

# 预应力管桩侧摩阻力影响因素的研究

宋 兵<sup>1,2</sup>, 蔡 健<sup>1</sup>

(1. 华南理工大学 土木与交通学院, 广东 广州 510063; 2. 广州市建筑科学研究院, 广东 广州 510440)

**摘要:** 桩侧摩阻力在各种情况的影响下变化较大, 为能准确对其进行取值需对其影响因素进行研究。从侧摩阻力的机制分析推知, 侧摩阻力的决定因素为桩土界面强度、土体的强度以及土体的应力状态。土体的应力状态是造成侧摩阻力变化的根本原因, 它不仅会影响到桩土界面强度的取值, 还会使土体在强度条件一定的情况下表现出不同的抗剪能力。介绍 3 根预应力管桩的内力测试成果, 利用 ADINA 有限元软件对试验桩进行 3 个方面的分析: 破坏可能发生位置、桩土界面参数的取值、桩侧土压力随土层深度及桩荷载的变化。通过分析发现, 3 根管桩的破坏均发生在界面处。对于淤泥土桩土界面力以黏着力为主; 对砂质土或全风化岩桩土界面力以摩擦力为主, 此时桩侧土压力的变化会对桩侧摩阻力极值有影响。

**关键词:** 桩基工程; 桩侧摩阻力; 桩侧土压力; 桩内力测试; 有限元分析

**中图分类号:** TU 473

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000 - 6915(2009)增 2 - 3863 - 07

## RESEARCH ON INFLUENCE FACTORS OF SIDE SOIL RESISTANCE OF PHC PIPE PILE

SONG Bing<sup>1,2</sup>, CAI Jian<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering and Transportation, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510063, China;

2. Guangzhou Institute of Building Science, Guangzhou, Guangdong 510440, China)

**Abstract:** It is founded that the value of side soil resistance of pile will change distinctly in different situation, to determine it more accurately the influence factors of it need to be researched. Based on the mechanism analysis it can be concluded that the determinant influence factors of side soil resistance of pile are the strength of pile-soil interface, the strength of soil and the stress condition of soil. The stress condition of soil is the main reason which causes the variety of side soil resistance of pile, because it will change in different situations, influence the value of pile-soil interface strength, and make soil have different shearing-resistant abilities under a certain strength condition. An internal force test of three PHC pipe piles and its results are introduced. ADINA software is used to analyze the testing piles. The analysis includes possible destroy positions, pile-soil interface parameters and the changes of side soil pressure of pile in different depths of soil and under different loads. It is founded that damages all occur in the pile-soil interface of three testing piles, so the pile-soil interface parameters can be worked out using the testing value of side soil resistance. It is found that for silt soil adhesive force is the main interface force, but for sandy soil or residual soil, the friction is the main interface force. When friction is the main interface force, the change of side soil pressure of pile can cause the variation of side soil resistance of pile.

**Key words:** pile foundations; side soil resistance of pile; side soil pressure of pile; internal force test of pile; finite element analysis

**收稿日期:** 2009 - 06 - 30; **修回日期:** 2009 - 08 - 25

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(50878087)

**作者简介:** 宋 兵(1975 -), 男, 1997 年毕业于烟台大学土木工程系工业与民用建筑专业, 现为博士研究生、高级工程师, 主要从事地基基础方面的检测与研究。E-mail: seros0497@sina.com

# 1 引言

桩的承载力包括侧摩阻力和端承力两部分，其中侧摩阻力是一个变化较大的量。在工程实际中发现<sup>[1, 2]</sup>，桩侧摩阻力在土层及桩型一定的情况下，极限值有一个相对固定的取值范围，说明桩土材料特性及桩土界面特性、桩施工工艺等因素是极限侧摩阻力的主要影响因素。规范<sup>[3, 4]</sup>将上述主要影响因素及对应的侧摩阻力取值范围归纳总结成表格以供查找。但由于端部支承条件、桩受力方向、临近土层的性质、土层的深度等具体工程条件不同，侧摩阻力还会有很大变动<sup>[5~7]</sup>。这主要是因为上下土层的性质不同，相互之间存在着复杂的相互作用。由于影响侧摩阻力的因素众多，必须对极限侧摩阻力产生的机制进行分析，归纳出本质的影响因素，才能更好地把握侧摩阻力的变化规律。

关于桩侧摩阻力的强化和退化现象，学者们从土的性能<sup>[8]</sup>、桩土相互作用<sup>[9]</sup>、泥皮效应、深度效应<sup>[10]</sup>、桩端阻力与侧阻力相互作用<sup>[11, 12]</sup>等不同角度进行了试验和研究，得出有意义的成果。本文则在机制分析的基础上，总结了桩侧摩阻力最一般性的影响因素。利用内力测试的试验结果，通过针对性的有限元分析，研究了试验管桩与不同土层的界面条件、强度破坏位置、桩侧土压力的变化规律及其对侧摩阻力的影响等问题。

# 2 极限摩阻力的决定因素

影响侧摩阻力极值的决定因素可归纳为两个方面：一是桩土界面的强度，二是土层的强度。极限侧摩阻力由二者之中较弱的强度决定。

由于桩土交界面上经常发生的破坏形式是土的圆柱形剪切破坏<sup>[13]</sup>，容易使人认为土的抗剪强度是侧摩阻力的决定因素。这种认识是不全面的，只有在界面提供了足够的摩擦黏着力后，土层的强度才是决定性因素，否则决定性因素是桩土界面的强度条件。

桩土界面的强度条件与土层的强度条件既有一定的联系，又有不同。试验结果<sup>[14]</sup>表明，桩土界面的强度  $Q$  可表示为

$$Q = a + \mu P \tag{1}$$

式中： $a$ 为桩土界面的黏着力， $\mu$ 为桩土界面的摩擦因数， $P$ 为侧压力。

土体抗剪强度  $\tau$  的表达式<sup>[15]</sup>为

$$\tau = c + \sigma \tan \varphi \tag{2}$$

式中： $c$ 为土的黏聚力， $\varphi$ 为土的内摩擦角， $\sigma$ 为土的总应力。

式(1)与(2)的表达式相似，但参数的意义不同。式(1)中的  $a$  与土的黏性有关，即与土的黏聚力有关，同时还与桩表面的微观构造有关； $\mu$  值与桩表面的粗糙度及土层的材料特性有关。从接触力学及分形学的角度进行理论分析<sup>[16]</sup>，可知：

$$\mu = f(D, G, \phi, \nu, K, A_r) \tag{3}$$

式中： $D$ ， $G$ 分别为表面轮廓分形维数和反映轮廓幅值大小的尺度系数； $A_r$ 为真实接触面积； $\nu$ 为材料的泊松比； $\phi$ 为材料的特征参数，可理解为材料的屈服应变； $K$ 为材料的硬度与屈服强度的相关系数。

$D$ ， $G$ ， $A_r$ 三个参数反映界面的粗糙程度； $\nu$ ， $\phi$ ， $K$ 三个参数反映了材料的特性。由此可见，摩擦因数是与界面粗糙程度和接触材料的特性有关的值，并且从接触力学及细观分析的角度出发进行计算是非常复杂的。

从以上对比可见，界面强度与土体抗剪强度之间存在差别，土体的抗剪强度是土与土颗粒之间的接触问题，而界面强度是桩与土体之间的接触问题。当桩土界面的强度足够大时，破坏发生在土层中，但此时同一土层所表现出的抗剪力在不同条件下是不同的。这是因为土层并不是纯剪切的受力状态，由于存在着初始竖向及侧向压应力，使土层处于三向受力状态。桩周土的受力为轴对称的，可选取一个六面体土单元(见图 1)。

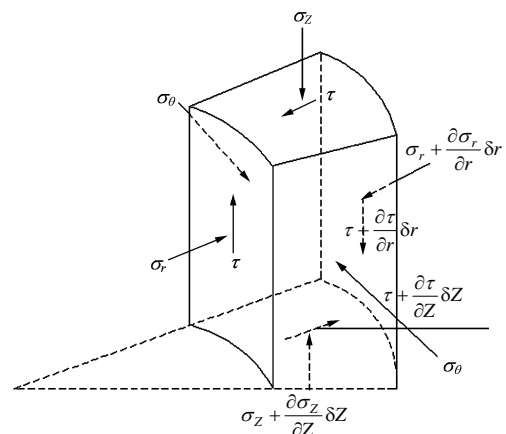


图 1 六面体单元及其应力

Fig.1 Hexahedral element and its stress

在图 1 中, 剪应力  $\tau$  由桩侧摩阻力引起, 而其他应力则由初始压应力条件及土层位移时所受的来自相邻土层的限制条件等决定。根据土的强度准则, 图 1 所示土体单元的强度条件是由各个截面的正应力及剪应力共同决定的, 也就是说, 在达到土体的强度条件时, 剪应力  $\tau$  并不惟一, 即土的侧摩阻力不同。

由桩侧摩阻力所引起的桩土体系强度破坏可能出现在 3 个位置: 一是桩土界面处, 当桩土界面的黏着力和摩擦力均很低时, 桩土之间所能传递的力也很低, 因此桩表面的粗糙度会对侧摩阻力有影响; 二是在靠近桩身的土体处, 由于越靠近桩身, 土的剪应力越大, 当剪应力远大于其他应力时, 土体单元的强度条件主要由剪应力决定, 土体发生沿桩身方向的剪切破坏, 这也是桩周土体最常见的破坏形式; 三是发生在离桩身一定位置处, 典型的例子是桩抗拔时会发生的倒锥型破坏形式<sup>[13]</sup>, 当桩土界面强度足够大, 土体的抗剪强度也足够大, 桩很短或土体有薄弱层时, 会使桩周局部土体形成类似于结构中的悬臂梁的受力形式, 在离桩身一定距离处的土体处首先达到强度条件而破坏。

综上所述, 在工程中影响侧阻力发挥的因素, 可归结为以下 3 个方面: (1) 竖向压力及侧向压力的初值及其因桩身位移、周边土体的位移而发生的变化; (2) 桩土界面的强度条件( $a$ ,  $\mu$  值); (3) 桩及土层的材料特性。其中造成相同土层侧摩阻力发挥差异的主要原因是竖向压力及侧向压力的初值及变化值不同, 尤其是侧压力的初值及变化值的不同, 因侧压力除影响土的主应力取值外, 还会直接影响界面的摩擦力。

上述破坏机制可通过有限元计算来模拟。一般有限元计算均会在桩土界面设置接触单元, 接触单元有自身的强度条件及应力应变条件, 该条件与土层的材料参数是相互独立的, 在不同的土层参数或界面参数的条件下, 可能会出现破坏发生在桩土界面或破坏发生在土层 2 种破坏形式。在有限元计算体系中, 土层的材料参数可通过工程的地质勘察报告来取值, 界面条件则需要通过试验或通过经验取值。为使有限元计算依据充分, 需对界面的条件进行研究, 主要是确定摩擦因数的取值问题。下面通过三根预应力管桩的内力测试及针对性的有限元计算来分析预应力管桩的摩擦黏着机制。

### 3 内力测试的结果

华南理工大学在珠海市保税区进行了三根不同长度的 PHC 管桩的现场静载试验及相应的内力测试。试验的预应力管桩属摩擦桩, 桩端持力层分别为淤泥、砂质黏性土及全风化花岗岩, 采用锤击法施工。试验桩的地质情况见图 2, 不同深度土层的桩侧摩阻力及桩身实际位移曲线见图 3。桩身某一界面的实际位移是指桩顶测试位移减去该截面上部桩身的压缩变形后的位移。1<sup>#</sup>和 2<sup>#</sup>试桩最后一级荷载出现陡降, 此时各土层的摩阻力基本没变化, 但位移增加很多, 为使图示清晰, 省略最后一级的桩土相对位移与摩阻力关系。

### 4 有限元分析

利用 ADINA 有限元程序, 对 3 根试验桩进行了 3 个方面的分析: (1) 破坏发生位置的判断, (2) 界面参数的确定, (3) 侧压力随土层深度及桩荷载的变化规律。

#### 4.1 破坏发生在土中还是桩土界面的判断

在 ADINA 有限元计算中界面模型有两种选择: 一种是使用经典的 Coulomb 摩擦模型; 另一种是将接触面设为结合(tied), 当设为结合后桩土接触面不会发生滑移, 即破坏不会发生在界面处。

因界面的条件不确定, 而极限侧摩阻力已知, 可先判断破坏发生在界面还是发生在土中, 如果破坏发生在界面则可以使用极限侧摩阻力为已知条件, 对界面条件进行反分析。

为判断破坏发生在土体中还是桩土界面, 首先利用 ADINA 界面分析所提供的接触面结合功能(tied), 使用该命令后桩与土在界面处被固定在一起, 这样处理可使计算模型中的破坏总发生在土体中而不是界面处, 与实测结果对比即可判断破坏发生的位置。有限元计算参数取值见下表 1, 计算结果分别见表 2。由表 2 可见, 当界面处采用黏结处理后, 实测值一般小于或大致与破坏发生在土中的值相等。说明管桩的侧摩阻力的主要决定因素在界面处。

#### 4.2 界面条件的分析

式(1)中的 2 个参数  $a$ ,  $\mu$  需列出 2 个方程式才

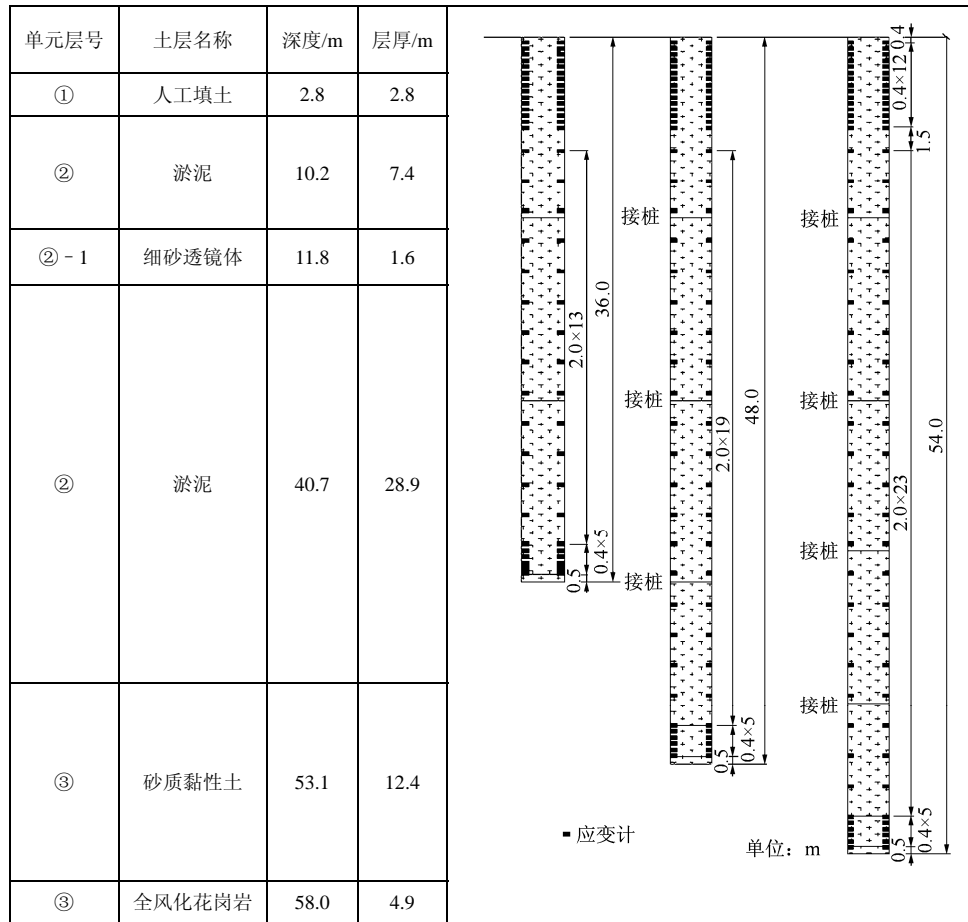


图2 试验桩的地质情况

Fig.2 Geological situation of the test pile

可以解出。

如果土层较厚，由重力引起的侧压力  $P$  有明显的变化，同时侧摩阻力也有相应的变化，则可在不同深度处测得不同的侧摩阻力值，侧压力值可通过测量或计算获得。以  $Q$  和  $P$  为已知条件代入式(1)可以得出两个方程，从而可计算出  $a$ ， $\mu$  值。

在本例中淤泥层很厚，安装了多个测试元件，可对淤泥层进行反分析。对淤泥层，从试验结果看，不同深度土层虽侧压力不同，但实测力差别不大，说明摩擦强度不是主要影响因素，黏着力提供了主要的界面力。造成这种现象是因为淤泥为饱和黏性土，虽然黏土颗粒间肯定存在摩擦强度，但由于存在超静孔隙水压力，使土体的所有破坏时的有效应力莫尔圆是惟一的，无法单独反映摩擦强度，因而宏观表现为淤泥与桩身之间的摩擦因数为 0。1#桩黏着力较小，2#及 3#桩的黏着力较大，主要是土性变化的影响。进行有限元计算时上部淤泥层的界面条

件中的摩擦因数取为 0，桩土界面的黏着力  $a$  可取 3 根桩极限侧摩阻力的平均值，为 29.4 kPa；同理，下部淤泥层的摩擦因数取为 0，桩土界面的黏着力为 27.7 kPa。

本例中砂质黏性土层、细砂层的厚度较小，受测试精度及材料性质离散性的影响，难以观测到侧摩阻力的变化，因此很难定出 2 个参数值。对细砂、砂质黏性土或全风化土层的黏着力较低，若不考虑黏着力  $a$  值，则可通过有限元计算采用迭代法拟合试验数据的方法确定各土层的摩擦因数。计算结果为：砂质黏性土、细砂和全风化砂的摩擦因数分别为 0.85，0.80 和 0.90。

上述通过拟合分析得出的摩擦因数与许宏发等<sup>[17]</sup>中的室内试验结果较吻合。由于忽略了黏着力，本文摩擦因数的计算结果可能比实际偏大。

不同的施工工艺(如锤击桩或静压桩)对桩侧土层的扰动程度是不同的，会对靠近桩土界面的土层

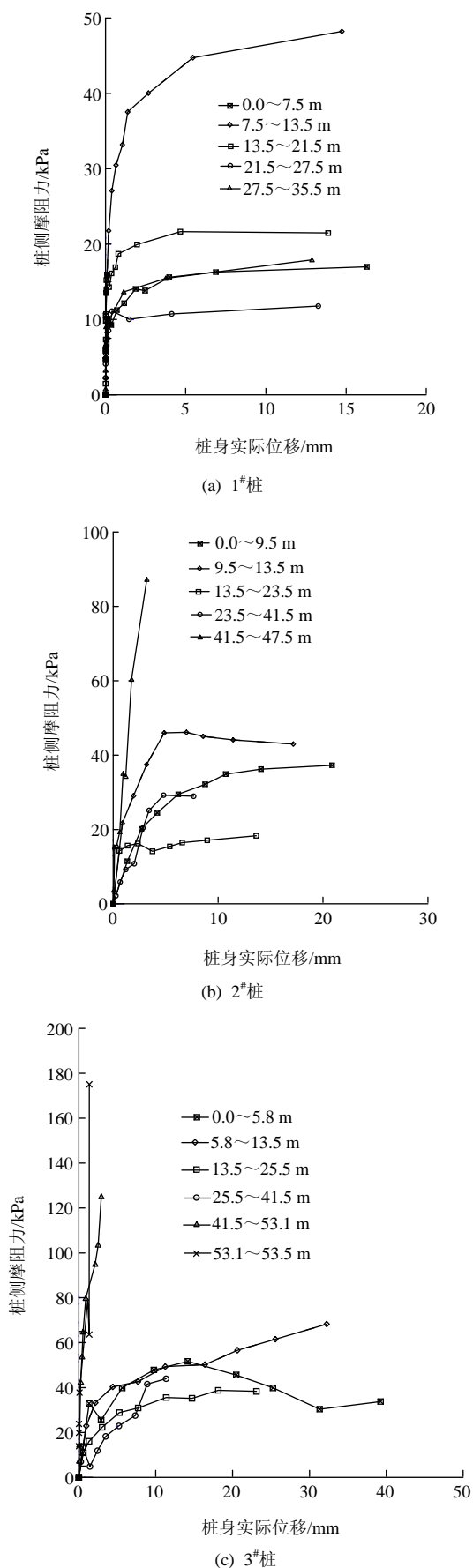


图 3 桩侧摩阻力 - 桩身实际位移曲线

Fig.3 Side resistance-real pile section displacement curves

表 1 预应力管桩的地质情况及有限元参数取值  
Table 1 Geologic situation and the value of parameter for calculation of pipe piles

桩侧土层	层底深度 /m	弹性模量 /MPa	密度 /( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )	黏聚力 /kPa	内摩擦角 /( $^{\circ}$ )	摩擦因数
淤泥	10.2	3.1	1.7	15.0	6.0	0.00
细砂	11.8	5.0	1.9	1.0	16.0	0.80
淤泥	40.7	2.1	1.6	10.0	4.0	0.00
砂质黏性土	53.1	6.0	1.8	21.0	33.0	0.85
全风化花岗岩	58.0	8.8	1.9	42.0	34.0	0.90

表 2 桩侧摩阻力实测值与计算值的比较

Table 2 Comparison of testing values and calculating values of side soil resistance kPa

桩号	土层	桩侧摩阻力		
		实测值	界面使用黏结功能时的计算值	界面仅考虑摩擦力时的计算值
1#	淤泥	16.10	35.26	0.00
	细砂透镜体	48.22	54.14	46.24
	淤泥	17.98	35.31	20.01
2#	淤泥	38.21	39.21	0.00
	细砂透镜体	43.01	55.64	44.15
	淤泥	23.98	36.52	0.00
3#	砂质黏土	87.27	146.39	95.72
	淤泥	33.82	42.66	0.00
	细砂透镜体	68.31	63.74	54.86
3#	淤泥	41.25	38.01	0.00
	砂质黏土	125.21	150.07	122.40
3#	全风化	175.07	260.95	179.14
	全风化	175.07	260.95	179.14

性能有一定的影响, 从而影响到桩土界面参数。界面参数的确定需大量试验及分析资料的支持, 本文的分析结果可供锤击桩情况下参考。

### 4.3 桩侧土压力的计算

通过机制分析可知, 对于黏性较弱的土, 桩侧土压力对侧摩阻力的影响很大, 在很多工程实际中侧摩阻力的变化主要是由侧压力的变化引起的。利用有限元法对 3 根试验桩的初始侧压力及最大试验荷载时的侧压力进行了计算。ADINA 软件中的初始土应力的施加可通过变换桩单元方法。在开始时桩单元的位置设置若干个临时单元, 为了后期在边界处初始土应力加入方便, 可选择与土层划分相同的

位置设置临时单元,单元的特性可选择与土层相同,施加重力荷载后进行计算,从中提取土应力。在此步计算中不需输入静止土压力系数,而是将土体整体进行计算,根据建立的模型,边界条件,材料特性及所受重力荷载经有限元分析得出各节点的应力,此即为初始土应力。在实际桩的受力分析时将临时单元删除,以桩单元替换,桩土的界面条件按迭代拟合的结果输入,从计算结果中可提取每一桩顶荷载下的桩侧土压力变化。计算结果见图4,可以看出侧压力有以下的变化规律:

(1) 同一土层中侧压力随深度增大而增大。

(2) 在土层变化处侧压力有突变,原因是土的计算参数变化了,相同上部压力的情况下侧向压力有所不同,当土的凝聚性强了,上部传递下来的力引起的侧向位移小,侧压力会减小。因此在图中深部土层侧压力反而减小了。

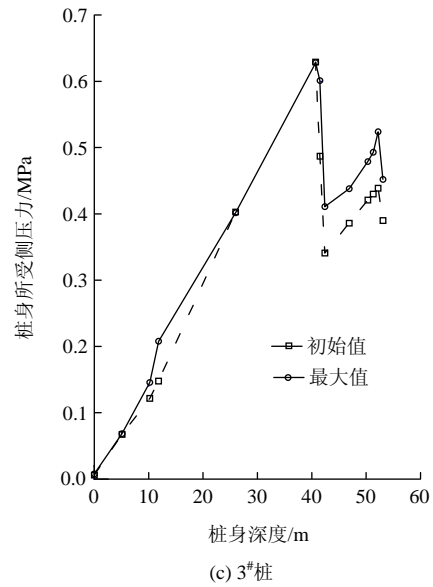
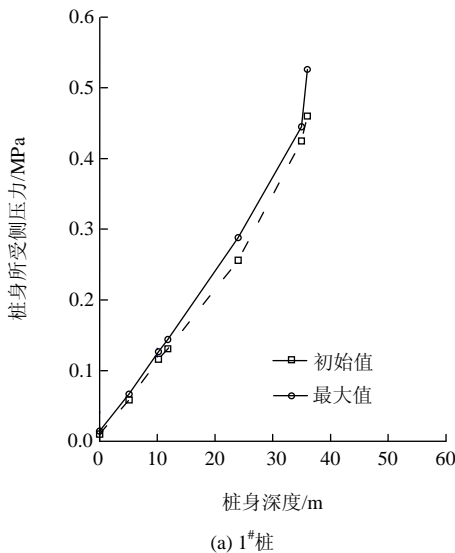


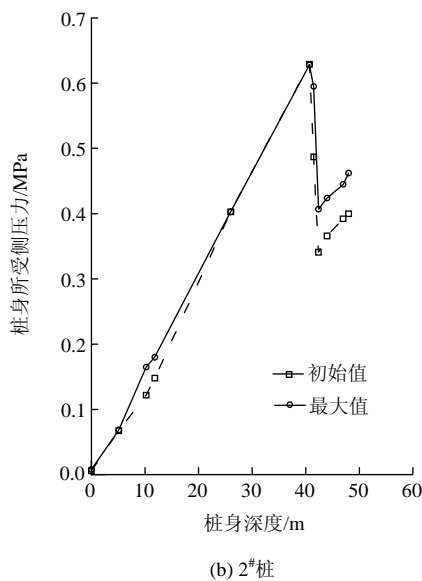
图4 桩的初始侧压力及最大侧压力

Fig.4 Original side soil press and ultimate side soil press of piles

(3) 随着桩承受荷载的增大,在土层性质变化处或靠近端部的土层中侧压力会有所提高,此提高的原因是因为桩下部土层变形量小于该层桩侧土层变形量,从而对该层桩侧土层产生了限制,造成侧压力的变化。实际工程中发现端部土层强度较高时桩侧摩阻力的强度会提高,可认为桩侧土压力在端部提高是其中一个重要的原因。在工程中还发现当开挖土层后下部砂质土层的侧摩阻力会降低,也是因为重力引起的桩侧土压力降低的缘故。



(a) 1#桩



(b) 2#桩

## 5 结 论

通过本文的分析可以得到以下结论:

(1) 桩的侧摩阻力影响因素可归结为3个方面: ① 竖向压力及侧向压力的初值及其因桩身位移、周边土体的位移而发生的变化; ② 桩土界面的强度条件( $a$ ,  $\mu$ 值); ③ 桩及土层的材料特性。

(2) 有限元配合桩内力测试的分析方法是首先判断破坏位置在界面还是土中,若破坏发生在界面上则可根据实测结果进一步确定界面的量。对本文的3根试验桩按破坏发生在土中试算的结果均大于实测值,可判断3根试验桩的破坏均发生在桩土界面处。

(3) 本文试验结果及相应的理论分析发现淤泥层的桩土界面力以黏着力为主,而对于细砂、砂质

黏性土或全风化花岗岩的桩土界面力以摩擦力为主。

(4) 侧摩阻力以界面强度控制, 且界面力以摩擦力为主时, 侧压力对侧摩阻力的影响很大。通过本文算例中的计算结果可以看到在土层变化处侧压力有突变, 在靠近端部处侧压力会增大, 侧压力的这些变化会造成土层侧摩阻力的变化。

### 参考文献(References):

- [1] 贾德庆. 广东沿海主要土层桩侧摩阻力和桩尖阻力的分析[J]. 水运工程, 2004, (2): 22 - 25.(JIA Deqing. Analysis of friction resistance along the pile and end resistance in the main soil course of Guangdong coastal area[J]. Port and Waterway Engineering, 2004, (2): 22 - 25.(in Chinese))
- [2] 顾培英, 王德平, 吕惠明. 大直径灌注桩桩侧摩阻力试验研究[J]. 公路交通科技, 2004, 21(1): 62 - 66.(GU Peiying, WANG Deping, LU Huiming. Test study of side friction of large diameter bored pile[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2004, 21(1): 62 - 66.(in Chinese))
- [3] 中华人民共和国行业标准编写组. JGJ94 - 2008 建筑桩基技术规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008.(The Professional Standards Compilation Group of People's Republic of China. JGJ94 - 2008 Technical code for building pile foundations[S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2008.(in Chinese))
- [4] 中华人民共和国行业标准编写组. DBJ15 - 31 - 2003 建筑地基基础设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2003.(The Professional Standards Compilation Group of People's Republic of China. DBJ 15 - 31 - 2003 Design code for building foundation[S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2003.(in Chinese))
- [5] 刘利民, 舒翔, 熊巨华. 桩基工程的理论进展与工程实践[M]. 北京: 中国建材工业出版社, 2002.(LIU Limin, SHU Xiang, XIONG Juhua. Theory progress and engineering practice of pile technics[M]. Beijing: China Building Material Industry Publishing House, 2002.(in Chinese))
- [6] 蒋建平, 汪明武, 高广运. 桩端岩土差异对超长桩影响的对比研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(18): 3 190 - 3 195.(JIANG Jianping, WANG Mingwu, GAO Guangyun. Contrastive study of influence of difference of pile end rock-soil layer on super-long pile[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(18): 3 190 - 3 195.(in Chinese))
- [7] 丁佩民, 黄堂松, 肖志斌. 抗拔桩侧摩阻力发挥规律的探讨[J]. 建筑科学, 2003, 19(6): 46 - 49.(DING Peimin, HUANG Tangsong, XIAO Zhibin. Discussions on developments of side resistances of tension piles[J]. Building Science, 2003, 19(6): 46 - 49.(in Chinese))
- [8] 董平, 秦然. 基于剪胀理论的嵌岩桩嵌岩段荷载传递法分析[J]. 岩土力学, 2003, 24(2): 215 - 219.(DONG Ping, QIN Ran. Analysis of load transfer of socketed piles by shear expansion theory[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(2): 215 - 219.(in Chinese))
- [9] 戴民, 周云东, 张霆. 桩土相互作用研究综述[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2006, 34(5): 568 - 571.(DAI Min, ZHOU Yundong, ZHANG Ting. Recent researches on soil-pile interaction[J]. Journal of Hohai University(Natural Science), 2006, 34(5): 568 - 571.(in Chinese))
- [10] 张忠苗, 辛公锋, 吴庆勇, 等. 考虑泥皮效应的大直径超长桩离心模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(12): 2 066 - 2 071.(ZHANG Zhongmiao, XIN Gongfeng, WU Qingyong, et al. Centrifuge model tests on super-long piles with large diameters considering mudcake effect[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(12): 2 066 - 2 071.(in Chinese))
- [11] 张建新, 吴东云. 桩端阻力与桩侧阻力相互作用研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(2): 541 - 544.(ZHANG Jianxin, WU Dongyun. Research on interaction between resistance at pile and lateral resistance of pile[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(2): 541 - 544.(in Chinese))
- [12] 董金荣. 灌注桩侧阻力强化弱化效应研究[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(5): 658 - 662.(DONG Jinrong. Enhanced and weakened effect of skin friction of cast-in-situ piles[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(5): 658 - 662.(in Chinese))
- [13] 刘文白. 抗拔基础的承载性能与计算[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2007.(LIU Wenbai. Load bearing capacity and calculation of uplift-resistant foundation[M]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 2007.(in Chinese))
- [14] 范臻辉, 肖宏彬, 王永和. 膨胀土与结构物接触面的力学特性试验研究[J]. 中国铁道科学, 2006, 27(5): 13 - 16.(FAN Zhenhui, XIAO Hongbin, WANG Yonghe. Experimental study of the mechanical characteristics of the interface between expansive soil and structure[J]. China Railway Science, 2006, 27(5): 13 - 16.(in Chinese))
- [15] 李广信. 高等土力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.(LI Guangxin. Advanced soil mechanics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.(in Chinese))
- [16] 葛世荣, 朱华. 摩擦学的分形[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.(GE Shirong, ZHU Hua. Fractal in tribology[M]. Beijing: China Machine Press, 2005.(in Chinese))
- [17] 许宏发, 吴华杰, 郭少平. 桩土接触面单元参数分析[J]. 探矿工程, 2002, (5): 10 - 12.(XU Hongfa, WU Huajie, GUO Shaoping. Study of the parameters of pile soil contact surface element[J]. Exploration Engineering, 2002, (5): 10 - 12.(in Chinese))