

# 对数螺旋线非开普勒轨道的可行性分析

郑莉莉, 袁建平, 朱战霞

(西北工业大学航天学院, 西安 710072)

**摘 要:** 提出了基于形状的非开普勒轨道设计方法, 并分析了对数螺旋线轨道的应用可行性。首先在假定轨道形状的前提下, 通过变量代换推导出了在极坐标系下一般曲线用于轨道设计的基本方程; 然后分析了对数螺旋线表达式中的关键参数与航迹角的关系, 得到了相应轨道的基本性质; 最后对待定参数的对数螺旋线轨道应用的可行性进行了推导和分析, 结果显示采用对数螺旋线设计非开普勒轨道是可行的, 但仅适用于从椭圆初始轨道实现转移的情况。

**关键词:** 非开普勒轨道; 轨道设计; 基于形状; 对数螺旋线; 可行性

**中图分类号:** V412.4<sup>+</sup>1

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-1328(2010)01-0031-05

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2010.01.004

## 0 引言

根据目前国际空间技术发展的趋势, 建立在空间机动基础上的空间操作是未来空间活动的必然<sup>[1]</sup>。早年人们进行航天动力学研究时, 为了简化问题, 提出了多项假设<sup>[2]</sup>, 把环绕地球运行的航天器的轨道简化为开普勒轨道, 而开普勒轨道理论和基于脉冲假设的轨道机动已不能满足未来空间操作的要求, 因此开展非开普勒轨道理论和技术研究具有重要的理论意义和实际应用价值。

非开普勒轨道设计的研究方法主要有正、反两种<sup>[3]</sup>, 正方法是假设推力方案并由此推算推力作用下的轨道<sup>[4]</sup>, 近年来研究较多的基于优化方法的轨道设计均属于这一类<sup>[5-7]</sup>, 由于受优化方法的影响, 此方法的缺点就是计算量太大, 而且所得轨道的最优性往往需要理论分析验证; 反方法又称为基于形状的方法, 是先通过一系列参数表征出轨道形状, 然后计算飞行器沿这一形状运行时所需要的推力<sup>[8]</sup>。与正方法相比, 反方法得到的轨道往往不是最优的, 但由于轨道形状只用有限的参数表达, 使得计算量显著减小, 在某些情况下能够得到解析解, 因此采用这种方法可以大大提高计算效率, 适用于轨道初始设计或实时在线设计的情况。曾有些学者把基于形状的思想应用在深空探测领域<sup>[9-11]</sup>, 但是其在近地非开普勒轨道设计中的应用还未有公开资料探讨。

虽然基于形状的方法在理论上比传统轨道设计的正方法具有较多优势, 但是数学表达式表征的轨道形状用于实际轨道设计的可行性有待分析、验证。本文就是针对一类特殊的非开普勒轨道即对数螺旋线轨道应用的可行性进行研究, 推导了极坐标系下一般曲线用于非开普勒轨道设计的基本方程, 分析了对数螺旋线用于非开普勒轨道设计的可行性, 得到了具有理论参考价值的结论。

## 1 基于形状的方法

基于形状的轨道设计方法是先假设轨道形状, 一般以轨道方程形式给出, 可存在待定参数, 这些参数和飞行器上施加的控制力需要通过任务要求和轨道设计确定。对于平面内的非开普勒轨道设计问题使用这种方法, 在极坐标系中可以认为轨道方程由下式给出

$$r = r(\theta) \quad (1)$$

飞行器在有限推力作用下的非开普勒轨道示意图见图 1,  $F$  为作用于飞行器上的推力,  $\alpha$  为推力与  $\vec{\theta}$  向的夹角, 被称为推力作用角。极坐标下的一般运动方程为:

$$\begin{cases} \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 + \frac{\mu}{r^2} = f\sin\alpha \\ 2r\dot{\theta} + r\ddot{\theta} = \frac{1}{r} \frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta}) = f\cos\alpha \end{cases} \quad (2)$$

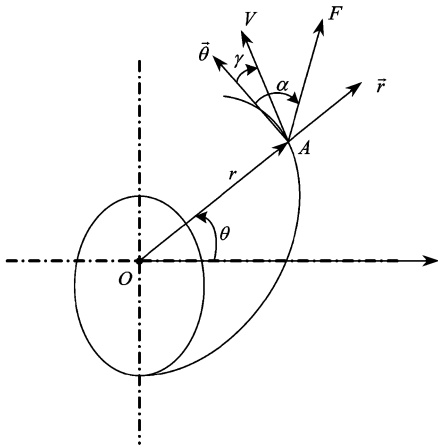


图1 极坐标下的推力作用轨道

Fig.1 Orbit under thrust in polar coordinates system

其中  $f$  为推力加速度  $f = \frac{F}{m}$ , 飞行航迹角  $\gamma$  可以表示如下

$$\tan \gamma = \frac{v_r}{v_\theta} = \frac{\dot{r}}{r\dot{\theta}} \quad (3)$$

为了解决问题方便, 代换自变量为  $\theta$ , 通过微积分可以得到

$$\frac{dr}{d\theta} \triangleq r' = \frac{\dot{r}}{\dot{\theta}} \quad \text{即 } r = r'\dot{\theta} \quad (4)$$

$$\frac{d^2 r}{d\theta^2} \triangleq r'' = \frac{\ddot{r}\dot{\theta} - r'\ddot{\theta}}{\dot{\theta}^3} \quad \text{可得 } \ddot{r} = \frac{r''\dot{\theta}^3 + r'\ddot{\theta}}{\dot{\theta}} \quad (5)$$

其中符号“ $\triangleq$ ”表示“定义”, 字母右上角(′)或(″)表示对自变量  $\theta$  求导,  $\dot{r}, \dot{\theta}, \ddot{r}, \ddot{\theta}$  表示对时间  $t$  求导。

(3)式可化为

$$\tan \gamma = \frac{\dot{r}}{r\dot{\theta}} = \frac{r'}{r} \quad (6)$$

把(4)式代入(5)式, 得

$$\ddot{r} = r''\dot{\theta}^2 + r'\ddot{\theta} \quad (7)$$

定义无量纲参数  $a$  为推力加速度与当地引力加速度的比, 即

$$a \triangleq \frac{f}{\mu/r^2} \quad (8)$$

方程(2)的第一个方程可化为

$$\frac{\ddot{r}}{\mu/r^2} = \frac{r''\dot{\theta}^2}{\mu/r^2} - 1 + a \sin \alpha \quad (9)$$

把(7)式代入上式可得

$$\left(\frac{r''}{r} - 1\right)\dot{\theta}^2 + \frac{r'\ddot{\theta}}{r} = \frac{\mu}{r^3}(-1 + a \sin \alpha) \quad (10)$$

利用(4)式和(8)式, 方程(2)的第二个方程可化为

$$\ddot{\theta} + 2\frac{r'}{r}\dot{\theta}^2 = \frac{\mu}{r^3} a \cos \alpha \quad (11)$$

方程(11)两边同乘以  $\tan \gamma$  即  $r'/r$  与(10)式联立消去  $\ddot{\theta}$  项可得

$$\dot{\theta}^2 = \left(\frac{\mu}{r^3}\right) \frac{a \cos \alpha \cdot \tan \gamma - a \sin \alpha + 1}{2 \tan^2 \gamma - r''/r + 1} \quad (12)$$

即

$$\dot{\theta}^2 = \left(\frac{\mu}{r^3}\right) \frac{a \sec \gamma \sin(\gamma - \alpha) + 1}{2 \tan^2 \gamma - r''/r + 1} \quad (13)$$

这个方程是基于形状的轨道设计方法的关键, 称为在极坐标系下一般曲线用于非开普勒轨道设计的基本方程。

## 2 基于对数螺旋线的非开普勒轨道设计

对数螺旋线在极坐标系下的方程为

$$r = r_0 e^{q(\theta - \theta_0)} \quad (14)$$

其中  $r_0$  为轨道的初始向径,  $\theta_0$  可由轨道设计的初始条件确定, 方程中包含一个常量  $q$ , 是轨道设计中的可变设计量。当  $q = 0$  时, 方程退化为圆方程, 即对应的轨道是一类开普勒轨道, 此处用于非开普勒轨道设计, 假设  $q \neq 0$ 。

### 2.1 对数螺旋线的基本性质

采用对数螺旋线进行轨道设计的关键就是确定参数  $q$ , 因此分析可变参数  $q$  对曲线的影响, 得到对数螺旋线的基本性质, 对下一步的轨道设计具有指导意义。为了提高计算效率和精度, 采用无量纲化分析, 无量纲向径为

$$z = \frac{r}{r_0} \quad (15)$$

对数螺旋线的方程变为

$$z = e^{q(\theta - \theta_0)} \quad (16)$$

飞行航迹角

$$\tan \gamma = \frac{1}{r} \frac{\dot{r}}{\dot{\theta}} = \frac{r'}{r} = q \quad (17)$$

对于给定的对数螺旋线,  $q$  为一常量, 因此  $\tan \gamma$  为一常量。通过(17)式可知航迹角  $\gamma$  取 I、IV 象限的角时,  $\dot{\theta} > 0$ , 飞行器将沿轨道逆时针旋转, 此时的轨道称为正向轨道; 航迹角  $\gamma$  取 II、III 象限的角时,  $\dot{\theta} < 0$ , 此时的轨道称为负向轨道。根据给定常量  $q$  符号的不同, 可以用于不同任务的轨道设计, 以正向轨道为例, 当  $q > 0$  时,  $r$  会随着  $\theta$  的增大而增大, 适用于轨道高度增加的情况; 当  $q < 0$  时,  $r$  会随着  $\theta$  的增大而减小, 适用于轨道高度降低的情况。

通过上述分析得出对数螺旋线轨道的基本性质:

(1) 飞行航迹角  $\gamma$  为一常数, 由螺旋线中的参

数  $q$  决定;

(2) 飞行航迹角  $\gamma$  的角度唯一地决定了轨道的方向。

## 2.2 非开普勒轨道设计

当采用对数螺旋线设计非开普勒轨道时,运行于该轨道上的飞行器必须同时满足运动方程(2)和曲线方程(14)。从曲线表达式(14)易得

$$2\tan^2\gamma - r''/r + 1 = 1 + q^2$$

(13)式可以简化为

$$\begin{aligned}\dot{\theta}^2 &= \left(\frac{\mu}{r^3}\right) \frac{1 + a(q\cos\alpha - \sin\alpha)}{1 + q^2} \\ &= \left(\frac{\mu}{z^3}\right) \frac{1 + a(q\cos\alpha - \sin\alpha)}{r_0^3(1 + q^2)}\end{aligned}\quad (18)$$

把时间  $t$  也无量纲化:

$$\tau \triangleq \sqrt{\frac{\mu}{r_0^3}} t \quad (19)$$

速度大小

$$v = \sqrt{\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2} = \sqrt{1 + q^2} r\dot{\theta}$$

无量纲化得

$$\bar{v} \triangleq \frac{v}{\sqrt{\mu/r}} = \frac{\sqrt{1 + q^2} r\dot{\theta}}{\sqrt{\mu/r}} = \sqrt{1 + q^2} \sqrt{\frac{r^3}{\mu}} \dot{\theta}^2 \quad (20)$$

从式(18)易得  $\bar{v}$  的大小为

$$\bar{v} = \sqrt{1 + a(q\cos\alpha - \sin\alpha)} \quad (21)$$

另外,还可以求得

$$\frac{dz}{d\tau} = \frac{dz}{dt} \cdot \frac{dt}{d\tau} = qz\dot{\theta} \sqrt{\frac{r_0^3}{\mu}} = \pm \frac{q}{\sqrt{z}} \sqrt{\frac{r^3}{\mu}} \dot{\theta}^2 \quad (22)$$

即

$$\frac{dz}{d\tau} = \pm \frac{q}{\sqrt{1 + q^2}} \frac{\bar{v}}{\sqrt{z}} \quad (23)$$

在式(23)中,正号表示  $\dot{\theta} > 0$ , 即为正向轨道,负号表示  $\dot{\theta} < 0$ , 即为负向轨道。(18)式转化为  $\tau$  的导数可得:

$$\left(\frac{d\theta}{d\tau}\right)^2 = \frac{1}{z^3} \cdot \frac{\bar{v}^2}{1 + q^2} \quad (24)$$

上述推导得出的公式(21)、(23)和(24)式是轨道设计的基础,决定了对数螺旋线轨道能否用于空间非开普勒轨道设计。

## 3 对数螺旋线用于轨道设计的可行性分析

首先假设曲线形状作为轨道设计的基础,然后要求飞行器沿此轨道运行,在工程实际中这样设计的轨道能否通过施加推力实现需要进行可行性验

证,下面分别针对推力加速度固定和变化两种情况分析对数螺旋线用于非开普勒轨道设计的可行性。

### 3.1 常值推力加速度下轨道设计的可行性分析

假设  $q, a, \alpha$  均为常数,把它们作为待设计参数进行轨道设计,不失一般性地考虑正向轨道由低轨转移至高轨的情况,方程(23)中取正号,且  $q > 0$ 。因为  $q, a, \alpha$  均为常数,则由(21)式可知  $\bar{v}$  也是常数。把(23)式从初始时刻到终端时刻积分可得

$$\int_1^{z_f} \sqrt{z} dz = \int_{\tau_0}^{\tau_f} \frac{q\bar{v}}{\sqrt{1 + q^2}} d\tau$$

飞行器无量纲的飞行时间

$$\tau_{TOF} = \tau_f - \tau_0 = \frac{2\sqrt{1 + q^2}}{3q\bar{v}} (z_f^{3/2} - 1) \quad (25)$$

即飞行时间为

$$t_{TOF} = \sqrt{\frac{r_0^3}{\mu}} \tau_{TOF} = \frac{2\sqrt{1 + q^2}}{3\sqrt{\mu}q\bar{v}} (r_f^{3/2} - r_0^{3/2}) \quad (26)$$

由此可得对于任意飞行时间,  $r_f$  和  $\theta_f$  都可以写为  $t_{TOF}$  的显式表达式:

$$r_f = r_0(1 + c_1 t_{TOF})^{2/3} \quad (27)$$

$$\theta_f = \theta_0 + \frac{2}{3q} \ln(1 + c_1 t_{TOF}) \quad (28)$$

其中常数  $c_1 = \frac{3q\bar{v}}{2\sqrt{1 + q^2}} \sqrt{\frac{\mu}{r_0^3}}$ 。由(24)式积分也可以得到上述结果。

运动方程(2)式转化成无量纲形式为:

$$\begin{cases} \frac{d^2 z}{d\tau^2} - z \left(\frac{d\theta}{d\tau}\right)^2 + z^{-2} = z^{-2} a \sin\alpha \\ 2 \frac{dz}{d\tau} \frac{d\theta}{d\tau} + z \frac{d^2 \theta}{d\tau^2} = z^{-2} a \cos\alpha \end{cases} \quad (29)$$

将(23)和(24)式求导并把结果代入(29)式可得:

$$\begin{cases} a \sin\alpha = \frac{-(2 + q^2)\bar{v} + 2(1 + q^2)}{2(1 + q^2)} \\ a \cos\alpha = \frac{q\bar{v}^2}{2(1 + q^2)} \end{cases} \quad (30)$$

由此可见,在飞行器上所施加推力的大小和方向由参数  $q$  决定。

分析一种特殊情况:如果推力始终沿速度方向,即  $\alpha = \gamma$ , 则  $\tan\alpha = q$ , 由(21)式得到  $\bar{v} = 1$ , 即  $v = \sqrt{\mu/r}$ , 也就是飞行器的速度大小始终与当地圆轨道上的速度大小相等。将  $\bar{v} = 1$  代入(30)式,并把两式平方相加得:

$$a = \frac{q}{2\sqrt{1 + q^2}} \quad (31)$$

从而得到施加在飞行器上推力的大小为:

$$f = \frac{\mu}{r^2} \frac{q}{2\sqrt{1+q^2}} \quad (32)$$

可知:当飞行器沿对数螺旋线轨道运行时,实际施加的推力大小与当地轨道高度(或地心距)有关。假设初始时刻为  $t_0 = 0$ , 结合(27)式可以得到推力大小关于飞行时间  $t_{TOF}$  (下面简称为  $t$ ) 的解析表达式:

$$f = \frac{\mu}{r_0^2 \left( 1 + \frac{3q}{2\sqrt{1+q^2}} \sqrt{\frac{\mu}{r_0^3} t} \right)^{4/3}} \frac{q}{2\sqrt{1+q^2}} \quad (33)$$

飞行器的轨道高度  $H$  关于飞行时间  $t$  的解析表达式为:

$$H = r_0 \left( 1 + \frac{3q}{2\sqrt{1+q^2}} \sqrt{\frac{\mu}{r_0^3} t} \right)^{2/3} - R_e \quad (34)$$

其中  $R_e$  为地球半径。以  $r_0 = 7000$  km 为例, 取  $q = 0.01$ , 对(33)和(34)式仿真得到轨道高度和推力大小随时间的变化关系, 见图 2。

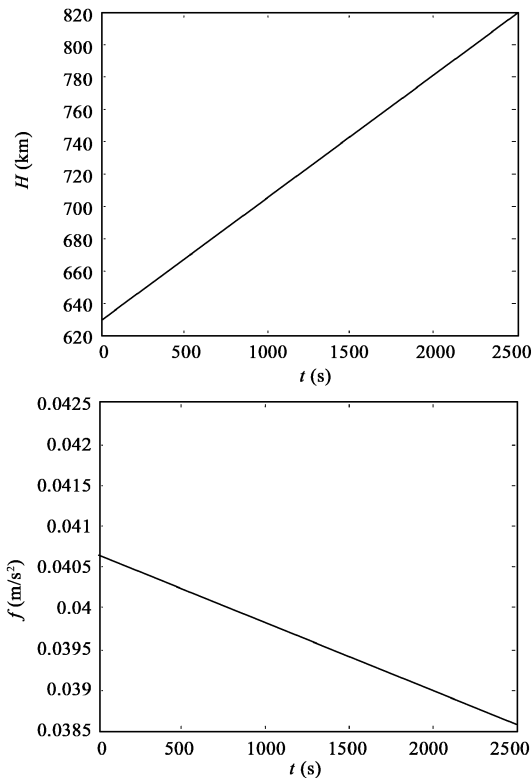


图 2 轨道高度和推力大小随时间的变化关系

Fig.2 Profile of orbit altitude and thrust magnitude vs time

通过上述分析和仿真可以看出采用对数螺旋线设计轨道是可行的。如果采用常值推力加速度(无量纲加速度  $a$  和推力作用角  $\alpha$  均为常数), 则可以得

到轨道地心距  $r$  和极角  $\theta$  关于飞行时间  $t_{TOF}$  的解析表达式, 加速度的大小和方向由参数  $q$  决定。如果施加的推力沿速度方向, 则推力大小  $f$  也可以表示为关于飞行时间  $t_{TOF}$  的解析表达式。

### 3.2 变推力加速度下轨道设计的可行性分析

如果不考虑推力变化的工程可实现性, 单从理论上分析, 在飞行器上施加适当大小和方向的推力就可以让飞行器沿着设计的轨道运行。实际上, 轨道设计除了要考虑飞行器转移过程中的轨道, 还必须考虑初始及末端条件, 即使是拦截轨道的设计问题对末端约束要求不严格, 也必须满足初始约束, 例如采用有限推力使飞行器从圆轨道上出发实现转移或拦截就要求设计的轨道与初始圆轨道相切, 即满足初始位置和速度约束, 而螺旋线就难以满足速度约束, 因此即使采用变推力, 对数螺旋线也不适用于从圆轨道上出发的情况。对于此类情况理论上可以考虑将脉冲与有限推力结合设计轨道, 在初始位置先施加一次脉冲使之满足初始条件, 再采用有限推力使飞行器沿所设计轨道运行, 此时可以考虑采用对数螺旋线设计轨道。类似的, 转移轨道的设计即交会问题, 不仅要考虑初始条件, 还应该满足终端约束, 如果要求飞行器转移至圆轨道上, 对数螺旋线轨道就难以满足终端条件。

对于初始和终端轨道是椭圆的情况, 不失一般性地分析椭圆初始轨道对对数螺旋线转移轨道的影响。假设初始椭圆轨道偏心率为  $e$ , 椭圆轨道上任意一点上的速度倾角  $\beta$  定义为速度方向与当地水平线的夹角, 它可以用真近点角  $f_\theta$  表示出来<sup>[2]</sup>:

$$\tan \beta = \frac{e \sin f_\theta}{1 + e \cos f_\theta} \quad (35)$$

转移轨道满足初始条件约束, 即要求  $\beta = \gamma$ , 对于对数螺旋线, 因为  $\tan \gamma = q$ , 所以对于特定的  $q$ , 只存在特定的  $f_\theta$ , 即椭圆轨道上特定的点与之相对应。终端约束与之类似, 一般只有少数几个点满足要求。事实上, 对数螺旋线在轨道设计中不易满足初始或终端条件的主要原因是曲线表达式中的可变参数很少, 这样使得它在轨道设计中的应用受到限制, 因此可以考虑采用其它可变参数更多的曲线设计非开普勒轨道, 例如广义的指数正弦曲线, 其在极坐标系中的表达式为

$$r = k_0 e^{q(\theta - \theta_0) + k_1 \sin(k_2(\theta - \theta_0) + \phi)} \quad (36)$$

由表达式可以看出对数螺旋线只是它的一种特例( $k_1 = 0$ ), 此类曲线用于非开普勒轨道设计是否

更具有可行性需要进一步深入研究。

#### 4 结论

本文采用非开普勒轨道设计的反方法,即基于形状的方法进行轨道设计,研究对数螺旋线轨道应用的可行性。推导出了在极坐标系下一般曲线用于非开普勒轨道设计的基本方程,通过分析得到对数螺旋线表达式中的参数  $q$  唯一的地决定航迹角  $\gamma$ , 最后分析了非开普勒轨道的可行性,得到如下结论:

(1) 采用对数螺旋线进行非开普勒轨道设计是可行的。当对数螺旋线轨道用常值推力加速度实现时,由参数  $q$  和初始位置可以得到飞行时间和终端位置的解析关系;

(2) 由于初始和终端条件的约束,使得采用对数螺旋线设计非开普勒轨道只适用于椭圆初始轨道的情况。

基于形状的轨道设计思想为非开普勒轨道设计提供了一种全新的研究思路,下一步将考虑采用其它可变参数更多的曲线进行轨道设计。

#### 参考文献:

- [ 1 ] 袁建平, 朱战霞. 空间操作与非开普勒运动[J]. 宇航学报, 2009, 30(1):42-46.[YUAN Jian-ping, ZHU Zhan-xia. Space operations and non-keplerian orbit motion[J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(1):42-46(in Chinese).]
- [ 2 ] 肖业伦. 航天器飞行动力学原理[M]. 北京:宇航出版社, 1995.[XIAO Ye-lun. Theory of Spacecraft Flight Dynamics[M]. Beijing: Astronautics Press, 1995(in Chinese).]
- [ 3 ] 郑莉莉, 袁建平, 朱战霞. 空间非开普勒拦截轨道优化设计研究[C]. 空间非开普勒轨道动力学与控制专题研讨会论文集, 哈尔滨, 2008:237-242.[ZHENG Li-li, YUAN Jian-ping, ZHU Zhan-xia. Non-keplerian orbit optimization design of space interception[C]. Space Non-Keplerian Orbit Dynamics and Control Conference. Harbin, 2008:237-242(in Chinese).]
- [ 4 ] McInnes C R. Inverse solar sail trajectory problem[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(2):369-371.
- [ 5 ] Yuri Ulybyshev. Continuous thrust orbit transfer optimization using large-scale linear programming[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30(2): 427-436.
- [ 6 ] Igarashi J, Spencer D B. Optimal continuous thrust orbit transfer using evolutionary algorithms[C]. AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference & Exhibit, Providence, USA, 2004, AIAA 2004-5085.
- [ 7 ] 王石,等. 用进化算法求解轨道转移的时间-能量优化问题[J]. 宇航学报, 2002, 23(1):73-75.[WANG Shi. Solving orbital transformation problems based on EA[J]. Journal of Astronautics, 2002, 23(1):73-75(in Chinese).]
- [ 8 ] Petropoulos A E, Sims J A. A review of some exact solutions to the planar equations of motion of a thrusting spacecraft[C]. Proceeding of the 2nd International Symposium on Low Thrust Trajectories, 2002.
- [ 9 ] Petropoulos A E, Longuski J M. Shape-based algorithm for automated design of low-thrust, gravity-assist trajectories[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2004, 41(5): 787-796.
- [10] 崔平远, 尚海滨, 栾恩杰. 星际小推力转移任务发射机会的快速搜索方法[J]. 宇航学报, 2008, 29(1):40-45.[CUI Ping-yuan, SHANG Hai-bin, LUAN En-jie. A fast algorithm for launch window of interplanetary low-thrust exploration mission[J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(1):40-45(in Chinese).]
- [11] Bradley J W, Bruce A C. Shape-based approach to low-thrust rendezvous trajectory design[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2009, 32(1): 95-101.

作者简介:郑莉莉(1982-),女,博士生,研究方向为航天器飞行动力学与控制。  
通信地址:西安市西北工业大学 251 信箱 航天学院五楼(710072)  
电话:(029)88493685  
E-mail:gainlyzheng@163.com

## Feasibility of the Logarithmic Spiral Non-Keplerian Orbit

ZHENG Li-li, YUAN Jian-ping, ZHU Zhan-xia

(College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** A new approach named shape-based non-Keplerian orbit design method was proposed. The intention of this paper is to analyze the feasibility of the logarithmic spiral orbit. First, the orbit shape was assumed with alterable parameter, under the circumstances, the general equation was presented according to variable transformation in which common curves could be utilized in orbit design with respect to polar coordinates. In addition, essential characteristics of the logarithmic spiral were developed by means of analyzing the relation between the key parameter and flight angle. In the end, the feasibility of non-Keplerian orbit design based on logarithmic spiral was derived and elucidated. The analysis results demonstrate that the application of the logarithmic spiral is feasible in the condition of the initial ellipse orbit.

**Key words:** Non-Keplerian orbit; Orbit design; Shape-based method; Logarithmic spiral; Feasibility