

基于多项式拟合 SDRE 的三维导引律设计

刘利军, 沈毅, 赵振昊

(哈尔滨工业大学控制科学与工程系, 哈尔滨 150001)

摘 要: 应用多项式拟合的 SDRE 方法结合改进的极坐标系(MPC)设计了三维次优导引律。介绍了 SDRE 方法与多项式拟合的 SDRE 方法,后者是前者十分优越的逼近;推导了 MPC 下的弹目相对运动方程,将球坐标下的六个状态方程减少到了三个并且满足多项式拟合 SDRE 方法的应用前提;在此基础上,推导出了三维拟合 SDRE 导引律(nSDRE)。仿真显示,nSDRE 是一种有效的导引律,较广义理想比例导引律(GIPN)具有更好的导引品质,特别在目标机动时,nSDRE 能更好地应对目标机动引起的视线转率发散而导致脱靶的问题。

关键词: SDRE; 改进的极坐标; 三维导引律; Riccati 方程; 多项式拟合

中图分类号: V448.133

文献标识码: A

文章编号: 1000-1328(2010)01-0087-06

DOI:10.3873/j.issn.1000-1328.2010.01.014

0 引言

随着导弹性能需求的提高以及 Bank-to-turn (BTT)导弹的发展,将导引律分解到俯仰和偏航两个平面的设计方法已经很难满足要求,需要反映真实弹目相对运动关系的三维导引律。而最优导引律的设计一直是主要的导引律设计方法之一,但不可避免的是需要求解一个两点边值 Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB)方程,而且在三维强耦合下这更是件不容易的事情。近几年,J.R. Cloutier 提出了一种次优的设计方法叫 State Dependent Riccati Equation (SDRE)^[1],到现在,SDRE 方法已经迅速成为一种广泛采用的非线性反馈控制的设计方法,并且已经成功应用于各类控制设计问题^[2-3]。但 SDRE 方法也面对一些难以解决的问题,例如 SDRE 方法需要在线求解一个依赖状态的 Riccati 方程,计算量较大,而且无法给出导引律的解析表达式,无法进一步分析它的导引品质,也给参数的选取造成很大的困难。

利用多项式对 SDRE 方程的解进行拟合,这种方法相对于广泛采用的插值法、改进的 Newton 法和 $\theta - D$ 法,具有精度高、在线计算量小并且能给出导引律解析表达形式等综合优势,有利于导引律的实现以及分析。但多项式拟合的 SDRE 方法需要系统具有特殊的形式,在常用的球坐标下的弹目相对运动的 6 状态微分方程并不满足这一要求,不能使

用多项式拟合 SDRE 方法设计导引律。

本文采用 Tyan 提出的改进的极坐标系——MPC (Modified Polar Coordinate)^[4],使得弹目相对运动常微分方程从 6 个减少到 3 个,方程形式也大大简化,并且满足多项式拟合 SDRE 方法使用的条件,进一步得到了多项式拟合 SDRE 导引律(简记为 nSDRE)的解析表达式,通过分析表达式与仿真验证,可以优化参数的选择,进而改进 nSDRE 导引律的导引品质,同时解析的表达式也有利于对导引律导引品质的分析。仿真结果显示,nSDRE 导引律是有效的导引律,与广义理想比例导引律(GIPN)进行对比,具有良好的导引品质。而且当目标作大过载的未知机动时,GIPN 导引律远远不如 nSDRE 导引律有效。

1 SDRE 方法与多项式拟合 SDRE 方法

1.1 SDRE 方法

设一个非线性控制系统为:

$$\dot{x} = f(x) + B(x)u \quad (1)$$

考虑代价函数

$$J(x_0, u) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (2)$$

其中 Q 对称半正定或者对称正定、 R 对称正定,且 $f(0) = 0, f(x), B(x)$, 当 $x \in \Omega$ 时连续可微,其中 Ω 为状态空间。

设计最优反馈控制律 $u = \phi(x)$, 使得代价函

数最小。

直接求解这个问题比较困难,下面介绍 SDRE 方法:

(1) 将 $f(x)$ 重新写为 state-dependent coefficient (SDC) form:

$$f(x) = A(x)x \quad (3)$$

我们有

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u \quad (4)$$

一般情况下 $A(x)$ 的选择是不唯一的。

(2) 对下列 SDRE 方程

$$A^T(x)P(x) + P(x)A(x) - P(x)B(x)R^{-1}B^T(x)P(x) + Q = 0 \quad (5)$$

求出 $P(x)$, $P(x)$ 对称半正定或者对称正定。

(3) 构造非线性状态反馈控制律

$$u = -R^{-1}B^T(x)P(x)x \quad (6)$$

方程(5)的在线求解是个难点,特别是当状态变量较多或者控制的实时性要求高时。

1.2 多项式拟合 SDRE 方法

在 SDRE 方法中,由于 $A(x)$ 选择不唯一,所以对于一些 $f(x) = A(x)x$, 可以找到某个 $A(x)$, 使得 $A(x) = A^*(\tau)$, $\tau = l(x) = l(x_1, \dots, x_n)$, $\tau \in [a, b]$ 是一个标量,且 $B(x) = B^*(\tau)$, 后一个条件在很多情况下都是满足的,例如 $B(x)$ 是一个常矩阵。

SDRE 方程可以写为:

$$A^T(\tau)P + PA(\tau) - PB(\tau)R^{-1}B^T(\tau)P + Q = 0 \quad (7)$$

其解

$$P(x) = P^*(\tau) = \begin{bmatrix} p_{11}(\tau) & \cdots & p_{1n}(\tau) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{1n}(\tau) & \cdots & p_{nn}(\tau) \end{bmatrix},$$

p_{11}, \dots, p_{nn} 是关于自变量 τ 的连续函数,根据多项式逼近的 Weierstass 定理,我们可以对 $p_{11}(\tau), \dots, p_{nn}(\tau)$ 用多项式 $h_{11}(\tau), \dots, h_{nn}(\tau)$ 来逼近,根据不同的精度要求,可对 $h_{11}(\tau), \dots, h_{nn}(\tau)$ 选取不同的次数来逼近。

令

$$H(\tau) = \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{1n} & \cdots & h_{nn} \end{bmatrix}$$

为 $P(\tau)$ 的逼近,并且定义 $h_{11}(\tau), \dots, h_{nn}(\tau)$ 中的次数最低的多项式的次数 m 为 $H(\tau)$ 的次数。

定义 1: 若 $(A(x), B(x))$ 对任意给定 $x \in \Omega$ 都逐点可稳,则称 $A(x)$ 是可稳的。

定义 2: 若 $(Q^{1/2}, A(x))$ 对任意给定 $x \in \Omega$ 都逐点可检测,则称 $A(x)$ 是可检测的。

定理 1: 当 $(A(x), B(x))$ 可稳且 Q 正定时,存在适当的正整数 m , 使得状态反馈控制律 $u' = -R^{-1}B^T(x)H(x)x$ 使系统于平衡点处局部渐进稳定。

定理 2: 当 $(A(x), B(x))$ 可稳且 $(Q^{1/2}, A(x))$ 可检测时,存在适当的 m , 使得状态反馈控制律 $u' = -R^{-1}B^T(x)H(x)x$ 使系统于平衡点处局部渐进稳定。

2 三维弹-目相对运动方程的建立

导弹与目标的相对运动如图(1)所示,弹目相对位置矢量为 \vec{r} , 方向沿视线方向由导弹指向目标为正, \vec{r}_T, \vec{r}_M 分别是目标与导弹在惯性坐标系的位置矢量,于是有

$$\vec{r} = \vec{r}_T - \vec{r}_M = \rho \vec{e}_r \quad (8)$$

其中 ρ 是弹目之间的距离, \vec{e}_r 是视线方向的单位矢量。

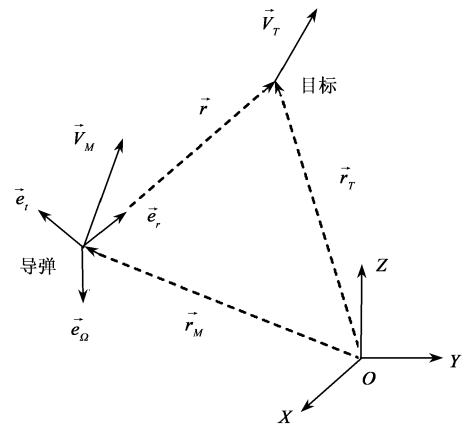


图1 MPC坐标系下导弹与目标的相对运动图

Fig.1 Map of relative dynamics model in the modified polar coordinates

对式(8)求导可得弹目相对速度方程与相对加速度方程如下:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\rho} \vec{e}_r + \rho \dot{\vec{e}}_r = \vec{V}_T - \vec{V}_M \quad (9)$$

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\rho} \vec{e}_r + 2\dot{\rho} \dot{\vec{e}}_r + \rho \ddot{\vec{e}}_r = \vec{a}_T - \vec{a}_M \quad (10)$$

其中 $\vec{V}_T, \vec{a}_T, \vec{V}_M, \vec{a}_M$ 是目标与导弹的速度与加速度矢量。

设视线的旋转角速度矢量 $\vec{\Omega}$, 据 Tyan 的论文^[4], 我们有 $\dot{\vec{e}}_r = \vec{\Omega} \times \vec{e}_r$ 及 $\dot{\vec{\Omega}} = \vec{e}_r \times \dot{\vec{e}}_r$, 所以 $\vec{e}_r, \dot{\vec{e}}_r, \vec{\Omega}$ 相互垂直。

定义如下单位向量:

$$\vec{e}_i \triangleq \frac{\dot{\vec{e}}_r}{\|\dot{\vec{e}}_r\|}, \vec{e}_\Omega \triangleq \frac{\vec{\Omega}}{\|\vec{\Omega}\|}$$

($\vec{e}_r, \vec{e}_i, \vec{e}_\Omega$) 就构成 MPC 坐标系, 是正交坐标系, 且满足右手定则。

将目标与导弹的加速度矢量 \vec{a}_T 与 \vec{a}_M 在 MPC 坐标系 ($\vec{e}_r, \vec{e}_i, \vec{e}_\Omega$) 下分解:

$$\vec{a}_T \triangleq a_{Tr} \vec{e}_r + a_{Ti} \vec{e}_i + a_{T\Omega} \vec{e}_\Omega \quad (11)$$

$$\vec{a}_M \triangleq a_{Mr} \vec{e}_r + a_{Mi} \vec{e}_i + a_{M\Omega} \vec{e}_\Omega \quad (12)$$

计算(10)式, 得如下弹目相对运动方程:

$$\begin{cases} \frac{d\rho}{dt} = \rho \|\vec{\Omega}\|^2 + (a_{Tr} - a_{Mr}) \\ \frac{d(\rho \|\vec{\Omega}\|)}{dt} = -\dot{\rho} \|\vec{\Omega}\| + (a_{Ti} - a_{Mi}) \\ \frac{d\rho}{dt} = \dot{\rho} \end{cases} \quad (13)$$

现在通用的在球坐标系下的三维弹目运动闭合方程共需 6 个方程, 而且方程形式复杂, 存在复杂的三角函数关系, 而基于 MPC 坐标系建立的三维弹目运动闭合方程只需要 3 个方程, 且形式简单, 易于计算和讨论, 恰好满足多项式拟合 SDRE 问题的条件。

3 多项式拟合 SDRE 导引律的设计

定义状态变量为:

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T \triangleq [\dot{\rho} \quad \rho \|\vec{\Omega}\| \quad \rho]^T$$

则系统运动方程为:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \begin{bmatrix} \frac{x_2^2}{x_3} + a_{Tr} - a_{Mr} \\ -\frac{x_1 x_2}{x_3} + a_{Ti} - a_{Mi} \\ x_1 \end{bmatrix} \\ &= f(x) + Bu + Dw \end{aligned} \quad (14)$$

初值为

$$x(0) = x_0 = [x_1(0) \quad x_2(0) \quad x_3(0)]^T$$

其中

$$f(x) = \begin{bmatrix} \frac{x_2^2}{x_3} \\ x_3 \\ -\frac{x_1 x_2}{x_3} \\ x_1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} a_{Mr} \\ a_{Mi} \end{bmatrix}, \quad w = \begin{bmatrix} a_{Tr} \\ a_{Ti} \end{bmatrix}$$

对于 SDRE 方法, 我们假设目标不机动或者目标机动已知, 在这个假设下系统方程为:

$$\dot{x} = f(x) + Bu \quad (15)$$

定义代价函数为:

$$J(x_0, u) = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (16)$$

其中

$$Q = \begin{bmatrix} q_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & q_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & q_3^2 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} r_1^2 & 0 \\ 0 & r_2^2 \end{bmatrix}$$

SDC 形式

$$f(x) = A(x)x \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} A(x) &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{2x_2}{x_3} & -\left(\frac{x_2}{x_3}\right)^2 \\ -\frac{x_2}{x_3} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 2\|\vec{\Omega}\| & -\|\vec{\Omega}\|^2 \\ -\|\vec{\Omega}\| & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= A(\|\vec{\Omega}\|) \end{aligned}$$

所以弹目相对运动状态方程满足多项式拟合 SDRE 方法使用的条件, 接下来使用此方法进行导引律的设计。

易验证 ($A(\|\vec{\Omega}\|), B$) 能控; 当 $\|\vec{\Omega}\| \neq 0$ 且 $q_1 \neq 0$ 时, $\text{rank}(Q_0) = 3, (Q^{1/2}, A(\|\vec{\Omega}\|))$ 能观。当 $q_1 = 0$ 时, Q 半正定, $x_1 = \dot{\rho}$ 是稳定的, 但不是渐进稳定的。在拦截末端, 接近速度要求 $\dot{\rho} < 0$, 所以我们需要设置权重 $q_1 = 0$ 。

当 ($A(\|\vec{\Omega}\|), B$) 能控时, SDRE 方程就有唯一对称正定或半正定解, 将 $A(\|\vec{\Omega}\|), B, R, Q$, 代入 SDRE 方程得:

$$A^T(\|\vec{\Omega}\|)P(\|\vec{\Omega}\|) + P(\|\vec{\Omega}\|)A(\|\vec{\Omega}\|) - P(\|\vec{\Omega}\|)BR^{-1}B^TP(\|\vec{\Omega}\|) + Q = 0 \quad (18)$$

对于任意给定的 $\|\vec{\Omega}^i\|$, 我们都可以唯一解出 $P(\|\vec{\Omega}^i\|)$ 满足方程, 因为 $\|\vec{\Omega}\| \in [0, a]$, 所以我们可以对区间 $[0, a]$ 进行变步长、等步长或自适应步长的分割, 对分割点 $\|\vec{\Omega}^i\| (i = 1, \dots, N)$ 求出 $P(\|\vec{\Omega}^i\|)$, 而这都是可以离线计算的。

对于算出的点对 $(\|\vec{\Omega}^i\|, P(\|\vec{\Omega}^i\|))$, 可以采用已经成熟的数值逼近算法, 例如 Remes 算法等, 构造最佳一致逼近多项式, 也可用 Legendre 正交多项式构造最佳平方逼近, 或者采用更简单的最小二乘逼近。

假设我们求得逼近多项式为

$$h_{ij} = a_n^j \|\vec{\Omega}\|^n + \dots + a_1^j \|\vec{\Omega}\| + a_0^j, 1 \leq i, j \leq 3 \quad (19)$$

则对 $P(x)$ 的拟合结果为:

$$H(\|\vec{\Omega}\|) = \begin{pmatrix} h_{11} & \dots & h_{13} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{13} & \dots & h_{33} \end{pmatrix} \quad (20)$$

nSDRE 导引律为:

$$u' = \begin{bmatrix} a_{M_r} \\ a_{M_t} \end{bmatrix} = -R^{-1}B^TH(\|\vec{\Omega}\|)x \quad (21)$$

4 仿真研究

通过 nSDRE 导引律 u' 的分析以及重点对抑制视线转率的考虑, 优化参数 Q 与 R 的选择, 可选择:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100000000 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{pmatrix}$$

并且假设视线转率 $\|\vec{\Omega}\|$ 的变化范围为 $[0, 0.6]$ (实际中稳定后的视线转率 $\|\vec{\Omega}\|$ 是很小的), 选择定步长 $h = 0.02$, 然后计算出相应的 $P(\|\vec{\Omega}\|)$, 用多项式以最小平方逼近拟合 $P(\|\vec{\Omega}\|)$ 的各元素得到 $H(\|\vec{\Omega}\|)$ 。

m 为 3 次时 $\|H(\|\vec{\Omega}\|) - P(\|\vec{\Omega}\|)\|_2 = 0.0033$, m 为 5 次时, $\|H(\|\vec{\Omega}\|) - P(\|\vec{\Omega}\|)\|_2 = 9 \times 10^{-5}$, 我们可以根据实际要求决定 $H(\|\vec{\Omega}\|)$ 的次数 m 。

现在我们取 $m = 3$, 由所给的 Q 与 R 的值, 计算出 nSDRE 导引律为:

$$u = \begin{bmatrix} a_{M_r} \\ a_{M_t} \end{bmatrix} \quad (22)$$

其中:

$$\begin{aligned} a_{M_r} &= 0.47694\dot{\rho}\|\vec{\Omega}\|^3 - 0.99228\dot{\rho}\|\vec{\Omega}\|^2 + \\ &0.02543\dot{\rho}\|\vec{\Omega}\| + 1.1886\dot{\rho} + \\ &0.74974\rho\|\vec{\Omega}\|^3 - 1.3616\rho\|\vec{\Omega}\|^2 + \\ &0.03134\rho\|\vec{\Omega}\| + 0.70635\rho \\ a_{M_t} &= -0.00009\dot{\rho}\|\vec{\Omega}\|^3 - 0.00004\dot{\rho}\|\vec{\Omega}\|^2 - \\ &\dot{\rho}\|\vec{\Omega}\| - 0.00008\rho\|\vec{\Omega}\|^3 - \\ &0.00007\rho\|\vec{\Omega}\|^2 + 10000\rho\|\vec{\Omega}\| \end{aligned}$$

为说明 nSDRE 导引律的有效性, 将其与 GIPN 导引律做比较, GIPN 导引律通过调节参数可以代表大部分比例导引律, 如 PPN、TPN、IPN 等, 是一种优秀的导引律。

GIPN 导引律在 MPC 坐标系下的解析形式为:

$$\begin{aligned} u &= (\beta\dot{\rho}\vec{e}_r + \alpha\rho\|\vec{\Omega}\|\vec{e}_t) \times \vec{\Omega} \\ &= \alpha\rho\|\vec{\Omega}\|^2\vec{e}_r - \beta\dot{\rho}\|\vec{\Omega}\|\vec{e}_t \end{aligned} \quad (23)$$

其中 $\alpha > 1, \beta > 2$ 是可调节参数。根据多次仿真实验, 我们取参数 $\alpha = 5, \beta = 5$ 。

设导弹的初始位置为 $(0, 0, 0)$, 导弹的初速度为 800, 欧拉角 $\theta = \pi/4, \Psi = 0.6$, 导弹的过载限制为 20 g, 目标的最大可用过载 20 g。

情形一: 目标不机动时。

设目标的初始位置 $(10000, 10000, 10000)$, 目标的初速度为 600, 欧拉角 $\theta = -5\pi/4, \Psi = -2.54$, 目标不机动, 导弹迎击目标, 当弹目相距 0.1 或者弹目相对速度 $\dot{\rho} > 0$ 时停止仿真。

图(2)、图(3)分别显示了三维弹道仿真与视线转率的对比。由图可知, 当拦截非机动目标时, nSDRE 导引律有更小的拦截时间, 弹道也稍微平滑, 迎击交汇角更大, 更有利于拦截目标; 而视线转率下降也较快, 但在末端有个小的发散, 在 10^{-3} 数量级, 发生在弹目相对距离在 10 之内, 一般可以接受。总的来说两者各有优点。

情形二: 当目标有机动而机动未知时。

目标初始条件一样与情形一相同, 但绕惯性坐标系的 y 轴作向心加速度为 150 的机动。但导弹完全不知道目标的机动。

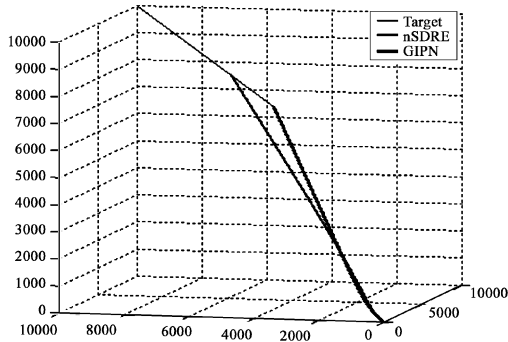


图 2 目标不机动时两种导引律的三维弹道

Fig.2 Nonmaneuvering case: the three-dimensional trajectories of pursuit

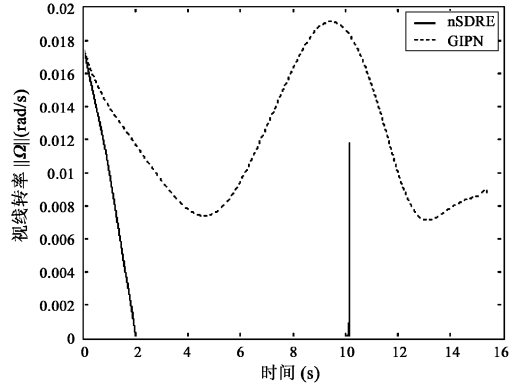


图 5 目标机动时两种导引律的视线转率

Fig.5 Maneuvering case: the turning rate of LOS

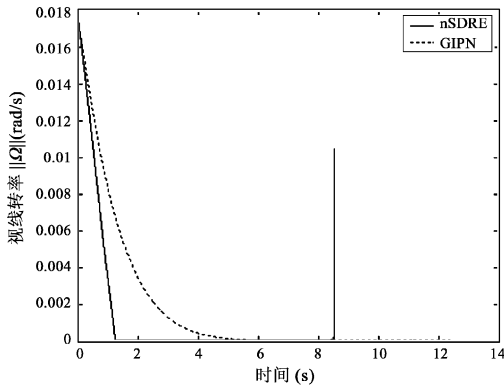


图 3 目标不机动时两种导引律的视线转率

Fig.3 Nonmaneuvering case: the turning rate of LOS

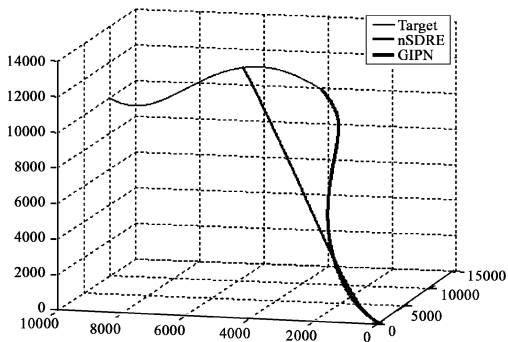


图 4 目标机动时两种导引律的三维弹道

Fig.4 Maneuvering case: the three-dimensional trajectories of pursuit

PN 已经不能命中目标,脱靶量达到 45,视线转率在 与目标接近时发散。

图(6)显示了两种导引律的弹道对比,GIPN 的脱靶量为 45。图(7)显示了 nSDRE 与 GIPN 的视线转率的变化对比,nSDRE 视线转率只在末端有一个很小的发散,而 GIPN 视线转率发散很大,造成了很大的脱靶量,拦截是失败的。一方面说明了 nSDRE 的有效性,另一方面也验证了在参数 Q 的选择中有意加强视线转率抑制是十分必要的。

总之,在目标作机动时,nSDRE 的导引品质完全 胜过 GIPN,nSDRE 有能力对付强机动目标。

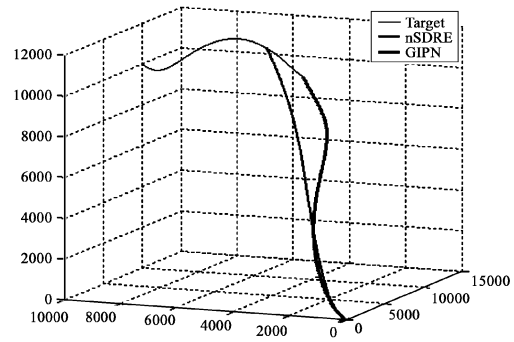


图 6 目标满过载机动时两种导引律的三维弹道

Fig.6 Full maneuvering case: the three-dimensional trajectories of pursuit

图(4)、图(5)分别显示了三维弹道仿真与视线转率的对比。由图可知,无论在弹道特征、拦截时间,还是视线转率,nSDRE 都胜过 GIPN。

再看一种极端情况,当目标绕惯性坐标系的 y 轴作向心加速度提高到满过载 $20g$,与导弹的最大可用过载相同时,仿真结果为:nSDRE 仍然能够很好地命中目标,视线转率在击中目标时为 0.01;而 GI-

5 结论

用多项式拟合来近似处理 SDRE 方法是一种有效的方法,本文采用这种方法设计了三维 nSDRE 导引律。在设计的过程中可以发现多项式拟合 SDRE 方法具有高精度、在线运算量可以忽略不计,能够得到导引律解析的表达形式,十分方便使用与分析,可以说非常有效。

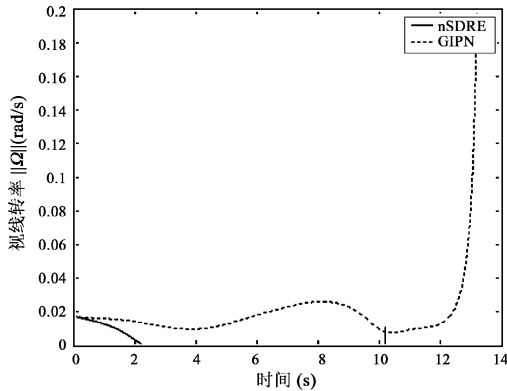


图 7 目标满过载机动 ($20g$) 时两种导引律的视线转率
Fig.7 Full maneuvering ($20g$) case: the turning rate of LOS

在设计三维 nSDRE 导引律时,通过理论分析与仿真分析两方面的结合,特别是要求它能够快速的抑制视线转率,选取了 Q 、 R , 它们决定了 nSDRE 导引律的导引性能。

通过与 GIPN 导引律的仿真对比,我们发现 nSDRE 确实具有良好的导引品质,特别是对付大机动目标这一难题时,它具备了远胜于 GIPN 的良好导引品质。

不可否认,nSDRE 导引的导弹在很长的时间段内是满过载飞行,这样对导弹本身的性能和结构有很大考验。但从另一个方面考虑,如果拦截大气层外的飞行器,导弹采用直接侧向力这种离散时间、大小固定的控制方法时,nSDRE 导引律就更容易实现,反而更好应用。所以与其他导引律复合制导应该是一个好的控制策略,那么它们之间如何协同工作与切换,就是一个值得深入研究的内容。

Three-dimensional Missile Guidance Law Design Based on Polynomial Fitting of SDRE

LIU Li-jun, SHEN Yi, ZHAO Zhen-hao

(Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: The three-dimensional missile guidance law was designed with polynomial fitting SDRE method under the modified polar coordinate. At first, the SDRE method and the polynomial fitting SDRE method were introduced, then the equations of relative dynamics between the missile and target was derived. It was shown that with the property of this modified polar coordinate (MPC), the number of equations can be reduced from six to three, and the equation forms were meet demands of the polynomial fitting method. Finally, the three-dimensional missile guidance Law named nSDRE was derived. The simulation results showed that performances of nSDRE were better than that of GIPN, especially when the maneuverability of target was greatly strong.

Key words: SDRE; Modified polar coordinate; Three-dimensional guidance law; Riccati equation; Polynomial fitting

参考文献:

- [1] Cloutier J R, Mracek C P, Ridgely D B, Hammett K D. State-dependent Riccati equation techniques: theory and applications [C]//Notes from the SDRE Workshop Conducted at the American Control Conference, Philadelphia, PA. IEEE, Los Alamitos, 1998.
- [2] Cloutier J R, Stansbery D T. All-aspect acceleration-limited homing guidance [C]//Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control (AIAA - 99 - 4063), 1999.
- [3] Cloutier J R, Stansbery D T. Nonlinear, hybrid bank-to-turn/skid-to-turn autopilot design [C]//Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Montreal, Canada. AIAA, Reston, 2001.
- [4] Feng T, Jeng F S. A Simple Adaptive GIPN Guidance Law [C]// Proceedings of the 2006 American Control Conference, Minneapolis, Minnesota, USA, 2006: 14 - 16.
- [5] 周蕴时, 梁学章. 数值逼近 [M]. 长春: 吉林大学出版社, 1993. [ZHOU Yun-shi, LIANG Xue-zhang. Numerical Approximation [M]. Beijing: Publisher of Jilin University Press, 1993.]
- [6] Banks H T, Lewis B M, Tran H T. Nonlinear feedback controllers and compensators: a state-dependent Riccati equation approach. Comput Optim Appl, 2007, 37: 177 - 218.
- [7] Guelman M, Golan O M. Three-dimensional minimum energy guidance [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System, 1995, 31: 835 - 841.

作者简介: 刘利军 (1985 -), 男, 硕士研究生, 控制科学与工程专业, 研究方向为制导与控制以及最优控制方法。
通信地址: 哈尔滨工业大学 327 信箱 (150001)
电话: (0451) 86413410 转 8620
E-mail: liulijun.hit@gmail.com