

文章编号: 1007-4627(2005)01-0061-03

# 采用数学分析方法分析样品核素含量的方法研究\*

郭洪生, 何锡钧, 彭太平, 杨高照, 王文川, 冯春  
(中国工程物理研究院核物理与化学研究所, 四川 绵阳 621900)

**摘要:** 当样品含有多种能量的  $\gamma$  射线时, 某一峰下的面积, 不仅记录了该能量的光电效应事件, 而且还包括了更高能量  $\gamma$  射线的 Compton 散射事件. 这样, 就不能简单地由峰下面积确定相应的  $\gamma$  射线强度, 采用逆矩阵法对  $\gamma$  能谱进行分析可得到较好的结果.

**关键词:** 逆矩阵法;  $\gamma$  能谱; 样品; 核素含量

**中图分类号:** O17; TL99 **文献标识码:** A

## 1 引言

在  $\gamma$  射线能谱测量中, NaI(Tl) 晶体闪烁谱仪因其有较高的探测效率、较好的能量线性而有着广泛用途. 由于  $\gamma$  射线与物质的相互作用有 3 种效应, 所以 NaI(Tl) 晶体记录到的  $\gamma$  能谱很复杂. 当  $\gamma$  能量  $E$  很低时, 全部能量损失在晶体中, 这时形成一个近似于 Gauss 函数的光电峰. 随着  $E$  增大, 除光电峰外, 还有一个 Compton 连续谱, 光电峰成为全能峰, 峰位置不变. 当  $E > 1.02$  MeV 时, 发生电子对效应,  $\gamma$  能谱上又添了两个电子逃逸峰. 当有几种能量的  $\gamma$  射线时, 那么  $\gamma$  能谱就更为复杂. 但是, 只要抓住光电峰这个突出的特征, 就能够分析  $\gamma$  能谱. 根据光电峰的位置, 确定  $\gamma$  射线能量  $E$ , 根据光电峰下的面积, 确定  $\gamma$  射线强度, 进而确定样品的相关核素含量.

## 2 数学方法

假定样品含有几种核素, 其种类已知, 而其放射性活度  $x_j (j = 1, 2, \dots, n)$  未知, 需由解谱来定. 实验中, 先对每种待测核素建立一个标准  $\gamma$  谱, 并确定一个用于计数的道域, 称为特征道域, 道域序号为  $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ . 于是, 在样品  $\gamma$  谱上, 某一道域上的计数率  $m_i$  应为各成分核素分别在该道域上引起的计数率之和, 即

$$m_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

这就得到了一个方程组, 它由几个方程式组成, 包含几个未知数  $x_j$ . 由于各标准谱互不相同, 这些方程式是相互独立的, 因此解方程组可以求出  $n$  个未知数.

逆矩阵法解方程组的步骤如下:

(1) 将方程组改为矩阵形式:

$$AX = M, \quad (2)$$

式中,  $A$  为  $a_{ij}$  集合而成的矩阵, 称为谱仪的响应矩阵;  $a_{ij}$  是响应矩阵元, 也叫响应系数, 定义:

$$a_{ij} = \frac{\text{第 } j \text{ 种成分在第 } i \text{ 道域中的计数率}}{\text{第 } j \text{ 种成分标准样品的衰变率}}, \quad (3)$$

$X$  是未知量  $x_j$  组成的列矩阵,  $M$  是各道域计数率组成的列矩阵, 即

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & x_1 & m_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & x_2 & m_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & x_3 & m_3 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & x_4 & m_4 \end{pmatrix} \quad (4)$$

(2) 由矩阵  $A$  计算其逆矩阵  $A^{-1}$ ,

$$A^{-1} = \frac{P^T}{|A|}, \quad (5)$$

收稿日期: 2004 - 08 - 31

\* 基金项目: 中国工程物理研究院国防科技预研资助项目(421030302)

作者简介: 郭洪生(1961-), 男(汉族), 福建上杭人, 副研究员, 博士, 从事核辐射脉冲测量技术研究;

E-mail: ghongsheng@163.cn

式中,  $|A|$  是矩阵  $A$  对应行列式的值,  $P^T$  是  $P$  的转置矩阵. 而  $P$  是矩阵  $A$  的每一个元素的代数余子式所组成的矩阵, 即去掉  $A$  矩阵中第  $i$  行和第  $j$  列后组成的行列式:

$$P_{ij} = (-1)^{i+j}. \quad (6)$$

(3) 得到方程组的解为

$$X = A^{-1} \cdot M, \quad (7)$$

$$x_j = \sum_{i=1}^n a_{ji}^{-1} \cdot m_i, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

$a_{ji}^{-1}$  是逆矩阵  $A^{-1}$  中第  $j$  行和第  $i$  列元素.

### 3 实验方法

样品的天然放射性核素主要由 U, Th, Ra 和 K 组成, 其分支比高的  $\gamma$  射线的能量分别为 93 keV (U), 238 keV (Th), 352 keV (Ra) 和 1 460 keV (K). 各相应的光电峰(全能峰)在整个  $\gamma$  能谱中是突出的, 4 种  $\gamma$  能量也易于识别. 但是, 由于有 4 种能量的  $\gamma$  射线, 因此, 某一峰下的面积, 不仅记录了该能量的光电效应事件, 而且还包括了更高能量  $\gamma$  射线的 Compton 散射事件. 这样, 就不能由峰下面积确定相应的  $\gamma$  射线强度, 必须对  $\gamma$  能谱进行分析, 此时可采用上述的逆矩阵法.

实验装置如图 1 所示.

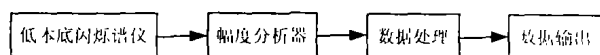


图 1 实验装置方框图

该装置采用  $^{241}\text{Am}$  ( $\gamma$  射线能量 60 keV),  $^{57}\text{Co}$  ( $\gamma$  射线能量 136 keV),  $^{133}\text{Ba}$  ( $\gamma$  射线能量 356 keV),  $^{137}\text{Cs}$  和 ( $\gamma$  射线能量 662 keV),  $^{54}\text{Mn}$  ( $\gamma$  射线能量 835 keV) 和  $^{60}\text{Co}$  ( $\gamma$  射线能量 1 173 keV) 等不同能量的  $\gamma$  射线源进行刻度. 经过刻度, 相当于能量为零的道数是 25 道.

表 1 标准样品的计数率 counts/min

序号	标准粉	道域 1	道域 2	道域 3	道域 4
1	U	8.1	2.2	1.4	0.1
2	Th	7.9	41.9	7.7	0.7
3	Ra	96.0	254.4	464.4	13.1
4	K	8.7	9.8	5.7	34.1
5	SiO <sub>2</sub>	0.3	1.0	1.1	1

根据待测核素  $\gamma$  射线能量 (93, 238, 352 和 1 460 keV) 及谱仪能量刻度线斜率和截距, 计算出各特征  $\gamma$  峰的位置在第 50, 88, 118 和 413 道. 道域选取的原则是以全能峰位置为中心, 使 4 种成分的  $\gamma$  谱相互不重叠, 本底计数率为 24.9 counts/min, 在四个道域上相应的本底计数率分别为 0.3, 1.0, 1.1 和 1.3 counts/min. 表 1 列出了 4 个标准样品在各道域上的计数率(均已扣除本底), 所有样品重量都是 200 g, 测量时间 50 min.

根据标准谱, 可得响应矩阵  $A$ :

$$A = \begin{bmatrix} 15.3 & 26.8 & 17.8 & 8.2 \\ 4.2 & 142.0 & 47.1 & 9.2 \\ 2.6 & 26.1 & 86.1 & 5.4 \\ 0.2 & 2.4 & 2.4 & 32.2 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

而的逆矩阵  $A^{-1}$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 7.0 & -1.2 & -0.78 & -1.3 \\ -1.5 & 8.1 & -4.1 & -1.2 \\ -1.7 & -2.1 & 13 & -1.2 \\ -2.0 & -3.8 & -6.3 & 310 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

将这些矩阵元  $a_{ij}^{-1}$  代入公式 (8), 就可得到表达核素含量的表达式:

$$\begin{aligned} \text{U: } x_1 &= 10^{-6}(7.0m_1 - 1.2m_2 - 0.78m_3 - 1.3m_4) \\ \text{Th: } x_2 &= 10^{-7}(-1.5m_1 + 8.1m_2 - 4.1m_3 - 1.2m_4) \\ \text{Ra: } x_3 &= 10^{-14}(-1.7m_1 - 2.1m_2 + 13m_3 - 1.2m_4) \\ \text{K: } x_4 &= 10^{-8}(-2.0m_1 - 3.8m_2 - 6.3m_3 + 310m_4) \end{aligned} \quad (11)$$

实验测得样品的核素含量列在表 2 中.

表 2 样品的核素含量  $10^{-12}$  Ci/g

序号	样品	U	Th	Ra	K
1	样品 1	12.1	1.50	7.50	4.69
2	样品 2	9.28	1.71	2.49	5.04
3	样品 3	4.84	2.05	1.90	5.39
4	样品 4	10.7	1.27	1.38	4.76
5	样品 5	1.88	3.71	5.15	3.15
6	样品 6	4.47	0.26	1.73	14.36
7	样品 7	0.72	1.24	1.48	12.96
8	样品 8	1.67	0.76	1.20	4.20
9	样品 9	1.32	0.3	1.43	2.59
10	样品 10	0	0.07	0.24	11.48
11	样品 11	3.69	0.01	0.01	0

## 4 结论

采用逆矩阵法分析复杂  $\gamma$  能谱是一种行之有效的数学方法. 当样品含有多种能量的  $\gamma$  射线时, 某一峰下的面积, 不仅记录了该能量的光电效应事

件, 而且还包括了更高能量  $\gamma$  射线的 Compton 散射事件. 这样, 就不能由峰下面积确定相应的  $\gamma$  射线强度, 采用逆矩阵法对  $\gamma$  能谱进行分析可得到较好的结果.

## 参考文献:

- [1] Kuchuck R W. Semiconductor Detectors for Use in the Current Mode, UCRL - 5011.
- [2] 刘庆兆. 脉冲辐射场诊断技术. 北京: 科学出版社, 1994, 173—184.
- [3] 欧阳晓平, 李真富, 霍裕昆等. 高能物理与核物理, 2001, 25(11): 1 100.
- [4] 王 猛, 郭忠言, 詹文龙等. 高能物理与核物理, 2002, 26(12): 1 285.

## Analysis of Sample $\gamma$ -spectrometry with Mathematic Simulating\*

GUO Hong-sheng, HE Xi-jun, PENG Tai-ping, YANG Gao-zhao, WANG Wen-chuan, FENG Chun

(Institute of Nuclear Physics and Chemistry, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, Sichuan, China)

**Abstract:** When a sample contains various energy  $\gamma$ -rays, its peak area records not only the events of optical-electronic effect but also the Compton scattering events of higher energy  $\gamma$ -rays. So the  $\gamma$ -ray intensity conducted by the peak area can't be gained. Using the anti-matrix method, the better results of analysis on the  $\gamma$ -spectrometry can be obtained.

**Key words:** anti-matrix method;  $\gamma$ -spectrometry; sample; content of nuclide

\* **Foundation item:** Pre-study of National Defence and Science Technology of China Acadeing of Engineering Physics(421030302)