 当滑体长度大于坡高的10倍时，端部效应可以忽略。端部效应随着内摩擦角的增大而有所增强；随着黏聚力的增大而减弱；与边坡倾角没有关系。
- (4) 虽然该方法不一定能找到真正最小安全系数，但与其相差甚微。
- (5) 由于缺乏工程实例，本文论点未得到试验验证，这将是下一步的研究方向。

参考文献(References):

[1] JIANG J C, BAKER R, YAMAGAMI T. The effect of strength envelope nonlinearity on slope stability computations[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2003, 40(2): 308 - 325.

[2] CHEN Z Y. A three-dimensional slope stability analysis method using the upper bound theorem: part I: theory and methods[J]. International

- Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2001, 38(3): 369 - 378.
- [3] CHEN ZUYU. A three-dimensional slope stability analysis method using the upper bound theorem: part II: numerical approaches, applications and extensions[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2001, 38(3): 379 - 397.
- [4] BALIGH M M, AZZOUZ A S. End effects on cohesive slopes[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1975, 101(11): 1 105 - 1 117.
- [5] Gens A, Hutchinson J N, Cavounidis S. Three-dimensional analysis of slides in cohesive soils[J]. Geotechnique, 1988, 38(1): 1 - 23.
- [6] 刘华丽. 基于滑面正应力分布的边坡二维与三维稳定性计算方法[博士学位论文][D]. 南京: 中国人民解放军理工大学, 2006: 107 - 130.(LIU Huali. 2D and 3D slope stability analysis methods based on the assumption regarding the distribution of normal stresses over the slip surface[Ph. D. Thesis][D]. Nanjing: PLA University of Science and Technology, 2006: 107 - 130.(in Chinese))
- [7] 朱大勇, 刘华丽, 范鹏贤, 等. 旋转对称边坡三维安全系数显式解[J]. 解放军理工大学学报(自然科学版), 2006, 7(5): 446 - 449.(ZHU Dayong, LIU Huali, FAN Pengxian, et al. Explicit solution to three-dimensional factor of safety of rotational symmetrical slope[J]. Journal of PLA University of Science and Technology(Natural Science), 2006, 7(5): 446 - 449.(in Chinese))
- [8] 朱大勇, 丁秀丽, 刘华丽, 等. 对称边坡三维稳定性计算方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(1): 22 - 27.(ZHU Dayong, DING Xiuli, LIU Huali, et al. Method of three-dimensional stability analysis of a symmetrical slope[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(1): 22 - 27.(in Chinese))
- [9] 朱大勇, 李焯芬, 姜弘道, 等. 基于滑面正应力修正的边坡安全系数解答[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(16): 2 788 - 2 791.(ZHU Dayong, LEE C F, JIANG Hongdao, et al. Solution of slope safety factor by modifying normal stresses over slip surface[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(16): 2 788 - 2 791.(in Chinese))
- [10] HOVLAND H J. Three-dimensional slope stability analysis method[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1977, 103(9): 971 - 986.
- [11] 朱大勇, 丁秀丽, 钱七虎. 一般形状边坡三维极限平衡解答[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(10): 1 460 - 1 464.(ZHU Dayong, DING Xiuli, QIAN Qihu. Three-dimensional limit equilibrium solution to generalized-shaped slope stability[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(10): 1 460 - 1 464.(in Chinese))
- [12] 朱大勇, 钱七虎. 三维边坡严格与准严格极限平衡解答及工程应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(8): 1 513 - 1 528.(ZHU Dayong, QIAN Qihu. Rigous and quasi-rigous limit equilibrium solutions of 3D slope stability and application to engineering[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(8): 1 513 - 1 528.(in Chinese))
- [13] 郑宏, 周创兵. 三维边坡稳定性的整体分析方法及其工程应用[J]. 中国科学(E 辑), 2009, 39(1): 23 - 28.(ZHENG Hong, ZHOU Chuangbing. Global analysis of slope stability and its engineering application[J]. Science in China(Series E), 2009, 39(1): 23 - 28.(in Chinese))
- [14] ZHANG X. Three-dimensional stability analysis of concave slopes in plan view[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1988, 114(6): 658 - 671.
- [15] 陈祖煜, 弥宏亮, 汪小刚. 边坡稳定三维分析的极限平衡方法[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(5): 252 - 259.(CHEN Zuyu, MI Hongliang, WANG Xiaogang. A three-dimensional limit equilibrium method for slope stability analysis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(5): 252 - 259.(in Chinese))