

文章编号: 1007-4627(2004)04-0343-03

相互作用玻色子模型中振转过渡区的特征研究*

潘 峰^{1,2}, J. P. Draayer²

(1 辽宁师范大学物理系, 辽宁 大连 116209;

2 Department of Physics and Astronomy, Louisiana State University, Baton Rouge, LA 70803, USA)

摘 要: 详细研究了相互作用玻色子模型中 $U(5)$ 振动极限到 $SU(3)$ 转动极限的相变行为. 通过对能谱和 E2 跃迁强度等的分析, 说明了在临界点的核具有最大的非刚性.

关键词: 过渡区; 相变; 临界点

中图分类号: O571.21+1 **文献标识码:** A

对有限多体系统的形状相变分析是了解其动力学过程的重要手段之一. 具有三种动力学对称性极限的相互作用玻色子模型为相变分析提供了简明的例子^[1-3], 其整个相变区可用 Casten 三角形来形象地表述^[4]. 对稀土区核素的 $U(5) \leftrightarrow SU(3)$ 相变描述最早在文献 [5] 中报导过. 特别是对 ^{152}Sm 核在低能区的分析显示了其在临界点附近的很小参数区存在两相共存现象^[6]. 由于近来在这一区域发现了 $X(5)$ 对称性^[7], 从球形到轴形变的相变又进一步引起了人们的广泛兴趣^[8-9].

为了更清楚地了解 $U(5) \leftrightarrow SU(3)$ 形状相变, 我们研究了低能区的能谱和 E2 跃迁强度等物理量在整个过渡区变化行为. 在该区域的哈密顿量一般简单地取为

$$\hat{H} = -c \left(x \hat{n}_s + \frac{(1-x)}{f(N)} \hat{Q} \cdot \hat{Q} \right), \quad (1)$$

其中参数 $c > 0$, 而 $0 \leq x \leq 1$ 称为相参数, $f(N)$ 可以是系统玻色子总数 N 的线性函数, $\hat{n}_s = s^\dagger s$ 是 s 玻色子数, $\hat{Q} = (s^\dagger \tilde{d} + d^\dagger \tilde{s}) - \frac{\sqrt{7}}{2} (d^\dagger \tilde{d})^{(2)}$ 为四极算符. 在文献 [6] 中取 $f(N) = 1$, 而在文献 [7] 和 [10] 中使用了 $f(N) = 4N$. 分析显示, 当选择 $f(N)$ 的不同函数形式时, 临界点 x 的值将是完全不同的.

为了对角化哈氏量 (1) 式, 其本征波函数可用 $U(6) \supset SU(3) \supset SO(3)$ 的完备集 $|N(\lambda\mu)KL\rangle$ 展开

为

$$|NL_\xi\rangle = \sum_{(\lambda\mu)K} C_{(\lambda\mu)K}^{\xi} |N(\lambda\mu)KL\rangle, \quad (2)$$

其中 ξ 标记了角动量 L 一定时的第 ξ 个激发态, $C_{(\lambda\mu)K}^{\xi}$ 是展开系数. 由于系统的总玻色子数是固定的, 在下面 (2) 式的结果简记为 $|L_\xi; x\rangle$, 其中 x 为相应的相变参数. 在计算中, 我们使用了文献 [11, 12] 中关于 $SU(3) \supset SO(3)$ 基中量子数 K 的正交化. 使用 s 玻色子产生算符在 $U(6) \supset SU(3)$ 基下约化矩阵元的解析表达式^[11], 以及 $SU(3) \supset SO(3)$ Wigner 系数的计算程序^[12, 13], 可同时得到 (1) 式的本征值和相应的展开系数 $\{C_{(\lambda\mu)K}^{\xi}\}$.

为了研究相变特征, 将总玻色子数取为 $N = 10$, 而允许相变参数 x 在闭区间 $[0, 1]$ 中变化. 函数 $f(N)$ 与文献 [7] 的一致, $f(N) = 4N$. 低激发态能级随参数 x 的变化情况见图 1. 从图 1 可发现, 在 $x \approx 0.41 - 0.46$ 区域激发能具有最小值. 这个区域就是球形-轴形变两相共存区; 并且对于不同的能级最小值点是不同的, 但都在这一共存区中.

E2 算符简单地取为

$$T(E2) = q_2 \hat{Q}, \quad (3)$$

其中 q_2 是有效电荷. 我们计算了一些低激发态之间的 $B(E2)$ 值随相变参数的变化情况. 结果显示, 某些 $B(E2)$ 值对形状相变是非常敏感的. 图 2 提供了

收稿日期: 2004 - 08 - 16

* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10175031); 辽宁省教育厅科研基金资助项目 (202122024); 辽宁省拔尖人才计划资助项目 (200310)

作者简介: 潘 峰 (1960-), 男 (汉族), 广东中山人, 教授, 从事核物理与量子多体理论的研究和教学工作;
E-mail: daipan@dlut.edu.cn

6 种 $B(E2)$ 的比值, 即 $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_g^+)/B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$, $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_g^+)$, $B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_2^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_g^+)$, $B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_1^+)/B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_2^+)$, $B(E2; 2_3^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_g^+)$ 和 $B(E2; 3_1^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 3_1^+ \rightarrow 4_1^+)$. 所有这些比值在两相共存区都有明显的变化, 特别是当 $x \approx 0.38$ 时, $B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_1^+)/B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_2^+)$ 有一个巨峰, 这是由于在该点 $B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_2^+)$ 接近为零而造成的.

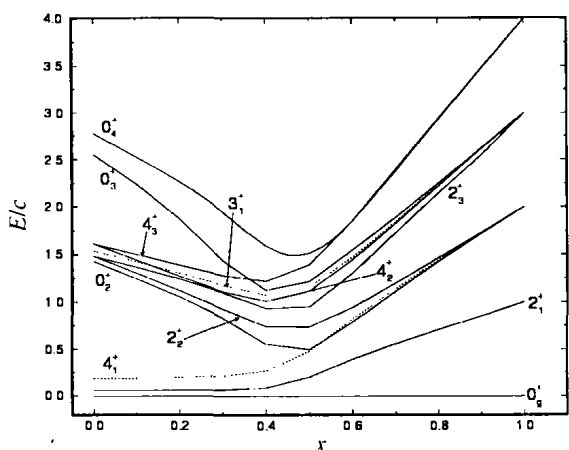


图 1 过渡区低激发能级随相变参数 x 的变化规律

为了研究原子核在相变点附近的形状, 我们使用了 Bohr 变量 (β, γ) 与 $SU(3)$ 量子数之间的对应关系^[14]. 在代数方法中, Bohr 变量 β 可表示为 $SU(3)$ Casimir 算符的函数

$$\beta = \beta_0 \sqrt{C_2(SU(3)) + 3}, \quad (4)$$

其中 $\beta_0 = \sqrt{4\pi/5} Ar_0^2$, A 是价核子数, r_0^2 是与均方半径有关的无量纲参数^[14]. 用弧度度量的变量 γ 也可表示为 $SU(3)$ 的二阶和三阶 Casimir 算符的函数, 即

$$\hat{\gamma} = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}(\hat{\mu} + 1)}{2\hat{\lambda} + \mu + 3} \right). \quad (5)$$

在 (5) 式中, $\hat{\lambda}$ 和 $\hat{\mu}$ 是相应变量的算符形式. 利用 (4) 和 (5) 式, 我们计算了基态平均值 $\bar{\beta} = \langle 0_g^+; x | \beta | 0_g^+; x \rangle$ 和 $\bar{\gamma} = \langle 0_g^+; x | \hat{\gamma} | 0_g^+; x \rangle$ 以及相应的均方根偏差:

$$\begin{aligned} \pm \Delta(\beta) &= \pm \sqrt{\langle 0_g^+; x | (\beta - \bar{\beta})^2 | 0_g^+; x \rangle}, \\ \pm \Delta(\gamma) &= \pm \sqrt{\langle 0_g^+; x | (\hat{\gamma} - \bar{\gamma})^2 | 0_g^+; x \rangle}. \end{aligned} \quad (6)$$

其结果见图 2. 该结果显示了形状的不确定性随相变参数 x 的变化关系. 显然, 处于转动极限 ($x=0$)

时, $\Delta(\beta)$ 和 $\Delta(\gamma)$ 都是零, 说明在转动极限原子核具有确定的形状, 而当 $x \neq 0$ 时, 核的形状将逐渐变得不确定. 由于处于振动极限 ($x=1$) 时原子核存在四极振动, 所以 $\Delta(\beta)$ 和 $\Delta(\gamma)$ 都不是可忽略的小量. 通过图 3 可清楚地看到, 当处于临界点 $x \approx 0.46$ 附近时, $\bar{\beta}$ 和 $\bar{\gamma}$ 具有明显的变化. 总地说来, 在整个区域, $\bar{\gamma}$ 的变化都是很小的. 当 $x \approx 0.5$ 时, $\Delta(\beta)$ 达到极大值. 虽然这时略偏离临界点 $x = 0.46$, 但仍然靠近相变区. 这一结果说明, 在该点的原子核的形状极易发生改变, 所以说, 在相变区附近的核是最软的. 这一事实能够帮助我们理解为什么激发能级在临界点附近存在鞍点. 其原因是在该区域的原子核都相对较软, 只需较小的能量就能够改变其形状, 因此在该区域的原子核就容易被激

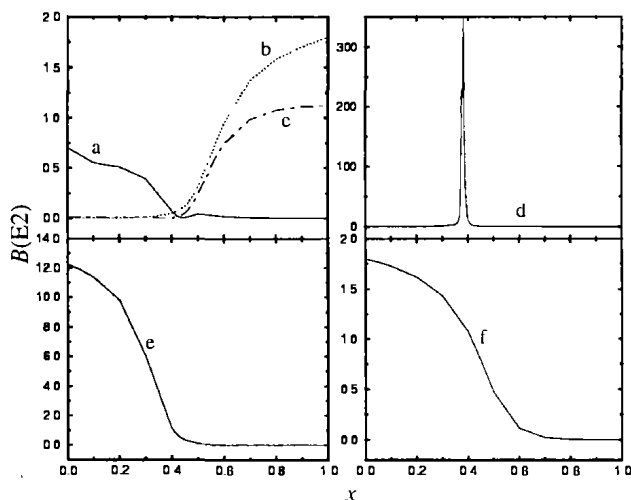


图 2 某些 $B(E2)$ 比值随相变参数 x 的变化规律

a 表示 $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_g^+)/B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$, b 表示 $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_g^+)$, c 表示 $B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_2^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_g^+)$, d 表示 $B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_1^+)/B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_2^+)$, e 表示 $B(E2; 2_3^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_g^+)$, f 表示 $B(E2; 3_1^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 3_1^+ \rightarrow 4_1^+)$.

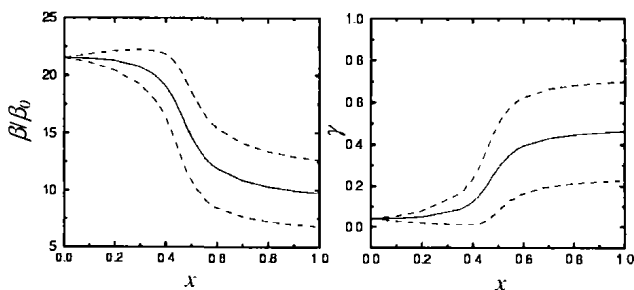


图 3 基态 Bohr 变量 $\bar{\beta}/\beta_0$, $\bar{\gamma}$ 的期望值和相应的均方根偏差 — 表示期望值 $\bar{\beta}/\beta_0$ 或 $\bar{\gamma}$, ... 表示相应的均方根偏差 $\pm \Delta(\beta)/\beta_0$ 或 $\pm \Delta(\gamma)$.

发,从而导致了在该软的临界区能隙变小. 该分析也对应地说明了具有 $X(5)$ 对称性的原子核的形状

极易改变,所以说是非刚性最大的原子核,详细结果见文献[15].

参 考 文 献:

- [1] Arima A, Iachello F. *Ann Phys (NY)*, 1976, **99**: 253.
 [2] Arima A, Iachello F. *Ann Phys (NY)*, 1978, **111**: 201.
 [3] Arima A, Iachello F. *Ann Phys (NY)*, 1979, **123**: 468.
 [4] Casten R F. *Interacting Bose-Fermi System*. New York, Plenum, 1981.
 [5] Scholten O, Iachello F, Arima A, *et al.* *Ann Phys (NY)*, 1978, **115**: 325.
 [6] Iachello F, Zamfir N V, Casten R F, *et al.* *Phys Rev Lett*, 1998, **81**: 1 191.
 [7] Iachello F. *Phys Rev Lett*, 2001, **87**: 052502.
 [8] Zamfir V N, Von Brentano P, Casten R F, *et al.* *Phys Rev*, 2002, **C66**: 021304(R).
 [9] Garcia-Ramos J E, Arias J M, Barea J, *et al.* *arXiv: nucl-th/0304008*.
 [10] Werner V, Von Brentano P, Casten R F, *et al.* *Phys Lett*, 2002, **B527**: 55.
 [11] Rosensteel G. *Phys Rev*, 1990, **C41**: 730.
 [12] Draayer J P, Akiyama Y. *J Math Phys*, 1973, **14**: 1 904.
 [13] Akiyama Y, Draayer J P. *Comput Phys Commun*, 1973, **5**: 405.
 [14] Castaños O, Draayer J P, Leschbor Y, *et al.* *Z Phys*, 1988, **A329**: 33.
 [15] Pan F, Draayer J P, Luo Yanan. *Phys Lett*, 2003, **B576**: 297.

Rotation-vibration Transitional Patterns in Interacting Boson Model*

PAN Feng^{1, 2}, J. P. Draayer²

(1 *Department of Physics, Liaoning Normal University, Dalian 116209, China;*

2 *Department of Physics and Astronomy, Louisiana State University, Baton Rouge, LA 70803, USA*)

Abstract: Transitional patterns from the $U(5)$ vibrational limit to the $SU(3)$ rotational limit in the interacting Boson model are studied in detail. The transitional behavior of low-lying energy levels, isomer shifts, $E2$ transition rates, and some other related quantities across the entire region are investigated. The results show that nuclei in the critical region are most non-rigid.

Key words: transitional region; phase transition; critical point

* **Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (10175031); Education Department of Liaoning Province (202122024); Top-talent Project of Liaoning Province(200310)