

# 基于弹黏塑性本构模型的旋转硬化规律

但汉波<sup>1, 2</sup>, 王立忠<sup>1</sup>

(1. 浙江大学 建筑工程学院, 浙江 杭州 310027; 2. 浙江省电力设计院, 浙江 杭州 310012)

**摘要:**为更好地反映原状 $K_0$ 固结软土的变形特性,在已建立的考虑软土初始诱发各向异性的弹黏塑性模型基础上,进一步研究软土的旋转硬化规律。通过分析土体在等向固结过程中的黏塑性体积变化,推导表征黏土各向异性演化速率的旋转硬化参数 $b$ 的理论表达式,便于实际应用。针对浙江温州原状软黏土进行三轴不排水压缩和拉伸剪切试验,分析 $K_0$ 固结温州软黏土的应变率效应以及旋转硬化规律对其受力变形性状的影响。对比分析试验结果与模型计算结果,验证模型及旋转硬化规律的有效性和适用性。

**关键词:**土力学;软黏土; $K_0$ 固结;弹黏塑性模型;应变率相关;旋转硬化

**中图分类号:** TU 411

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-6915(2010)01-0184-09

## ROTATIONAL HARDENING LAW BASED ON ELASTOVISCOPLASTIC CONSTITUTIVE MODEL

DAN Hanbo<sup>1, 2</sup>, WANG Lizhong<sup>1</sup>

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China;

2. Zhejiang Electric Power Design Institute, Hangzhou, Zhejiang 310012, China)

**Abstract:** Based on the proposed anisotropic elastoviscoplastic constitutive model for  $K_0$ -consolidated clays, a suitable rotational hardening law accounting for changes in anisotropy due to viscoplastic strains is adopted. The expression of the rotation parameter  $b$  is presented by analyzing the soil's volumetric changes during isotropic loading. Series of triaxial undrained compression and extension tests have been carried out on the natural  $K_0$ -consolidated Wenzhou soft clay. Followed by comparison between the predicted results and the experimental data, the proposed model with rotational hardening law is capable of capturing key features of viscoplastic behaviors of soft soil, and the importance and applicability of rotational hardening law is indicated and verified.

**Key words:** soil mechanics; soft clays;  $K_0$  consolidation; elastoviscoplastic model; strain-rate dependence; rotational hardening

## 1 引言

软黏土的流变性使得土体应力-应变关系、不排水强度及屈服面等性状都与时间或速率相关<sup>[1, 2]</sup>,从而对软基及其上部结构的变形和稳定产生影响。为合理描述土体的流变性状,国内外已有大量针对软黏土的一维和三维流变模型<sup>[3~9]</sup>建立起来。这些率相关

的流变模型多数均假设土体是各向同性的,能较好地应用于重塑土。实际天然软土由于原位的不同向固结历史而具有应力诱发各向异性,并且当土体有外荷载作用时,各向异性会发生演化。

C. Zhou等<sup>[6]</sup>建立考虑 $K_0$ 固结软土初始诱发各向异性的弹黏塑性本构模型;王立忠和但汉波<sup>[8]</sup>采用倾斜的屈服面来描述土体各向异性,但均假定在土体的受力变形过程中其各向异性不发生演化。M.

**收稿日期:** 2009-06-23; **修回日期:** 2009-10-19

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(50779061)

**作者简介:** 但汉波(1983-),男,博士,2003年毕业于浙江大学土木工程系,主要从事软土流变性及其本构等方面的研究工作。E-mail: dan\_zju@163.com

Leoni 等<sup>[10]</sup>建立了考虑各向异性演化的流变模型, 该模型将 S. J. Wheeler 等<sup>[11]</sup>的旋转硬化规律进行推广, 认为屈服面的倾斜度分别随着黏塑性体积应变  $\varepsilon_v^{vp}$  和黏塑性剪应变  $\varepsilon_s^{vp}$  的增加而趋近  $3\eta/4$  和  $\eta/3$  ( $\eta=q/p'$  为土体的有效应力比)。然而此旋转硬化规律是基于较少的试验结果而建立的, 应用于三轴拉伸情况时会与试验结果有一定偏差<sup>[12]</sup>。总体上, 在率相关的黏土流变模型中考虑旋转硬化的研究尚不多。另外, S. J. Wheeler 等<sup>[11-16]</sup>针对土体各向异性演化展开了专项研究, 但基本局限于率无关的弹塑性体系中, 没有考虑土体黏塑性的影响。

本文在考虑初始各向异性的弹黏塑性本构模型<sup>[8]</sup>的框架下, 进一步引入了相匹配的旋转硬化规律, 使模型在理论表达上更加完善, 同时也能更真实有效地反映原状软黏土的流变性状。细化分析了旋转硬化参数的确定方法, 增加模型及旋转硬化规律的实用性。通过对原状温州软黏土进行室内三轴不排水的剪切试验, 验证考虑各向异性演化后弹黏塑性模型的有效性及其旋转硬化规律的正确性。

## 2 考虑初始各向异性的弹黏塑性模型

考虑软土初始诱发各向异性的弹黏塑性本构模型在有关研究<sup>[8]</sup>中已有详细叙述。该模型借鉴了过应力理论的思想, 但定义了参考面  $\bar{f}$ , 此参考面经过土体在当前应力下蠕变 24 h 后的屈服应力点, 并通过土体当前的加载面  $f$  和参考面  $\bar{f}$  的相对距离反映土体黏塑性应变率的大小, 如图 1 所示。

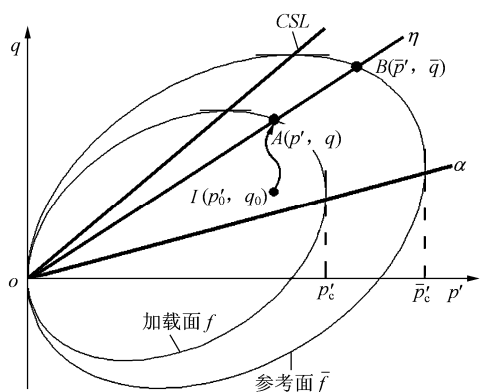


图 1  $p'$ - $q$  平面内屈服面及各应力状态点示意图

Fig.1 Scheme of yield surfaces and stress states in  $p'$ - $q$  space

参考面  $\bar{f}$  的引入, 避免了应力理论中静态屈服面  $f_s$  (对应着  $\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = 0$ ) 的不确定性。另外, 由于参考

面  $\bar{f}$  仅对应着绝对时间  $T_0 = 24$  h 的状态, 加载面  $f$  可在参考面  $\bar{f}$  之外、之内或重合, 因此参考面上各点的应力不再是表征黏塑性变形发生的应力门槛值, 模型可以模拟土体任意状态下的黏塑性变形性状, 而不再仅局限适用于正常固结土体。

对于土体当前应力点  $A$ , 其参考应力点  $B$  按径向映射原则确定, 而其应变率可分别表示为

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} \quad (1)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^e = 1/(3K)\dot{p}'\delta_{ij} + 1/(2G)\dot{s}_{ij} \quad (2)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \phi \partial f / \partial \sigma'_{ij} \quad (3)$$

式中:  $K$ ,  $G$  分别为体积模量和剪切模量;  $\sigma'_{ij}$  为有效应力张量;  $s_{ij}$  为剪应力张量;  $p'$  为平均有效应力; 上标 “ $\cdot$ ” 表示对时间求导;  $\delta_{ij}$  为 Kronecker 因子;  $f$  为加载面;  $\phi$  为应力函数。

模型的加载面  $f$  和参考面  $\bar{f}$  均按 S. J. Wheeler 等<sup>[11]</sup>建议为倾斜椭圆。加载面  $f$  如图 1 所示, 表达式为

$$\frac{(M^2 - \alpha^2) + (\eta - \alpha)^2}{M^2 - \alpha^2} p' - p'_c = 0 \quad (4)$$

式中:  $\alpha$  为椭圆倾斜度参数, 表征土体诱发各向异性程度;  $M$  为土体临界状态时的有效应力比。

参考面  $\bar{f}$  的形式与式(4)相似, 但由参考应力  $\bar{p}'$ ,  $\bar{q}$  及  $\bar{p}'_c$  分别替代  $p'$ ,  $q$  及  $p'_c$ , 其他变量保持不变。不考虑土体旋转硬化时,  $\alpha$  等于其初始值  $\alpha_0$ 。为使模型表达更为简洁, 本文用  $\alpha$  代替了王立忠和但汉波<sup>[8]</sup>中的  $\alpha\eta_{K_{0nc}}$ 。  $\alpha_0$  及相关变量的表达式为

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= (\eta_{K_{0nc}}^2 + 3\eta_{K_{0nc}} - M^2) / 3 \\ \eta_{K_{0nc}} &= 3(1 - K_{0nc}) / (1 + 2K_{0nc}) \\ K_{0nc} &= 1 - \sin \phi'_c \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中:  $\eta_{K_{0nc}}$  为正常  $K_0$  固结软土的有效应力比,  $\phi'_c$  为有效内摩擦角。

应力函数  $\phi$  表征土体当前应力与其参考状态的差别,  $f$  和  $\bar{f}$  均为  $\phi$  的等值面。  $\phi$  通过分析土体一维情况下的黏塑性体积应变率求得, 具体表达式为

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \frac{\psi}{V_1 T_0} \left( \frac{p'_c}{\bar{p}'_c} \right)^{\frac{\lambda - \kappa}{\psi}} \frac{M^2 - \alpha_0^2}{M^2 - \eta_{K_{0nc}}^2} \\ \bar{p}'_c &= \bar{p}'_{c0} \exp \{ \Delta \varepsilon_v^{vp} / [(\lambda - \kappa) / V_1] \} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

其中,

$$\kappa = C_s / \ln 10, \lambda = C_c / \ln 10, \psi = C_\alpha / \ln 10 \quad (7)$$

式中： $\kappa$ 、 $\lambda$ 均为压缩参数； $\psi$ 为黏性参数； $C_s$ 、 $C_c$ 分别为回弹指数和压缩指数； $C_\alpha$ 为次固结系数； $V_i$ 为土体固结完毕剪切之前的初始比容； $\bar{p}'_{c0}$ 为初始参考面； $T_0$ 为参数，取 $T_0 = 24 \text{ h}$ 。

将式(2)~(6)代入式(1)即可得到完整的模型表达式，模型参数有7个。

### 3 弹黏塑性软土的旋转硬化规律

#### 3.1 旋转硬化规律

本节在上述弹黏塑性模型基础上，进一步探讨旋转硬化规律。由于应力函数 $\phi$ 不通过一致性条件求得，因此 $\alpha$ 变化与否均不影响 $\phi$ 的表达形式，旋转硬化规律可直接引入至模型当中。

王立忠和沈恺伦<sup>[12]</sup>提出了针对 $K_0$ 固结结构性软土的旋转硬化规律，并利用原状温州软黏土和Bothkennar黏土的试验结果验证了其正确性。本文考虑到土体黏塑性的影响，对其进行扩展应用，将旋转硬化内变量取为 $\dot{\epsilon}_s^{vp}$ 和 $\dot{\epsilon}_v^{vp}$ ，同样也定义旋转极限面RLS来界定 $\dot{\epsilon}_s^{vp}$ 对各向异性演化的影响(RLS在 $p'$ - $q$ 平面内为2条过原点的射线RLL，如图2所示)。

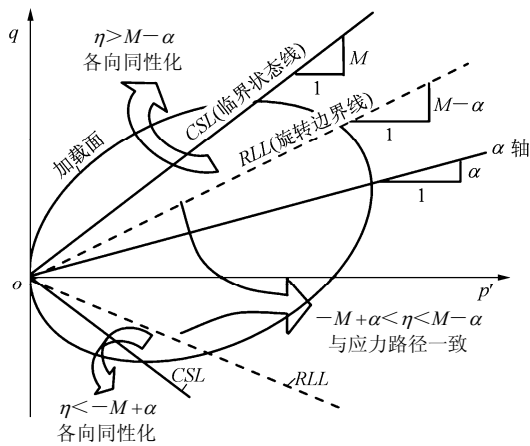


图2 模型屈服面和旋转硬化规律示意图

Fig.2 Yield surface and rotational hardening law of the model

旋转硬化规律的具体表达式为

$$\dot{\alpha} = b \{ [(\beta_s + |\beta_s|)\eta - 2|\beta_s|\alpha] \dot{\epsilon}_s^{vp} - r(2|\beta_s|\alpha) \dot{\epsilon}_v^{vp} \} \quad (8)$$

式中： $r$ 、 $b$ 均为旋转硬化参数， $r$ 反映黏塑性体应变与黏塑性剪应变对旋转硬化影响的比例关系， $b$ 反映土体各向异性演化的速率； $\beta_s$ 为RLL的函数，

其表达式为

$$\beta_s = |M - |\alpha|| - |\eta| \quad (9)$$

引入此旋转硬化规律后，在土体的受力变形过程中，黏塑性体积应变 $\epsilon_v^{vp}$ 的增加会导致土体各向异性减小，最终使土体趋于各向同性；黏塑性剪应变 $\epsilon_s^{vp}$ 对土体各向异性的影响取决于加载路径：应力点位于RLL之内( $\beta_s \geq 0$ )时，土体各向异性演变取决于应力路径方向， $\alpha$ 趋向于 $\eta$ ；当应力点超出RLL范围( $\beta_s < 0$ )时，剪切作用显著，各向异性逐渐消失。

#### 3.2 旋转硬化参数的确定

引入旋转硬化规律后，模型在原有参数基础上增加2个旋转硬化参数 $r$ 和 $b$ 。王立忠和沈恺伦<sup>[12]</sup>对参数 $b$ 给出较大的取值范围，为 $b = 10 \sim 50$ ，且需根据试验结果反算确定，具有一定的随机性。本文在此进一步探讨参数 $r$ 和 $b$ 取值的理论确定方法。

##### (1) 旋转硬化参数 $r$

正常固结软土在 $K_0$ 固结后，若继续一维压缩( $\eta = \eta_{K_{0nc}}$ )，此时土体各向异性可认为不发生变化，即 $\dot{\alpha} = 0$ ，且 $\beta_s > 0$ 。将其代入式(8)，得

$$(\eta_{K_{0nc}} - \alpha_0) \dot{\epsilon}_s^{vp} - r \alpha_0 \dot{\epsilon}_v^{vp} = 0 \quad (10)$$

由本文模型计算黏塑性应变率采用的流动法则，可得如下关系式始终满足：

$$\dot{\epsilon}_s^{vp} / \dot{\epsilon}_v^{vp} = 2(\eta - \alpha) / (M^2 - \eta^2) \quad (11)$$

将式(11)代入式(10)，结合具体的 $\eta$ 和 $\alpha$ 值，得

$$r = \frac{2(\eta_{K_{0nc}} - \alpha_0)^2}{\alpha_0(M^2 - \eta_{K_{0nc}}^2)} \quad (12)$$

##### (2) 旋转硬化参数 $b$

与参数 $r$ 类似，参数 $b$ 也可通过考察等向固结这一特殊路径来确定。A. Anandarajah等<sup>[17]</sup>的试验结果表明，对原状土样从应力为0开始等向固结，当固结应力为初始屈服应力的2~3倍时，土体的初始各向异性就基本完全消失，而此过程中土体的黏塑性体应变为

$$\Delta \epsilon_v^{vp} = \frac{\lambda - k}{V_i} \ln \frac{\bar{p}'_c}{\bar{p}'_{c0}} = \frac{\lambda - k}{V_i} \ln(2 \sim 3) \approx \frac{\lambda - k}{V_i} \quad (13)$$

在等向固结过程中，式(11)仍然成立，此时有 $q = 0$ ， $\eta = 0$ ， $\beta_s = M - \alpha > 0$ ，将其代入式(8)并化简得

$$\frac{M^2 \dot{\alpha}}{(M - \alpha)\alpha |2\alpha - rM^2|} = 2b \dot{\epsilon}_v^{vp} \quad (14)$$

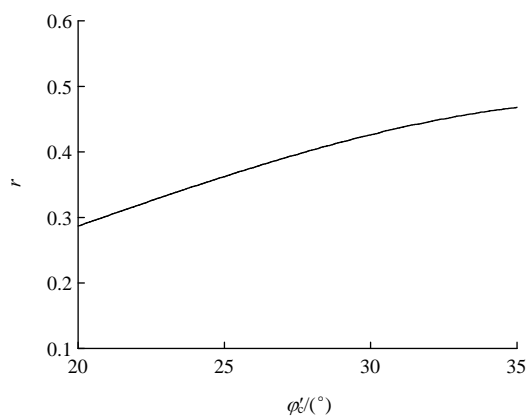
对式(14)积分, 积分条件满足: 黏塑性体应变从 0 增加到  $\Delta\varepsilon_v^{vp}$ ,  $\alpha$  从  $\alpha_0$  减少至当前值  $\alpha$ , 此时有

$$\left( \frac{1}{2-rM} \ln \frac{|rM^2 - 2\alpha|}{M - \alpha} + \frac{1}{rM} \ln \frac{|rM^2 - 2\alpha|}{\alpha} \right) \Big|_{\alpha_0}^{\alpha} = 2b\Delta\varepsilon_v^{vp} \quad (15)$$

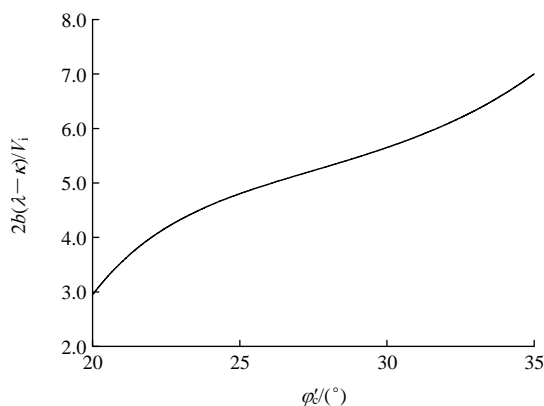
当  $\alpha$  减少至初始值  $\alpha_0$  的 10% 时, 可认为土体的各向异性已基本消失, 此时  $\Delta\varepsilon_v^{vp}$  满足式(13)的关系, 因此可得

$$b = \frac{V_i}{2(\lambda - \kappa)} \left[ \frac{2}{(2-rM)rM} \ln \frac{|rM^2 - 0.2\alpha_0|}{|rM^2 - 2\alpha_0|} + \frac{\ln 10}{rM} - \frac{1}{(2-rM)} \ln \frac{M - \alpha_0/10}{M - \alpha_0} \right] \quad (16)$$

参数  $M$ ,  $\alpha_0$  和  $\eta_{K_{onc}}$  理论上均可由有效内摩擦角  $\varphi'_c$  计算得到, 由式(12)和(16)可知, 旋转硬化参数  $r$  和  $2b(\lambda - \kappa)/V_i$  也为  $\varphi'_c$  的函数。对于一般  $K_0$  固结软土, 计算得参数  $r$  和  $2b(\lambda - \kappa)/V_i$  均随  $\varphi'_c$  的增加而增大, 如图 3 所示。



(a)  $r$  随  $\varphi'_c$  的变化



(b)  $2b(\lambda - \kappa)/V_i$  随  $\varphi'_c$  的变化

图 3 旋转硬化参数  $r$  随有效内摩擦角  $\varphi'_c$  的关系曲线

Fig.3 Relationship curves of rotational hardening parameters and effective friction angle  $\varphi'_c$

当  $\varphi'_c = 20^\circ \sim 35^\circ$  时, 参数  $r$  在 0.29~0.50 间变化, 而  $2b(\lambda - \kappa)/V_i$  则从 3.0 逐渐增大至 7.1。当然, 若参数  $M$  和  $K_{onc}$  有具体的实测值, 则可由通过本文式(12)和(16)更准确地求得参数  $r$  和  $b$  的值。

## 4 模型的试验验证

### 4.1 试验概况

为进一步验证考虑各向异性演化后的弹黏塑性模型及旋转硬化规律的正确性, 对浙江温州软黏土进行了等应变率的三轴不排水剪切试验。薄壁块状土样取自温州市区中心华盟广场基坑工程, 土质为淤泥, 原位深度为地表以下 11 m。

试验时, 土样先  $K_0$  固结至一应力状态, 然后保持围压不变, 增加或减小轴压, 对土样进行不排水的压缩或拉伸剪切直至土样破坏, 剪切时应变率保持恒定。  $K_0$  固结时的轴向固结应力  $\sigma'_{a0}$  分别控制为 75.4, 150 和 300 kPa, 其中 75.4 kPa 为土体原位有效上覆压力。剪切时应变率  $\dot{\varepsilon}_s$  分别采用  $\pm 20\%$ ,  $\pm 2\%$  和  $\pm 0.2\% \text{ h}^{-1}$  (“+”为压缩, “-”为拉伸); 试验采用 GDS 应力路径三轴试验系统完成。

### 4.2 计算参数的确定

温州软黏土的物理力学指标和计算参数如表 1 所示。计算参数  $\lambda$  和  $\kappa$  由常规一维压缩试验测得;  $\psi$  由一维蠕变试验测得;  $K_{onc}$  由  $K_0$  固结试验测得;  $M$  及  $\varphi'_c$  由三轴固结不排水压缩剪切试验得到。参数  $\alpha_0$ ,  $r$  和  $b$  分别由本文相应公式计算得到。  $V_i$  与土样在  $K_0$  固结阶段的体积应变有关。根据实测结果, 轴向固结应力分别为 75.4, 150 和 300 kPa 时,  $V_i$  分别为 2.80, 2.516 和 2.316, 泊松比  $\nu = 0.3$ 。

表 1 原状温州软黏土物理力学指标和计算参数  
Table 1 Physico-mechanical indices and calculation parameters of natural Wenzhou clay

$w_0$ /%	$e_0$	$\rho_0$ /( $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ )	$G_s$	$\sigma'_{v0}$ /kPa	OCR	YSR	$K_{onc}$
66.31	1.895	1.58	2.75	75.4	1.00	1.20	0.55
$\lambda$	$\kappa$	$\psi$	M	$T_0$ /min	$\alpha_0$	$r$	$b$
0.384	0.042	0.010	1.23	1 440	0.40	0.55	39.18

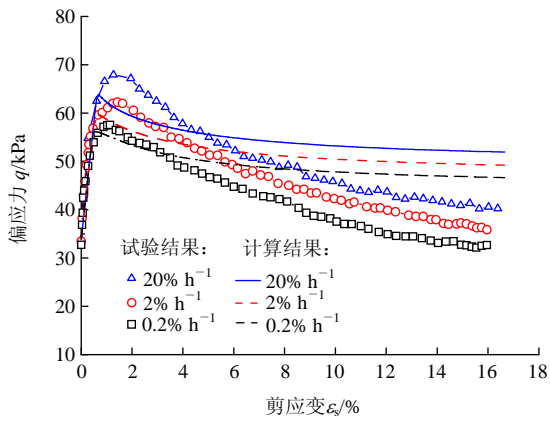
注:  $w_0$  为天然含水量;  $e_0$  为天然孔隙比;  $\rho_0$  为天然密度;  $G_s$  为相对密度;  $\sigma'_{v0}$  为原位有效上覆压力; OCR 为超固结比; YSR 为初始屈服应力比。

另外, 温州软黏土历史上没有经历过剧烈的海平面升降或地表侵蚀, 为正常固结土( $OCR = 1$ )。而

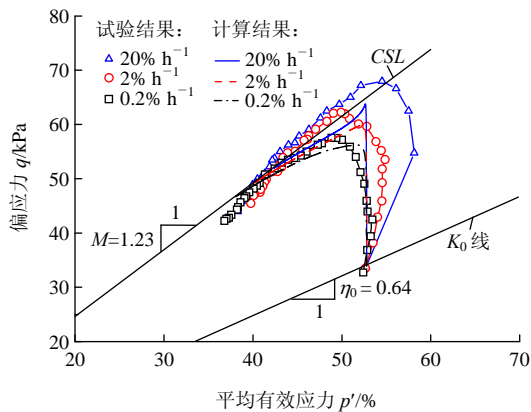
常规一维压缩试验测得初始屈服应力  $\sigma'_{vy} = 90$  kPa,  $YSR=1.2$ , 表明试验原状土样具有一定结构性。

### 4.3 试验与计算结果的对比分析

图 4~6 分别为原状温州软黏土在不同轴向固结应力下的压缩剪切试验与模型计算结果的对比 (“C”表示压缩, 后面数字对应着  $K_0$  固结时的轴压 (kPa))。图中的试验结果显示, 应变率对温州软黏土的不排水压缩剪切性状有显著影响。同一轴向固结应力情况, 应变率越大, 相同剪切应变  $\epsilon_s$  对应的偏应力  $q$  越大, 且应变率效应持续存在整个剪切过程。



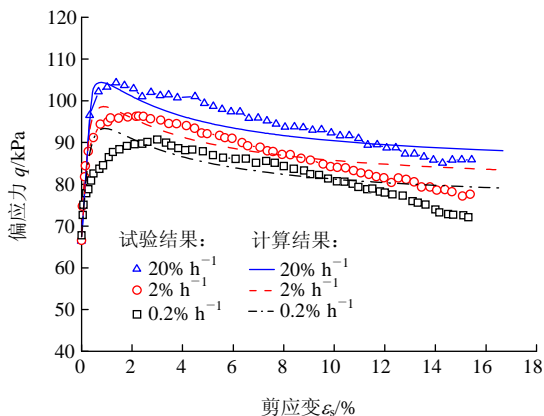
(a) 剪切应力 - 应变关系



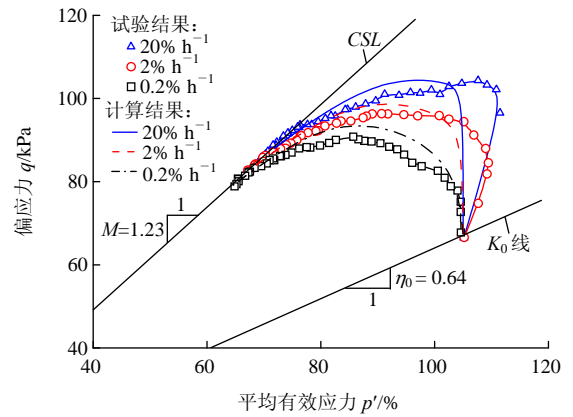
(b) 不排水有效应力路径

图 4 C75.4 试验下的试验结果和计算曲线

Fig.4 Measured and calculated results of C75.4 tests



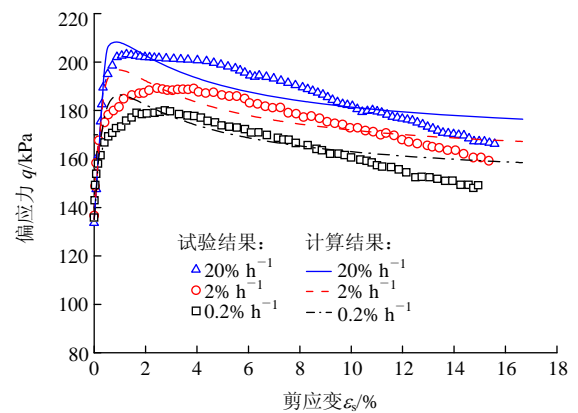
(a) 剪切应力 - 应变关系



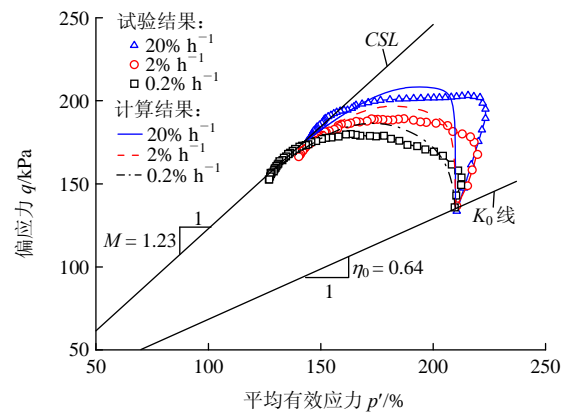
(b) 不排水有效应力路径

图 5 C150 试验下的试验结果和计算曲线

Fig.5 Measured and calculated results of C150 tests



(a) 剪切应力 - 应变关系



(b) 不排水有效应力路径

图 6 C300 试验下的试验结果和计算曲线

Fig.6 Measured and calculated results of C300 tests

3 组试验中, 各原状土样均在压缩剪切初期即达到偏应力峰值, 随后发生显著的应变软化现象, 这与 J. H. Yin 和 C. M. Cheng<sup>[18]</sup>的试验规律类似。土体发生应变软化是诸多因素共同作用的结果, 就本次试验而言, 压缩剪切过程中温州软黏土的结构破损、各向异性逐渐丧失以及土样产生倾角约 45° 的剪切带, 有一定应变局部化现象等都是土体应变

软化的可能诱因。以最大主应力差  $(\sigma'_1 - \sigma'_3)_{\max}$  作为强度取值标准, 以最大有效主应力比  $(\sigma'_1 / \sigma'_3)_{\max}$  定义临界状态<sup>[19]</sup>。因此, 压缩强度  $S_{uc}$  对应偏应力达到峰值状态, 随着应变率增加而增大, 应变率增大 10 倍, 试验所得温州软黏土的压缩强度  $S_{uc}$  平均增大 7.4%。而温州软黏土在剪应变平均达到 10% 左右后即达到临界状态, 平均  $M = 1.23$ , 大小基本不随应变率而变。

从模型的计算情况来看, 尽管本文弹黏塑性本构模型没有考虑结构性、应变局部化等因素的影响, 但是由于引入了旋转硬化规律, 反映了土体压缩剪切过程中各向异性的衰减, 因此模型仍能在一定程度上模拟剪切过程中的应变软化现象。

对于固结应力较大的情况, 如 C150 以及 C300 试验, 由于土体结构性在固结阶段已基本完全丧失, 对剪切阶段土体性状影响不大, 因此本文模型的计算曲线与实测结果较为吻合。

对于固结应力较小的情况, 如 C75.4 试验, 在后续剪切阶段土体结构性的破损加剧了土体的软化程度, 由于本文模型暂时没考虑土体结构性的影响, 因此尽管模型考虑旋转硬化后计算所得的应力 - 应变关系有软化趋势, 但与试验结果仍有一定偏差(见图 4)。这说明在应用于结构性较强且固结应力较小的软黏土时, 本文模型还需进一步考虑土体结构性及其演化。另外, 由于压缩剪切初期黏土会存在一定的孔压滞后, 同时模型假设黏土弹性变形为各向同性, 因此各图中计算所得有效应力路径在试验初期与试验结果有一定偏差, 但在试验后期两者则符合较好。总体上, 引入旋转硬化规律后, 弹黏塑性模型较好地反映了原状温州软黏土的不排水压缩性状及其应变率相关性。

图 7~9 分别给出了不同固结应力情况下的三轴不排水拉伸剪切试验结果以及模型计算曲线(“E”表示拉伸, 后面数字也对应  $K_0$  固结时的轴压)。与压缩情况类似, 某一固结应力下, 应变率越大, 相同剪切应变  $\varepsilon_s$  对应的偏应力  $q$  绝对值也越大, 拉伸剪切性状也表现出明显的率相关性。但不同的是, 拉伸剪切试验中均没有发生应变软化, 这种拉压性状差异在 J. H. Yin 和 C. M. Cheng<sup>[18]</sup> 的试验结果中也有提及。本次拉伸剪切试验中, 土样在破坏时仅轻微颈缩, 并没有剪切带的产生, 同时有效应力路径也没有超过临界状态线。

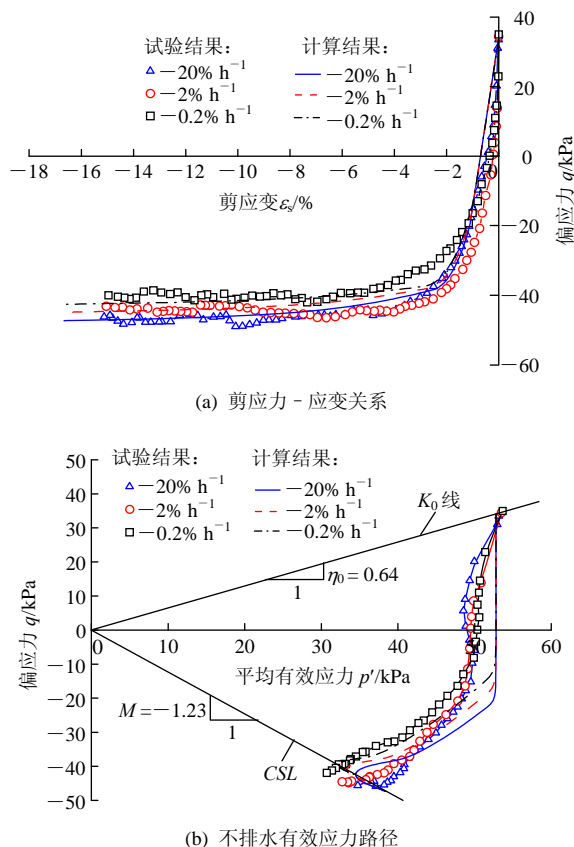


图 7 E75.4 情况下的试验结果和计算曲线  
Fig.7 Measured and calculated results of E75.4 tests

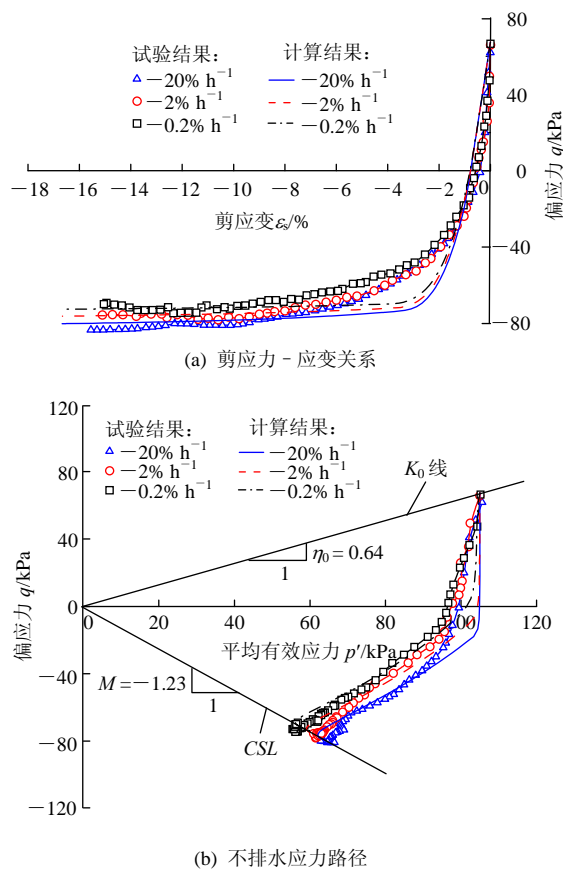


图 8 E150 情况下的试验结果和计算曲线  
Fig.8 Measured and calculated results of E150 tests

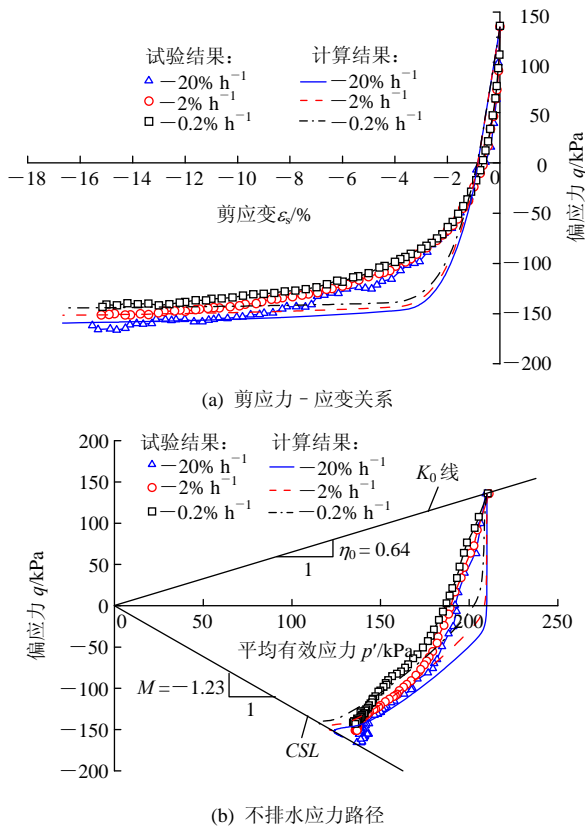


图9 E300 情况下的试验结果和计算曲线  
Fig.9 Measured and calculated results of E300 tests

按前述强度取值标准，拉伸强度  $S_{uc}$  为对应于剪应变  $\epsilon_s = 15\%$  时的偏应力。由试验结果可知，拉伸强度也随着应变率的增大而增加，应变率增大 10 倍，温州软黏土的不排水拉伸强度  $S_{uc}$  平均增大 8.2%。另外从图 7~9 可知，模型计算的拉伸剪切应力 - 应变关系为硬化型，与压缩计算结果有明显的区别，但与试验规律是一致的。同时，计算结果也较好地反映了土样不排水拉伸剪切性状的应变率效应，虽然计算应力路径与实测结果在试验初期有一定偏差，但在后期则吻合较好。这说明模型对分析  $K_0$  固结软土的拉伸剪切性状及其应变率效应是适用的，所引入的旋转硬化规律也是基本合适的。

## 5 旋转硬化的相关讨论

### 5.1 剪切过程中各向异性变量 $\alpha$ 的变化

模型中，土体各向异性演化通过变量  $\alpha$  的变化来反映。在此以 C150 和 E150 两组试验为例，探讨模型模拟的不排水剪切过程中  $\alpha$  的具体变化规律，如图 10 所示，其他试验情况下  $\alpha$  的演化与图示规律相似。

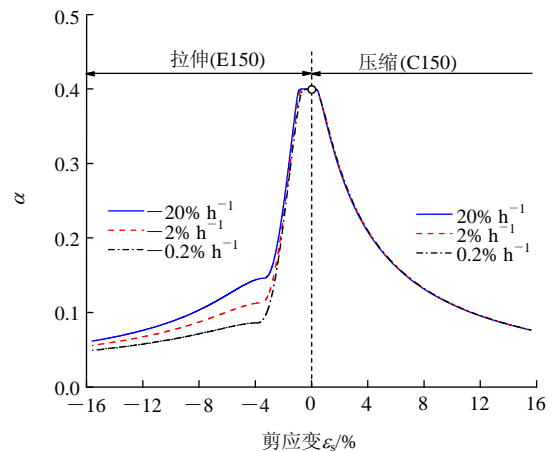


图 10 C150 和 E150 试验计算所得  $\alpha$  的变化规律  
Fig.10 Predicted evolution law of  $\alpha$  for C150 and E150 tests

图 10 结果显示，在  $K_0$  固结后的不排水压缩或拉伸剪切过程中， $\alpha$  均随剪应变的发展而从初始值  $\alpha_0 = 0.4$  逐渐减小并趋向于 0，土体各向异性逐渐消失。拉伸过程中  $\alpha$  的衰减速率相对较大，这是由于拉伸剪切时，轴压减小导致偏应力  $q$  发生了从正变负的符号反向，会加速加载面  $f$  和参考面  $\bar{f}$  向  $p'$  轴的旋转。在不排水压缩和拉伸剪切过程中，始终有  $\alpha \geq 0$ 。

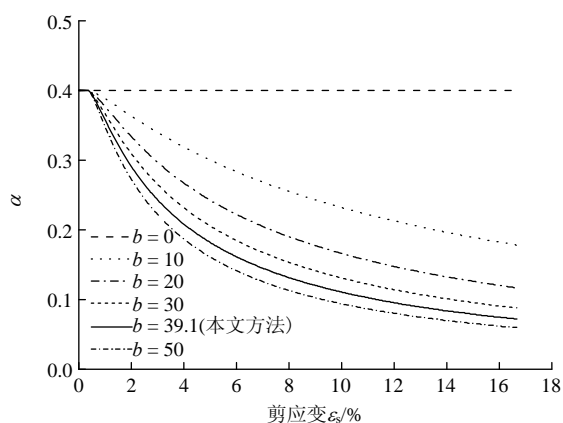
另外，在压缩剪切过程中， $\alpha$  的衰减基本与试验所采用的轴向应变率  $\dot{\epsilon}_a$  无关，而拉伸剪切情况  $\alpha$  的减少则受  $\dot{\epsilon}_a$  的影响。这是由于本文旋转硬化规律中引入了旋转极限线  $RLL$ ， $\alpha$  的衰减受参数  $\beta_s$  的制约。从式(8)可知， $\beta_s \geq 0$  时  $\alpha$  的变化终值取决于土体当前的应力比  $\eta$ ，而  $\beta_s < 0$  后  $\alpha$  则逐渐衰减至 0。

压缩过程中，偏应力  $q$  的持续增大使得  $\beta_s$  很快从初始正值减小为负值，土体的应力状态很快就超出旋转边界线  $RLL$  的范围， $\eta$  对  $\alpha$  的影响仅限于剪切初期， $\dot{\epsilon}_a$  的影响不显著，3 条计算曲线基本重合。

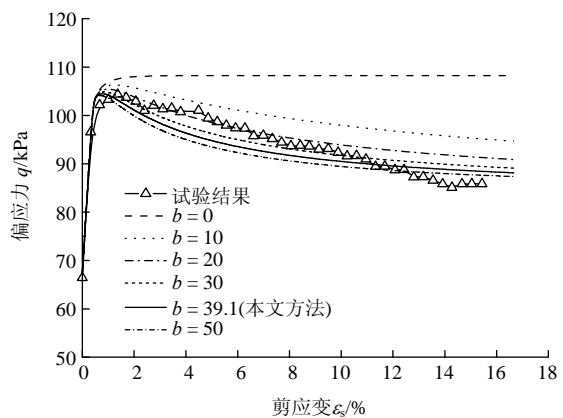
拉伸过程中，土样的  $q$  由正变为负，试验前期相当一段时间内土体的应力状态处于旋转边界线  $RLL$  的界定范围内 ( $\beta_s \geq 0$ )，此阶段  $\alpha$  的变化与土体的应力水平密切相关，而土体应力是受应变率  $\dot{\epsilon}_a$  制约的，因此拉伸前期  $\alpha$  的衰减规律因应变率的不同而异。当土样拉伸变形较大后(在  $\epsilon_s = -3.6\%$  后，见图 10)，土体应力水平已超出  $RLL$  的范围 ( $\beta_s < 0$ )，此后尽管应变率  $\dot{\epsilon}_a$  不同，但  $\alpha$  均随着  $\epsilon_s$  的发展均逐渐趋于最终值 0。

### 5.2 旋转硬化参数 $b$ 的敏感性分析

参数  $b$  控制了剪切过程中土体各向异性的衰减速率, 是旋转硬化规律的关键参数。本文通过探讨等向固结时土样的体积变化, 推求了参数  $b$  的解析计算式(16), 使得参数  $b$  值可精确确定, 便于应用。通过前文的比较分析可知, 本文方法确定的参数  $b$  是较合理的。本节进一步以轴向应变率  $\dot{\epsilon}_a = 20\% \text{ h}^{-1}$  的 C150 试验为例, 对参数  $b$  进行敏感性分析, 讨论不同  $b$  值对模型计算模拟的影响, 计算结果如图 11 所示。



(a) 不同  $b$  值下  $\alpha$  的演化



(b)  $b$  值对剪切应力 - 应变关系的影响

图 11 C150 试验  $\dot{\epsilon}_a = 20\% \text{ h}^{-1}$  下不同  $b$  值对试验模拟的影响  
Fig.11 Predictions based on different values of  $b$  for C150 tests under  $\dot{\epsilon}_a = 20\% \text{ h}^{-1}$

图 11 结果显示,  $b$  值越大,  $\alpha$  减小越快, 剪切过程中土体各向异性衰减越迅速; 若剪应变持续发展, 除  $b = 0$  外, 其他情况的  $\alpha$  最终均会衰减至 0, 土体表现出各向同性特征。对于  $b > 0$  的情况, 计算所得压缩剪切的应力 - 应变关系均发生软化, 但由于土体都在压缩剪切初期即达到偏应力峰值, 此阶段  $\alpha$  的衰减有限, 因此  $b$  值对土体压缩峰值强度的

影响并不十分显著。

在剪切土体达到临界状态时,  $\alpha$  均会减小至 0, 因此理论上  $b$  值对土体的临界强度无影响。实际图 11 中各  $b$  值对应的计算应力 - 应变关系有较大差别, 这是由于仅计算到  $\epsilon_s = 16\%$  为止, 从图 11(a) 中  $\alpha$  的变化看,  $b$  值较小时土体在此时并没达到临界状态。如果计算范围够大, 所有  $b > 0$  情况的计算应力 - 应变关系均应趋于同一终值, 参数  $b$  仅控制应力 - 应变关系的软化程度。

对于原状温州软黏土, 图中  $b \geq 30$  后计算所得的应力 - 应变关系与试验结果均有一定程度的吻合, 但综合前文其他试验情况的对比结果, 本文方法确定的  $b$  值还是较为合理的。

## 6 结 论

针对  $K_0$  固结黏塑性软土的各向异性演化规律, 得到了以下结论:

(1) 考虑到实际土体受力时各向异性的演变, 在已建立的弹黏塑性本构模型基础上, 进一步引入了旋转硬化规律。此旋转硬化规律以黏塑性体应变和黏塑性剪应变为内变量, 能较为合理地反映剪切过程中土体各向异性的变化。

(2) 通过考察特定路径下土体各向异性的变化, 推求了旋转硬化参数  $r$  和  $b$  的解析表达式, 定量地给出了此 2 个参数的变化范围, 便于实际应用。

(3)  $K_0$  固结原状温州软黏土在压缩剪切时发生应变软化, 而拉伸应力 - 应变关系为硬化型。剪切性状表现出明显的率相关性, 应变率增大 10 倍, 压缩强度平均增大 7.4%, 拉伸强度平均增大 8.2%。

(4) 模型能较好地反映温州软黏土剪切性状的应变率效应, 而且在考虑旋转硬化后, 还一定程度地模拟了压缩剪切的应变软化, 对拉伸结果的模拟也更符合实际。因此, 此旋转硬化规律对模型模拟天然  $K_0$  固结软土的流变性状是十分必要且有效的。

### 参考文献(References):

[1] AUGUSTESEN A, LIINGAARD M, LADE P V. Evolution of time dependent behavior of soils[J]. International Journal of Geomechanics, 2004, 4(3): 137 - 156.  
[2] BJERRUM L. Engineering geology of Norwegian normally consolidated



- marine clays as related to the settlements of buildings[J]. *Geotechnique*, 1967, 17(2): 81 - 118.
- [3] YIN J H, GRAHAM J. Equivalent times and one-dimensional elastic viscoplastic modeling of time-dependent stress-strain behavior of clays[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1994, 31(1): 42 - 52.
- [4] 殷宗泽, 张海波, 朱俊高, 等. 软土的次固结[J]. *岩土工程学报*, 2003, 25(5): 521 - 526.(YIN Zongze, ZHANG Haibo, ZHU Jungao, et al. Secondary consolidation of soft soils[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2003, 25(5): 521 - 526.(in Chinese))
- [5] LEROUEIL S. The isotache approach. Where are we 50 years after its developments by professor Šuklje?[C]// *Proceedings of the 13th Danube Europe Conference on Geotechnical Engineering*. Ljubljana: [s.n.], 2006: 55 - 88.
- [6] ZHOU C, YIN J H, ZHU J G, et al. Elastic anisotropic viscoplastic modeling of the strain-rate-dependent stress-strain behavior of  $K_0$ -consolidated natural marine clays in triaxial shear tests[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2005, 5(3): 218 - 232.
- [7] KELLN C, SHARMA J, HUGHES D, GRAHAM J. An improved elasto-viscoplastic soil model[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2008, 45(10): 1 356 - 1 376.
- [8] 王立忠, 但汉波.  $K_0$ 固结软黏土的弹黏塑性本构模型[J]. *岩土工程学报*, 2007, 29(9): 1 344 - 1 354.(WANG Lizhong, DAN Hanbo. Elastoviscoplastic constitutive model for  $K_0$  consolidated soft clays[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2007, 29(9): 1 344 - 1 354.(in Chinese))
- [9] YIN Z Y, ZHANG D M, HICHER P Y, et al. Modelling of time dependent behaviour of soft soils using simple elastoviscoplastic model[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2008, 30(6): 880 - 888.
- [10] LEONI M, KAESTUNEN M, VERMEER P A. Anisotropic creep model for soft soils[J]. *Geotechnique*, 2008, 58(3): 215 - 226.
- [11] WHEELER S J, NAATANEN A, KARSTUNEN M, et al. An anisotropic elastoplastic model for soft clays[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2003, 40(2): 403 - 418.
- [12] 王立忠, 沈恺伦.  $K_0$ 固结结构性软黏土的旋转硬化规律研究[J]. *岩土工程学报*, 2008, 30(6): 863 - 872.(WANG Lizhong, SHEN Kailun. Rotational hardening law of  $K_0$  consolidated structured soft clays[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2008, 30(6): 863 - 872.(in Chinese))
- [13] HUECKEL T, TUTUMLUER E. Modeling of elastic anisotropy due to one-dimensional plastic consolidation of clays[J]. *Computers and Geotechnics*, 1994, 16(4): 311 - 349.
- [14] HASHIGUCHI K, CHEN Z P. Elastoplastic constitutive equation of soils with the subloading surface and the rotational hardening[J]. *International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1998, 22(3): 197 - 227.
- [15] WHITTLE A J. Evaluation of a constitutive model for over-consolidated clay[J]. *Geotechnique*, 1993, 43(2): 289 - 313.
- [16] KOBAYASHI I, SOGA K, IIZUKA A, et al. Numerical Interpretation of a shape of yield surface obtained from stress probe tests[J]. *Soils and Foundations*, 2003, 43(3): 93 - 103.
- [17] ANANDARAJAH A, KUGANENTHIRA N, ZHAO D. Variation of fabric anisotropy of kaolinite in triaxial loading[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1996, 122(8): 633 - 640.
- [18] YIN J H, CHENG C M. Comparison of strain-rate dependent stress-strain behavior from  $K_0$ -consolidated compression and Extension tests on natural Hong Kong marine deposits[J]. *Marine Georesources and Geotechnology*, 2006, 24(2): 119 - 147.
- [19] 钱家欢, 殷宗泽. *土工原理与计算*[M]. 2版. 北京: 中国水利电力出版社, 1996.(QIAN Jiahuan, YIN Zongze. *Principle and computation of soil engineering*[M]. 2nd ed. Beijing: China Water Power Press, 1996.(in Chinese))