

文章编号: 1007-4627(2002)02-0278-03

# 七量子位 Deutsch-Jozsa 量子算法的核磁共振实验实现\*

魏达秀, 杨晓冬, 罗 军, 孙献平, 曾锡之, 刘买利, 丁尚武

(中国科学院武汉物理与数学研究所, 波谱与原子分子物理国家重点实验室, 湖北 武汉 430071)

**摘 要:** 近年来, 量子计算机的研究有了很大的发展, 在目前提出的各种量子计算的方案中, 核磁共振技术对模拟和演示量子算法以及验证量子计算机的优越性做出了巨大的贡献. Deutsch-Jozsa 算法是一种研究较为广泛的量子算法, 它可以用核磁共振实验予以验证, 并可根椐 Cirac 等人提出的方案予以简化. 报道了在核磁共振量子计算机上实验实现七位 Deutsch-Jozsa 算法的过程和结果.

**关键词:** Deutsch-Jozsa 量子算法; 量子计算机; 核磁共振

**中图分类号:** O413.1; O482.53+2 **文献标识码:** A

## 1 简介

利用量子力学的基本原理, 量子计算机<sup>[1]</sup>在处理某些问题时, 有比经典计算机更强大的功能. 近年来, 量子计算机的研究有了很大的发展, 人们不断探索新的实现量子计算机的方案和新的量子算法. 在目前提出的各种量子计算的实验方案中, 核磁共振(NMR)<sup>[2, 3]</sup>技术无疑对模拟和演示量子算法, 以及验证量子计算机的优越性做出了巨大的贡献.

量子计算机最终要解决的是一系列的量子算法, 这些算法都是根据量子力学的基本原理设计的. 在众多的量子算法中, Deutsch-Jozsa 算法<sup>[4]</sup>是一种最先提出的、最简单有效的量子算法, 它是关于几率的一种算法, 也是目前已被 NMR 实验验证的量子算法. 本文报道了在核磁共振量子计算机上实验实现七位 Deutsch-Jozsa 算法的过程和结果.

## 2 Deutsch-Jozsa 算法简介及其改进

假设有一个量子黑盒, 它计算  $n$  位输入  $x$  的函数值  $f: \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$ , 如果对所有输入  $x$ ,  $f(x)$  都是 0 或都是 1, 则称  $f(x)$  是常函数; 若对一半的输入  $x$ ,  $f(x) = 0$ , 对另一半  $x$ ,  $f(x) = 1$ , 则称  $f(x)$  是平衡函数. Deutsch-Jozsa 算法就是判断  $f(x)$  是常函数还是平衡函数.

在经典算法中要想精确地求解以上问题, 需要  $N (= 2^n)$  次量级的计算. 但是, 如果用 Deutsch<sup>[4]</sup> 给出的量子算法则只需通过一次计算就能精确地解决. 设  $|x\rangle$  是一个  $n$  位的二进制位串, 把分别作用在各个量子位上的 Hadamard 操作记为

$$H^{(n)} = H \otimes H \otimes \cdots \otimes H.$$

函数  $f(x)$  的作用效果可通过如下的变换式得到体现:

$$U_f: \left( \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} |x\rangle \right) \left( \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \right) \rightarrow \left( \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} (-1)^{f(x)} |x\rangle \right) \left( \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \right).$$

将  $H^{(n)}$  作用到上式右边态的前  $n$  个量子位, 可以得到

$$\frac{1}{2^n} \sum_{x=0}^{2^n-1} (-1)^{f(x)} \sum_{y=0}^{2^n-1} (-1)^{x \cdot y} |y\rangle.$$

如果  $f(x)$  为常函数, 则上式为:  $(-1)^{f(x)} \frac{1}{2^n}$

$\sum_{x,y=0}^{2^n-1} (-1)^{x \cdot y} |y\rangle$ , 测量第二个寄存器, 得到  $|y\rangle = 0$  的概率为 1; 若  $f(x)$  为平衡函数, 测量得到  $|y\rangle = 0$  的概率为 0. 由以上可知, 利用量子力学的方法

收稿日期: 2002-03-05; 修改日期: 2002-04-01

\* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19874073)

作者简介: 魏达秀(1979-), 女(汉族), 湖北洪湖人, 博士, 从事核磁共振量子计算研究.

只需一次便可判断函数的属性. 与经典算法相比, 其速度有了指数的增加. 由于存在不同的排列方式,  $N$  比特 Deutsch 问题共有  $N C_{N/2+2}$  ( $N=2^n$ ) 种不同的函数, 而每种函数都需要一个相应的幺正变换.

1999 年, Arvind 等<sup>[5]</sup> 提出利用改进了的 Deutsch-Jozsa 算法可以从热平衡态出发, 用  $n$  个量子位实现  $n$  位的 Deutsch-Jozsa 算法, 此时 Hadamard 变换可以通过  $90^\circ$  脉冲实现. 根据核磁共振体系中积算符的变化特征, 最后的 Hadamard 变换和读脉冲可以抵消.

### 3 实验过程与结果

本文利用 Arvind 等<sup>[5]</sup> 的方法实验实现了七量子位的 Deutsch-Jozsa 算法. 我们选用的样品是 Isotope Lab 提供的  $^{13}\text{C}$  全标记的反式巴豆酸, 其分子式为  $^{13}\text{CH}_3^{13}\text{CH}=\text{CH}^{13}\text{COOH}$ ,  $^{13}\text{C}$ ,  $^{13}\text{C}$  之间的  $J$  耦合常数为 41.6 Hz. 其它的  $J$  耦合常数由于在本次实验中没有用到, 暂不列出. 对于七量子位的 Deutsch-Jozsa 算法, 共有  $2^7 C_{27/2} + 2$  个幺正变换  $U_f$ . 由于函数的数目太多, 我们选择了其中的两个幺正变换作为代表, 演示了七量子位的 Deutsch-Jozsa 算法. 这些幺正变换的算符形式分别为

$$U_1 = I^{(1)} \otimes I^{(2)} \otimes I^{(3)} \otimes I^{(4)} \otimes I^{(5)} \otimes I^{(6)} \otimes I^{(7)},$$

$$U_2 = \frac{1}{2} (I^{(1)} \otimes I^{(2)} + \sigma_z^{(1)} \otimes I^{(2)} - I^{(1)} \otimes \sigma_z^{(2)} + \sigma_z^{(1)} \otimes \sigma_z^{(2)}) \otimes \sigma_z^{(3)} \otimes I^{(4)} \otimes I^{(5)} \otimes I^{(6)} \otimes I^{(7)},$$

$U_1$  不作任何操作,  $U_2$  的脉冲序列为:  $(90^\circ)_{z_1} C_2 (1/4) J_{12} (180^\circ)_{z_1} C_2 (1/4) J_{12} (180^\circ)_{z_3}$ , 其中的下标表示所加射频脉冲的方向, 上标表示核自旋.  $(180^\circ)_{z_1} C_2$  用于消除  $C_1$  和  $C_2$  之间化学位移的影响. 以热平衡态为起始态,  $U_1$  和  $U_2$  的实验结果见图(1)和图(2). 各个图的右上角标明了该图所代表的核自旋. 从实验谱图可以看出  $U_1$  对应的是常函数,  $U_2$  对应的是平衡函数. 其中  $U_1$  的变换没有用到核自旋之间的  $J$  耦合, 只是对不同的自旋施加不同的单脉冲, 因而其谱线只存在自旋与自旋之间的相对相位的变化;  $U_2$  的变换中包括了自旋之间的纠缠, 产生纠缠的每一个核自旋的谱线应该存在自身谱线之间的相位变

化. 从实验结果可以看出, 我们的实验与理论分析相符. 同时实验中也存在误差, 这些误差主要来源于静磁场的均匀、射频脉冲的不精确、样品弛豫时间的影响以及选择性脉冲的不准确等.

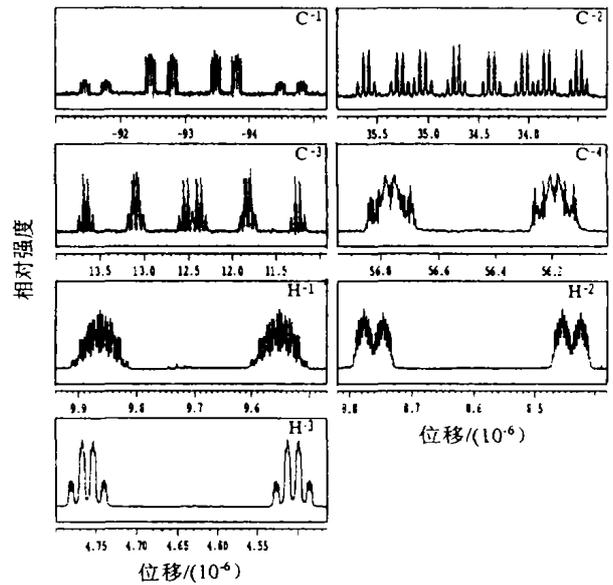


图 1  $U_1$  对应的谱图

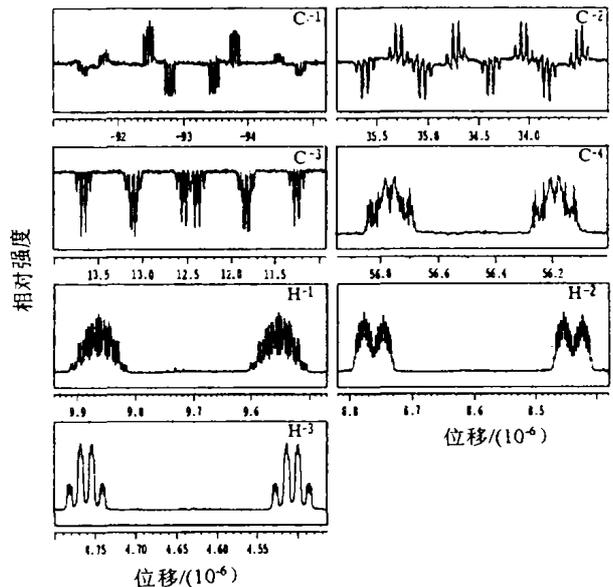


图 2  $U_2$  对应的谱图

### 4 小结

Deutsch-Jozsa 算法是研究的最广泛的一种量子算法, 目前对此算法的研究已经达到了五量子位<sup>[6]</sup>的水平. 本文报道了利用 NMR 技术首次实验

实现了七量子位的 Deutsch-Jozsa 算法的过程和结果, 由于函数的数目很多, 不可能全部列举出来,

我们选择了其中的两个函数作为代表, 初步验证了七量子位的 Deutsch-Jozsa 算法.

### 参 考 文 献:

- [1] Bennett C H, Di Vincenzo D P. Quantum Information and Computation[J]. Nature, 2000, **404**: 247.
- [2] Jones J A. NMR Quantum Computation[J]. Prog NMR Spectrosc, 2001, **38**: 325.
- [3] Ernst R R, Bodenhausen G, Wokaun A. Principles of Nuclear Magnetic Resonance in One and Two Dimensions[M]. Oxford: Oxford University Press, 1987.
- [4] Deutsch D. Quantum Theory, the Church-turing Principle and the Universal Quantum Computer[J]. Proc Roy Soc Lond, 1985, **A400**: 97.
- [5] Arvind, Dorai K, Kumar A. Quantum Entanglement in the NMR Implementation of the Deutsch-Jozsa Algorithm[Z]. LANL e-print Quant-ph/9909067.
- [6] Gershenfeld N A, Chuang I L. Bulk Spin-resonance Quantum Computation[J]. Science, 1997, **275**: 350.
- [7] Cory D G, Fahmy A F, Havel T F. Ensemble Quantum Computing by NMR-spectroscopy[J]. Proc Natl Acad Sci USA, 1997, **94**: 1 634.
- [8] Marx R, Fahmy A F, Myers J M, *et al.* Approaching Five-bit NMR Quantum Computing[J]. Phys Rev, 2000, **A62**(1): 012310.

## Realization of Seven-qubit Deutsch-Jozsa Algorithm on NMR Quantum Computer \*

WEI Da-xiu, YANG Xiao-dong, LUO Jun, SUN Xian-ping,

ZENG Xi-zhi, LIU Mai-li, DING Shang-wu

(State Key Laboratory of Magnetic Resonance and Atomic and Molecular Physics,  
Wuhan Institute of Physics and Mathematics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

**Abstract:** Recent years, remarkable progresses in experimental realization of quantum information have been made, especially based on nuclear magnetic resonance (NMR) theory. In all quantum algorithms, Deutsch-Jozsa algorithm has been widely studied. It can be realized on NMR quantum computer and also can be simplified by using the Cirac's scheme. In this paper, at first the principle of Deutsch-Jozsa quantum algorithm is analyzed, then we implement the seven-qubit Deutsch-Jozsa algorithm on NMR quantum computer.

**Key words:** Deutsch-Jozsa algorithm; quantum computer; nuclear magnetic resonance

\* Foundation item: National Natural Science Foundation of China (19874073)