

## 变结构神经网络自适应鲁棒控制

陈杰<sup>1,2</sup> 李志平<sup>1,2</sup> 张国柱<sup>1,2</sup>

**摘要** 针对一类不确定非线性系统, 提出一种变结构神经网络自适应鲁棒控制 (Variable structure neural network adaptive robust control, VSNNARC) 方法. 其中变结构神经网络用于在线辨识系统未知非线性函数, 该网络利用节点激活与催眠技术进行动态调节, 减小网络规模与计算量; 自适应鲁棒控制用于网络权值学习与系统建模误差及外部扰动补偿. 采用 Lyapunov 稳定性分析法, 给出网络权值自适应律的形式以及鲁棒控制项的设计方法. 该方法不仅能保证系统的稳定性, 也能保证系统具有很好的瞬态性能. 将该方法应用到转台伺服系统的位置跟踪控制中, 实际运行结果表明, 该方法使系统具有很强的鲁棒性及良好的跟踪效果.

**关键词** 自适应鲁棒, 神经网络, 双轴转台, 函数逼近器

**DOI** 10.3724/SP.J.1004.2010.00174

### Variable Structure Neural Network Adaptive Robust Control

CHEN Jie<sup>1,2</sup> LI Zhi-Ping<sup>1,2</sup> ZHANG Guo-Zhu<sup>1,2</sup>

**Abstract** A variable structure neural network adaptive robust control (VSNNARC) is proposed for a class of uncertain nonlinear SISO systems. A neural network which is adjusted by using nodes activation and passivation techniques to minish the size of the neural network and computation load is used as an approximator for the system unknown nonlinear functions. And the adaptive robust control is used for the weight learning and compensation to the modeling error and extern disturbances. The adaptation law of neural networks weights and the design method of robust controller are given out based on the Lyapunov stability analysis. Furthermore, the proposed controller can guarantee not only global stability but also transient performance. Finally, the controller is applied to a position tracking system of a turntable. The experimental results show that the system can perform good tracking and has strong robustness.

**Key words** Adaptive robust, neural network, two-axes turntable, function approximator

随着系统非线性复杂度越来越高, 系统精确的数学模型已经很难得到, 神经网络以其强大的学习能力与对连续函数的逼近能力受到控制界的普遍欢迎<sup>[1-5]</sup>. 以神经网络作为函数逼近器结合自适应控制, 可以解决大部分模型未知的非线性系统<sup>[1-12]</sup>. 然而在实际系统控制中, 神经网络结合自适应控制存在一些不足.

首先, 由于非线性函数的特性未知, 离线确定的网络节点数会过于庞大, 导致控制算法计算量繁重, 不利于控制算法的实际应用. 为此, 提出了动态神经网络的概念<sup>[8-13]</sup>, 网

络结构随着系统状态的变化而动态变化, 比固定结构神经网络具有更小规模, 且能更有效地捕捉系统动态非线性. 其次, 神经网络结合自适应控制只能对网络权值进行在线学习, 对系统中不可避免存在的不确定非线性——外部扰动、模型逼近误差等, 显得无能为力. 文献 [14-16] 采用滑模控制项对扰动与建模误差进行补偿, 但不能保证系统的瞬态性能, 而且不连续控制项的存在, 使得系统存在“抖振”现象. 文献 [17] 在 Bin 等提出的自适应鲁棒控制<sup>[18-19]</sup> (Adaptive robust control, ARC) 方法的基础上, 针对半严格反馈系统设计了多层神经网络 ARC, 但网络结构庞大, 计算量繁重.

本文对一类不确定非线性系统设计了变结构神经网络自适应鲁棒控制. 变结构神经网络保证了很小的网络规模, 增强控制算法的实用性. ARC 实现了权值的在线调节与不确定非线性的补偿, 保证系统的稳态跟踪精度与瞬态性能. 将该方法应用到转台伺服系统的位置跟踪控制中, 实际运行结果表明, 系统具有很好的输出跟踪精度与良好的鲁棒性能.

## 1 问题描述

考虑如下—类不确定非线性系统

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(n)} &= f(x, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dots, x^{(n-1)})u + d(t) \\ y &= x \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $f$  和  $g$  为未知非线性连续函数, 且  $g \neq 0$ ,  $d$  代表外部有界扰动, 而  $u, y \in \mathbf{R}$  分别为系统的输入和输出.

令  $\mathbf{x} = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbf{R}^n$  为系统状态向量, 并假设可测. 系统的控制目标为: 输出  $y$  跟踪一个有界参考输入  $y_m$ , 使得跟踪误差收敛到原点任意小邻域内.

设系统的跟踪误差  $e = y_m - y$ , 误差状态向量为  $\mathbf{e} = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}]^T = [e_1, e_2, \dots, e_n]^T \in \mathbf{R}^n$ . 定义类似切换函数

$$s = \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{e} = e_n + \lambda_{n-1}e_{n-1} + \dots + \lambda_2e_2 + \lambda_1e_1 \quad (2)$$

其中  $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}, 1]^T$ , 使得多项式  $h(p) = p^{n-1} + \lambda_{n-1}p^{n-2} + \dots + \lambda_2p + \lambda_1$  是 Hurwitz 的. 当  $f$  和  $g$  为已知函数, 且  $d(t) = 0$  时, 利用反馈线性化技术, 控制量可以选择为

$$u^* = \frac{1}{g(\mathbf{x})} (-f(\mathbf{x}) + \dot{y}_m^{(n)} + k_d s + \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i e_{i+1}) \quad (3)$$

其中  $k_d$  为一正常数, 使得多项式  $h(p) = p^n + (k_d + \lambda_{n-1})p^{n-1} + \dots + (k_d\lambda_2 + \lambda_1)p + k_d\lambda_1$  是 Hurwitz 的. 将式 (3) 代入式 (1), 有

$$e^{(n)} + (k_d + \lambda_{n-1})e^{n-1} + \dots + (k_d\lambda_2 + \lambda_1)\dot{e} + k_d\lambda_1e = 0 \quad (4)$$

这表明, 当  $t \rightarrow \infty$  时,  $e(t) \rightarrow 0$ , 系统跟踪误差渐近收敛. 然而在实际应用中,  $f$  和  $g$  的精确表达式很难得到, 且  $d(t) \neq 0$ , 我们得不到式 (3) 中的控制量  $u^*$ . 因此利用函数逼近器对未知函数  $f$  和  $g$  进行逼近, 考虑外部扰动的存在, 重新选择控制量

$$u_c = u_a + u_s \quad (5)$$

其中  $u_a$  为自适应前馈补偿项,  $u_s$  为鲁棒控制项, 具体形式将在下文中进行设计.

收稿日期 2009-01-07 录用日期 2009-06-10  
Manuscript received January 7, 2009; accepted June 10, 2009  
北京市重点实验室项目 (SYS100070417) 和国家杰出青年科学基金 (60925011) 资助  
Supported by Beijing Key Laboratory Fund (SYS100070417) and National Science Fund for Distinguished Young Scholars (60925011)  
1. 北京理工大学自动化学院 北京 100081 2. 北京理工大学复杂系统智能控制与决策教育部重点实验室 北京 100081  
1. School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081 2. Key Laboratory of Complex Systems Intelligent Control and Decision, Ministry of Education, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081

## 2 变结构径向基函数神经网络

本文采用高斯径向基函数 (Radial basis function, RBF) 神经网络作为函数逼近器逼近未知函数  $f$  和  $g$ , 为简单起见,

对函数  $f$  和  $g$  采用相同的基函数. 给定输入  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  为系统当前状态, 网络的输出为

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \hat{\omega}_{fi} \varphi_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}_{(i)}, \sigma_{(i)}) = \hat{\omega}_f^T \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}) \quad (6)$$

$$\hat{g}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \hat{\omega}_{gi} \varphi_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}_{(i)}, \sigma_{(i)}) = \hat{\omega}_g^T \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}) \quad (7)$$

其中  $\hat{\omega}_f = [\hat{\omega}_{f1}, \dots, \hat{\omega}_{fN}]^T$ ,  $\hat{\omega}_g = [\hat{\omega}_{g1}, \dots, \hat{\omega}_{gN}]^T$  分别为当前时刻隐含节点与输出节点之间权值向量;  $\varphi_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}_{(i)}, \sigma_{(i)})$  为第  $i$  个隐含节点的高斯径向基函数, 具有如下形式

$$\varphi_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}_{(i)}, \sigma_{(i)}) = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_{(i)}\|^2}{2\sigma_{(i)}^2}\right) \quad (8)$$

$\mathbf{c}_{(i)}$  是第  $i$  个隐含节点基函数的中心点, 是一个需要动态确定的常值向量;  $\sigma_{(i)}$  是第  $i$  个隐含节点基函数的宽度, 假设为一固定常数, 不随网络动态变化而变化.

本文采用的变结构网络原理是根据当前状态向量的位置, 利用网络节点激活与催眠技术, 实现只有激活的节点参与函数逼近, 也只有这些节点相应的权值得到了更新. 激活一个节点只是在网络中增加一个初始权值为 0 的节点, 唤醒一个节点则是在网络中加入一个权值继承了以前学习结果的节点. 催眠一个节点只是将一个经过学习的节点暂时从网络中删去. 这样随着系统状态的转移, 活动节点不断变更, 使网络节点数一直处于比较小的状态. 激活与催眠的判断准则根据当前状态下基函数输出的值来确定. 比如对于网络节点  $\varphi_i$ , 当基函数的输出小于给定的正数  $\rho$  时, 就可以忽略它对整个网络的作用, 也就是说可以从网络中删除这一节点. 因此, 以当前系统状态  $\mathbf{x}$  为球心, 半径  $r = \sqrt{-2\sigma_{(i)}^2 \ln(\rho)}$  球内的节点为激活的节点. 即当  $\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_{(i)}\|^2 \leq r^2 = -2\sigma_{(i)}^2 \ln(\rho)$  时, 该节点激活或唤醒, 反之对其催眠.

## 3 控制器设计与稳定性分析

选取式 (5) 中的前馈补偿项  $u_a$  与鲁棒补偿项  $u_s$  为:

$$\begin{aligned} u_c &= u_a + u_s \\ u_a &= \frac{1}{\hat{g}(\mathbf{x})} (-\hat{f}(\mathbf{x}) + y_m^{(n)}) \\ u_s &= \frac{1}{\hat{g}(\mathbf{x})} (u_{s1} + u_{s2}), \quad u_{s1} = k_d s + \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i e_{i+1} \end{aligned} \quad (9)$$

其中  $\hat{f}(\mathbf{x})$  和  $\hat{g}(\mathbf{x})$  如式 (6) 和 (7) 所示,  $u_{s2}$  为模型逼近误差与外部扰动补偿项, 将随后确定. 系统控制器实现框图如图 1 所示.

在实际应用中, 我们假设网络权值  $\hat{\omega}_f$ ,  $\hat{\omega}_g$  限制在有界集合  $\Omega_f, \Omega_g$  中, 即

$$\begin{aligned} \Omega_f &= \{\hat{\omega}_f : \omega_{fi(\min)} \leq \hat{\omega}_{fi} \leq \omega_{fi(\max)}\} \\ \Omega_g &= \{\hat{\omega}_g : \omega_{gi(\min)} \leq \hat{\omega}_{gi} \leq \omega_{gi(\max)}\} \\ i &= 1, \dots, N \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $N$  是动态变化的,  $\omega_{fi(\min)}$ ,  $\omega_{fi(\max)}$  和  $\omega_{gi(\min)}$ ,  $\omega_{gi(\max)}$  分别为网络动态变化时, 不同权值  $\hat{\omega}_f$ ,  $\hat{\omega}_g$  分量的最小与最大值.

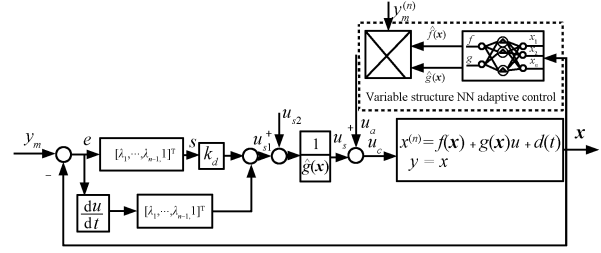


图 1 控制器实现框图

Fig. 1 The block diagram of controller realization

令

$$\begin{aligned} f &= \omega_f^{*T} \boldsymbol{\varphi} + \delta_f = \hat{\omega}_f^T \boldsymbol{\varphi} - \tilde{\omega}_f^T \boldsymbol{\varphi} + \delta_f \\ g &= \omega_g^{*T} \boldsymbol{\varphi} + \delta_g = \hat{\omega}_g^T \boldsymbol{\varphi} - \tilde{\omega}_g^T \boldsymbol{\varphi} + \delta_g \end{aligned} \quad (11)$$

其中  $\omega_f^*$ ,  $\omega_g^*$  为变结构神经网络变化权值的最优常值向量, 使得

$$\begin{aligned} \omega_f^* &= \arg \min_{\omega_f \in \Omega_f} \max_{\mathbf{x} \in \Omega_x} |\hat{f}(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x})| \\ \omega_g^* &= \arg \min_{\omega_g \in \Omega_g} \max_{\mathbf{x} \in \Omega_x} |\hat{g}(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x})| \end{aligned} \quad (12)$$

$\tilde{\omega}_f = \omega_f - \omega_f^*$ ,  $\tilde{\omega}_g = \omega_g - \omega_g^*$ ,  $\delta_f$ ,  $\delta_g$  为神经网络重构误差, 在网络动态变化过程中满足有界条件.

$u_{s2}$  的设计需要满足如下两个条件:

$$\begin{aligned} p1: & s(-\delta_f - \delta_g u_c - d(t) - u_{s2}) \leq \varepsilon, \quad \varepsilon > 0 \\ p2: & -s u_{s2} \leq 0 \end{aligned} \quad (13)$$

选择  $u_{s2} = \frac{h}{4\varepsilon} s$  可以满足条件  $p1, p2$ , 其中  $h \geq \|\delta_{f(\max)}\|^2 + \|\delta_{g(\max)} u_c\|^2 + \|d\|^2$ , 至此控制器设计完毕. 将式 (9) 代入式 (1) 中, 我们可以得到误差方程

$$\begin{aligned} e^{(n)} &= y_m^{(n)} - f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x})u_c - d(t) = \\ & y_m^{(n)} - f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x})u_c + \hat{g}(\mathbf{x})u_c - \hat{g}(\mathbf{x})u_c - d(t) = \\ & -k_d s - \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i e_{i+1} + \tilde{\omega}_f^T \boldsymbol{\varphi} + \tilde{\omega}_g^T \boldsymbol{\varphi} u_c - \\ & \delta_f - \delta_g u_c - d(t) - u_{s2} \end{aligned} \quad (14)$$

在神经网络自适应控制中, 由于  $\hat{g}(\mathbf{x})$  处于分母位置, 这很容易引起控制器奇异值问题<sup>[7, 20]</sup>, 为此, 我们采用不连续投影算子<sup>[17]</sup> 限制网络权值的自适应学习律, 保证  $\hat{g}(\mathbf{x})$  不趋向于零. 投影算子  $\text{Proj}(\bullet)$  具有如下属性

$$\text{Proj}_{\hat{\omega}}(\bullet) = \begin{cases} 0, & \text{若 } \hat{\omega}_i = \omega_{i(\min)} \text{ 且 } \bullet_i < 0 \\ 0, & \text{若 } \hat{\omega}_i = \omega_{i(\max)} \text{ 且 } \bullet_i > 0 \\ \bullet_i, & \text{否则} \end{cases} \quad (15)$$

且

$$\dot{\bullet}(\Gamma^{-1} \text{Proj}_{\bullet}(\Gamma \tau) - \tau) \leq 0, \quad \forall \tau \quad (16)$$

其中  $\Gamma > 0$  为参数自适应学习因子组成的对角阵.

**定理 1.** 考虑单输入单输出系统 (1), 选取式 (9) 的控制律, 其中  $u_{s2}$  满足条件 (13), 自适应学习律为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\omega}}_f &= \text{Proj}_{\hat{\omega}_f}(\eta \boldsymbol{\tau}_1), \quad \boldsymbol{\tau}_1 = -\frac{s \boldsymbol{\varphi}}{k_d} \\ \dot{\hat{\omega}}_g &= \text{Proj}_{\hat{\omega}_g}(\gamma \boldsymbol{\tau}_2), \quad \boldsymbol{\tau}_2 = -\frac{s \boldsymbol{\varphi} u_c}{k_d} \end{aligned} \quad (17)$$

其中  $\eta, \gamma > 0$  为学习因子, 则可以保证系统跟踪误差收敛到原点极小邻域内. 当外界扰动随时间趋向于零, 且神经网络完全逼近未知函数, 即重构误差为零时, 可以保证系统跟踪误差渐近收敛.

**证明.** 选取 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2k_d}s^2 + \frac{1}{2\eta}\tilde{\omega}_f^T\tilde{\omega}_f + \frac{1}{2\gamma}\tilde{\omega}_g^T\tilde{\omega}_g \quad (18)$$

对  $V$  进行求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{k_d}s\dot{s} + \frac{1}{\eta}\tilde{\omega}_f^T\dot{\tilde{\omega}}_f + \frac{1}{\gamma}\tilde{\omega}_g^T\dot{\tilde{\omega}}_g = \\ & \frac{1}{k_d}s(e^{(n)} + \lambda_{n-1}e_n + \dots + \lambda_2e_3 + \lambda_1e_2) + \\ & \frac{1}{\eta}\tilde{\omega}_f^T\dot{\tilde{\omega}}_f + \frac{1}{\gamma}\tilde{\omega}_g^T\dot{\tilde{\omega}}_g \end{aligned} \quad (19)$$

将式 (14) 代入式 (19), 则有

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -s^2 + \frac{1}{k_d}s[-\delta_f - \delta_g u_c - d(t) - u_{s2}] + \\ & \frac{1}{k_d}s(\tilde{\omega}_f^T\boldsymbol{\varphi} + \tilde{\omega}_g^T\boldsymbol{\varphi}u_c) + \frac{1}{\eta}\tilde{\omega}_f^T\dot{\tilde{\omega}}_f + \frac{1}{\gamma}\tilde{\omega}_g^T\dot{\tilde{\omega}}_g \end{aligned} \quad (20)$$

由式 (13)、(16)、(17) 可知

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -s^2 + \frac{1}{k_d}s[-\delta_f - \delta_g u_c - d(t) - u_{s2}] - \\ & \underbrace{\tilde{\omega}_f^T\boldsymbol{\tau}_1\tilde{\omega}_g^T\boldsymbol{\tau}_2 + \frac{1}{\eta}\tilde{\omega}_f^T\text{Proj}_{\tilde{\omega}_f}(\eta\boldsymbol{\tau}_1) + \frac{1}{\gamma}\tilde{\omega}_g^T\text{Proj}_{\tilde{\omega}_g}(\gamma\boldsymbol{\tau}_2)}_{\leq 0} \leq \\ & -s^2 + \frac{\varepsilon}{k_d} \end{aligned} \quad (21)$$

假设

$$V_r = \max\left(\frac{1}{2\eta}\max_{\omega_f^* \in \Omega_f}(\tilde{\omega}_f^T\tilde{\omega}_f)\right) + \max\left(\frac{1}{2\gamma}\max_{\omega_g^* \in \Omega_g}(\tilde{\omega}_g^T\tilde{\omega}_g)\right)$$

则  $\dot{V} \leq -2k_dV + 2k_dV_r + \varepsilon/k_d$ , 进而可以得到

$$V(t) \leq V(0)e^{-2k_d t} + \left(V_r + \frac{\varepsilon}{2k_d}\right)(1 - e^{-2k_d t}) \quad (22)$$

由式 (18) 可知

$$s^2 \leq 2k_dV(0)e^{-2k_d t} + \left(2k_dV_r + \frac{\varepsilon}{k_d}\right)(1 - e^{-2k_d t}) \quad (23)$$

由式 (23) 可知, 在  $t \rightarrow \infty$  时,  $|s| \rightarrow \sqrt{2k_dV_r + \varepsilon/k_d}$ , 我们可以通过设计自适应学习因子  $\eta, \gamma$ , 和鲁棒控制律  $u_{s2}$ , 调节  $2k_dV_r + \varepsilon/k_d$  的大小, 保证输出跟踪误差收敛到原点极小邻域内; 调节  $k_d$  可以调节收敛速度, 保证系统的瞬态性能. 在满足  $\lim_{t \rightarrow \infty} d(t) = 0$ , 且神经网络重构误差  $\delta_f = \delta_g = 0$  时,  $\dot{V} \leq -s^2 \leq 0$ , 此时跟踪误差渐近收敛.  $\square$

**定理 2.** 考虑单输入单输出系统 (1), 不考虑自适应律, 采用纯鲁棒控制, 即学习因子  $\eta = \gamma = 0$ , 如果选取形如式 (9) 的控制律, 使  $u_{s2}$  满足

$$p1: s(\tilde{\omega}_f^T\boldsymbol{\varphi} + \tilde{\omega}_g^T\boldsymbol{\varphi}u_c - \delta_f - \delta_g u_c - d(t) - u_{s2}) \leq \varepsilon'$$

$$\varepsilon' > 0$$

$$p2: -u_{s2}s \leq 0$$

则可以保证系统跟踪误差收敛到原点极小邻域内.

**证明.** 选择 Lyapunov 函数  $V = 1/(2k_d)s^2$ , 同样对  $V$  求导可以得到  $\dot{V} \leq -s^2 + \varepsilon'/k_d$ , 使得误差趋近原点的小邻域内, 即在  $t \rightarrow \infty$  时,  $|s| \rightarrow \sqrt{\varepsilon'/k_d}$ .  $\square$

**注 1.** 从定理 1、定理 2 的结果形式上看, 纯鲁棒控制的误差界似乎比采用了自适应律控制的更小, 然而我们应该注意到, 为了获得更小的误差界, 就需要有更高的增益, 使得此时定理 2 中的鲁棒项  $u_{s2}$  会变得很大, 甚至会导致在误差收敛初始阶段系统不稳定, 事实上  $\varepsilon' \gg \varepsilon$ . 另外, 定理 1 中的  $V_r$  取的是整个参数区间的最大值, 具有很大的保守性, 在实际应用中选择好自适应律,  $V_r$  会变得很小.

## 4 实验结果

在这一部分, 我们将上一节设计的控制器首先进行仿真验证, 然后将其应用到实际双轴转台伺服系统俯仰向的位置跟踪控制. 仿真分析与实验结果将充分说明该控制器的有效性.

### 4.1 仿真实例分析

采用如下二阶系统模型作为仿真对象

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + g(x_1, x_2)u + d \\ y = x_1 \end{cases} \quad (24)$$

其中  $f(x_1, x_2) = \frac{-263.769x_2 - 4e^{-\frac{x_2^2}{0.1}} \tanh(900x_2) - 6}{10 + 2\sin(x_1)}$ ,  $g(x_1, x_2) = \frac{14.231}{10 + 2\sin(x_1)}$ ,  $d = \text{rand}(1)$  为外部扰动,  $y$  为系统输出. 仿真时利用变结构神经网络在线逼近函数  $f(x_1, x_2), g(x_1, x_2)$ .

设参考输入  $y_m = \sin(t)$ , 变量  $s = \dot{e} + e$ , 其他参数分别选为  $k_d = 1, h = 4, \varepsilon = 0.001, \Omega_f = [-20, 20], \Omega_g = [1, 10]$ . 初值  $\tilde{\omega}_{fi} = 0, \tilde{\omega}_{gi} = 0.1, \mathbf{x}(0) = [0.5 \ 0]^T$ ; 所有节点高斯函数宽度假设为一常值  $\sigma = 0.3$ , 中心点分布在区域  $[-1.5 \ 1.5] \times [-3 \ 3]$  内, 如图 4 所示. 当  $\rho = 0.1$ , 激活半径  $r = \sqrt{-2\sigma^2 \ln \rho} = 0.6438$ . 仿真结果如图 2 ~ 4 所示:

图 2 表示采用 VSNNARC 方法的跟踪曲线; 图 3 中三条跟踪误差曲线, a 是采用 VSNNARC 的误差曲线, b 是采用固定结构神经网络自适应鲁棒控制 (Fixed structure neural network adaptive robust control, FSNNARC) 跟踪误差曲线, c 是取消自适应律后, 采用固定鲁棒控制 (Deterministic robust control, DRC) 的跟踪误差曲线. 图 4 选取了网络结构四个不同的状态, 表示在状态空间相平面内网络结构动态变化趋势. 图中实线表示状态相平面轨迹, 虚线圆表示当时的节点激活范围, 实点表示网络节点分布.

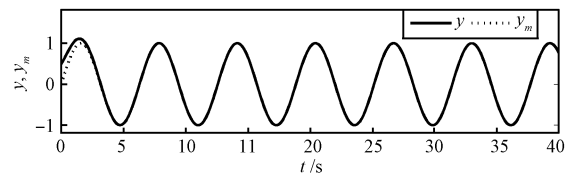


图 2 VSNNARC 控制下的位置跟踪曲线

Fig. 2 The position tracking trajectories under the VSNNARC

从图 2 和图 3 可以看出, 系统具有很好的跟踪效果. 而且从图 3 可以明显地看出, 本文提出的 VSNNARC 方法比 FSNNARC 和 DRC 方法具有更好的跟踪精度. 另外, 在采用 FSNNARC 方法时, 我们用了  $11 \times 21 = 231$  个节点, 而

采用 VSNNARC 方法时, 整个过程中最多只用到了 16 个节点, 明显减小了网络规模, 减轻了计算负担. 而且, 由于加入了鲁棒控制项, 使得系统具有很强的鲁棒性, 即使在没有自适应学习的情况下, 系统依然能表现出很好的跟踪性能.

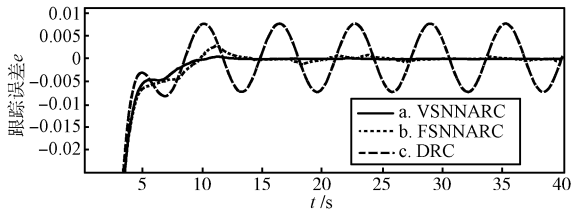


图 3 不同控制方法下的误差跟踪曲线

Fig. 3 The trajectories of error under different controllers

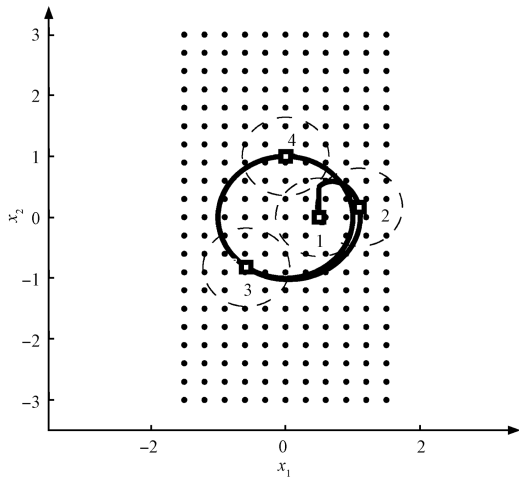


图 4 不同状态下的神经网络结构变化图

Fig. 4 The figure of NN structure in different states

### 4.2 实验验证

为了更进一步说明该控制器的有效性与实用性, 对其进行实验验证, 将该控制器应用到双轴伺服转台俯仰向的位置跟踪控制. 考虑双轴转台俯仰轴的位置控制中其负载力矩会随着位置的变化而周期性变化; 该轴采用直流力矩电机驱动, 忽略其电流动态且不考虑驱动器增益, 可以用如下一个二阶不确定非线性单输入单输出系统描述其数学模型

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\left[\frac{K_m K_e}{R(J + \Delta J)}\right] x_2 - \frac{f_{\text{friction}}(x_2)}{J + \Delta J} + \frac{K_m}{J + \Delta J} u + d(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (25)$$

其中  $x_1$  为俯仰轴位置量;  $x_2$  为速度;  $K_e, K_m$  分别为电机反电势常数和电机力矩系数;  $R$  为电机电枢电阻;  $J, \Delta J$  分别为转动惯量和与位置相关的连续扰动惯量;  $d$  为外部有界扰动.  $f_{\text{friction}}$  为系统摩擦力, 是一个非连续函数, 考虑到神经网络等函数逼近器只能很好地处理密集上的连续函数, 因此, 在此将非连续摩擦函数处理成一个连续函数与有界扰动的和, 即  $f_{\text{friction}} = f_f + \tilde{f}_f$ ,  $f_f$  为连续函数,  $\tilde{f}_f$  为有界扰动. 令  $f(\bar{x}) = -\frac{K_m K_e}{R(J + \Delta J)} x_2 - \frac{\tilde{f}_f(x_2)}{J + \Delta J}$ ,  $g(\bar{x}) = \frac{K_m}{J + \Delta J}$ ,  $D(\bar{x}, t) = d(t) - \frac{\tilde{f}_f(x_2)}{J + \Delta J}$ , 则实验对象模型满足问题描述中的二阶形式. 电机各参数都是未知的, 所以  $f(\mathbf{x}), g(\mathbf{x})$  都是未

知函数.  $D(\mathbf{x}, t)$  为有界扰动. 在实验过程中, 利用变结构神经网络逼近未知函数  $f$  和  $g$ . 采用 Target-xPC 技术, 直接在 Simulink 环境下进行控制器的设计, 利用其 RTW (Real-time workshop) 环境自动生成控制器代码. 实验中采样周期与测角板采样周期一致, 为 0.5 ms. 系统框图如图 5 所示.

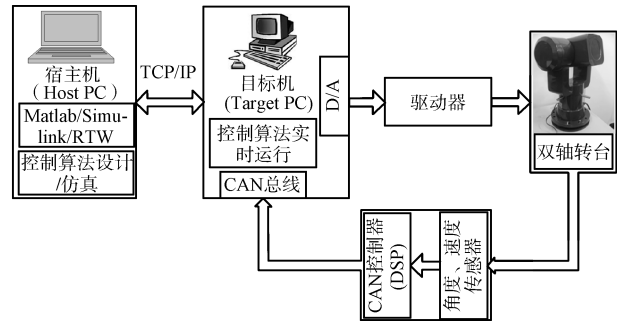


图 5 转台伺服系统结构图

Fig. 5 The structure of turntable servomechanism

实验中角度传感器采用圆感应同步器, 分辨率为  $0.0001^\circ$ . 整个实验流程如下: 在 Matlab/Simulink 环境下进行控制器的设计, 完成仿真分析后, 利用 RTW 模块直接将程序代码通过网线 (TCP/IP) 下载到目标机. 目标机运行 Matlab 实时内核, 装有一块 National Instruments 公司的 D/A 输出卡和一块 Softing 公司的 CAN 采集卡 (这两块板卡都支持 Matlab 环境开发). 传感器采集回来的数据通过 CAN 控制器 (实验中采用 DSP) 与目标机上的 CAN 卡通讯. 目标机实时运行设计好的控制程序, 计算出当前时刻控制量并通过 D/A 输出到电机驱动器, 然后驱动器带动转台俯仰轴运动. 宿主可以在控制过程完成后直接采集所需要的数据, 作为下一步调试的依据与结果分析. 实验过程中将采集回来的角度与速度值进行归一化处理, 保证神经网络的输入在所设计的中心点分布区域内.

选择参考输入为  $y_m = 10\sin(\pi t)$ , 即幅值为  $10^\circ$  的一个正弦曲线, 变量  $s = \dot{e} + 10e$ , 其他参数分别为  $k_d = 5$ ,  $h = 4$ ,  $\epsilon = 0.001$ ,  $\Omega_f = [-20, 20]$ ,  $\Omega_g = [1, 10]$ , 网络权值初值为  $\hat{\omega}_{fi} = 0$ ,  $\hat{\omega}_{gi} = 0.1$ , 所有节点高斯函数宽度假设为一常值  $\sigma = 0.3$ , 中心点分布在区域  $[-1.5 \ 1.5] \times [-3.0 \ 3.0]$  内,  $\rho = 0.1$ . 实验结果如图 6 和图 7 所示:

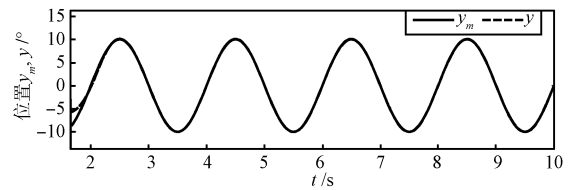


图 6 俯仰轴跟踪曲线

Fig. 6 The tracking trajectories of pithing axis

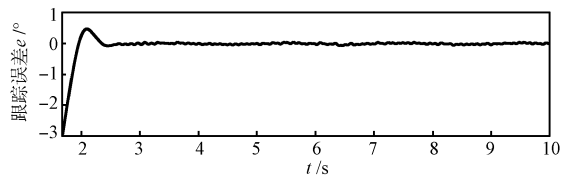


图 7 俯仰轴跟踪误差

Fig. 7 The tracking error of pithing axis



图 6 和图 7 显示, 该控制器可以使转台俯仰轴具备很好的跟踪精度 ( $\pm 0.05^\circ$ )。在实际实验对象存在未知的非线性函数和扰动的情况下, 该控制器同样表现出非常出色的鲁棒性。

## 5 结论

本文研究了一种变结构神经网络自适应鲁棒控制方法, 变结构神经网络逼近系统中的不确定非线性函数, 自适应鲁棒控制实现了神经网络权值的在线调整和网络重构误差及外部扰动的补偿。通过调节鲁棒控制项的增益可以保证系统跟踪误差收敛到原点任意小邻域内; 变结构神经网络减小了控制算法的计算量, 增强了实用性。理论与实验证明, 该控制器具有很强的鲁棒性与实用性。

## References

- Ren X M, Chen J. A modified neural network for dynamical system identification and control. In: Proceedings of the 14th World Congress of International Federation of Automatic Control. Beijing, China: IFAC, 1999. 463–468
- Spooner J T, Maggiore M, Ordonez R, Passino K M. *Stable Adaptive Control and Estimation for Nonlinear Systems*. New York: Wiley and Sons, 2002. 49–69
- Hayakawa T, Haddad W M, Hovakimyan N. Neural network adaptive control for a class of nonlinear uncertain dynamical systems with asymptotic stability guarantees. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2008, **19**(1): 80–89
- Chen J, Peng Z H, Cao L J, Gao T T. RBF neural network based human genome TSS identification. In: Proceedings of the 16th IFAC World Congress. Prague, Czech: IFAC, 2005. 13–14
- Cotter N E. The Stone-Weierstrass theorem and its application to neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1990, **1**(4): 290–295
- Wang D, Huang J. Neural network-based adaptive dynamic surface control for a class of uncertain nonlinear systems in strict-feedback form. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2005, **16**(1): 195–202
- Li Y H, Qiang S, Zhuang X Y, Kaynak O. Robust and adaptive backstepping control for nonlinear systems using RBF neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2004, **15**(3): 693–701
- Lian J, Lee Y, Sudhoff S D, Zak S H. Variable structure neural network based direct adaptive robust control of uncertain systems. In: Proceedings of American Control Conference. Seattle, USA: IEEE, 2008. 3402–3407
- Lee Y, Hui S, Zivi E, Zak S H. Variable neural adaptive robust controllers for uncertain systems. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2008, **22**(8): 721–738
- Lian J, Lee Y, Sudhoff S D, Zak S H. Self-organizing radial basis function network for real-time approximation of continuous-time dynamical systems. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2008, **19**(3): 460–474
- Platt J. A resource-allocating network for function interpolation. *Neural Computing*, 1991, **3**(2): 213–225
- Fabri S, Kadiramanathan V. Dynamic structure neural networks for stable adaptive control of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1996, **7**(5): 1151–1167
- Salashoor K, Kamalabady A S. On-line multivariable identification by adaptive RBF neural networks based on UKF learning algorithm. In: Proceedings of Chinese Control and Decision Conference. Yantai, China: IEEE, 2008. 4754–4759
- Yau H T, Yan J J. Adaptive sliding mode control of a high-precision ball-screw-driven state. *Nonlinear Analysis: Real World Application*, 2009, **10**(3): 1480–1489
- Layeghi H, Arjmand M T, Salarieh H, Alasty A. Stabilizing periodic orbits of chaotic systems using fuzzy adaptive sliding mode control. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2008, **37**(4): 1125–1135
- Wu T Z, Juang Y T. Adaptive fuzzy sliding-mode controller of uncertain nonlinear systems. *ISA Transactions*, 2008, **47**(3): 279–285
- Gong J Q, Yao B. Neural network adaptive robust control of nonlinear systems in semi-strict feedback form. *Automatica*, 2001, **37**(8): 1149–1160
- Yao B. High performance adaptive robust control of nonlinear system: a general framework and new schemes. In: Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control. San Diego, USA: IEEE, 1997. 2489–2494
- Xu L, Yao B. Output feedback adaptive robust precision motion control of linear motors. *Automatica*, 2001, **37**(7): 1029–1039
- Ge S S, Wang C. Direct adaptive NN control of a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2002, **13**(1): 214–221

陈杰 教授。主要研究方向为非线性系统鲁棒自适应控制、智能控制、复杂系统多目标优化与决策。E-mail: chenjie@bit.edu.cn  
(CHEN Jie Professor. His research interest covers adaptive robust control of nonlinear systems, intelligent control, complex systems, and multi-object optimization and decision.)

李志平 北京理工大学模式识别与智能系统专业博士研究生。主要研究方向为不确定非线性系统自适应鲁棒控制、神经网络自适应控制、伺服系统控制。本文通信作者。E-mail: dynebit@yahoo.com.cn  
(LI Zhi-Ping Ph. D. candidate in pattern recognition and intelligent systems at Beijing Institute of Technology. His research interest covers adaptive robust control of uncertain nonlinear systems, neural networks adaptive, and servomechanism control. Corresponding author of this paper.)

张国柱 北京理工大学模式识别与智能系统专业博士研究生。主要研究方向为自适应鲁棒控制、伺服系统控制、多模型控制。E-mail: zhangguozhu@bit.edu.cn  
(ZHANG Guo-Zhu Ph. D. candidate in pattern recognition and intelligent systems at Beijing Institute of Technology. His research interest covers adaptive robust control, servomechanism control, and multi-mode control.)