

文章编号: 1007-4627(2004)01-0001-05

## 晕核的标度定律\*

刘祖华<sup>1,2</sup>, 张锡珍<sup>2</sup>, 张焕乔<sup>2</sup>

(1 兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心, 甘肃 兰州 730000;

2 中国原子能科学研究院, 北京 102413)

**摘要:** 利用重叠函数的渐近归一化常数(ANC)计算了一系列核的价核子处于核外的几率及价核子密度分布的均方根半径 $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ . 由于实验上抽取的核 ANC 近似与模型参数无关, 因此由核 ANC 计算的核外几率和均方根半径是考察晕核的可靠且有效的观察量. 依价核子处于核外的几率大于 50% 为条件, 证实了一些核为晕核, 且给出了比较宽松的晕核出现的条件. 此外, 还用  $\langle r^2 \rangle / R^2 \geq 1.5$  及  $\langle r^2 \rangle^{1/2} / r_c \geq 2.0$  为判据考察了一系列晕核候选者. 最后, 利用  $r^2$  算符在有限方势阱中的预期值给出了晕核的标度定律.

**关键词:** 晕核; 核外几率; 均方根半径; 标度定律

**中图分类号:** O571.5      **文献标识码:** A

### 1 引言

自从证实原子核由中子和质子构成后, 就有人猜测, 在核表面中子密度分布可能与质子密度分布不同, 即可能存在中子皮. 1985 年, Tanihata 等<sup>[1]</sup> 在美国伯克利国家实验室(LBNL)发现双中子晕核<sup>11</sup>Li, 即以<sup>9</sup>Li 为核芯, 二价中子的密度分布非常弥散, 其伸展范围可与<sup>208</sup>Pb 的大小相比拟.

晕核的发现, 而由于它的奇特性质而引起了广泛关注, 从实验和理论两方面进行了大量的研究. 实验上利用相互作用截面( $\sigma_i$ )、质子弹性散射、反应截面( $\sigma_r$ )、电四极矩和破裂余核动量分布等方法探索晕核. 至今发现了单中子晕核<sup>11</sup>Be<sup>[2]</sup>、双中子晕核<sup>6</sup>He<sup>[3]</sup>与<sup>11</sup>Li<sup>[4]</sup>、质子晕核(皮)核<sup>8</sup>B<sup>[5]</sup>与<sup>26, 27</sup>P<sup>[6]</sup>、激发态中子晕核<sup>12</sup>B 与<sup>13, 14</sup>C<sup>[7, 8]</sup>和激发态质子晕核<sup>17</sup>F<sup>[9]</sup>与<sup>21</sup>Na<sup>[10]</sup>等. 此外, 还对晕核出现的条件及其规律作了深入的探讨.

最近的研究表明, 传统的表面转移反应是探索晕核的有效工具. 从表面转移反应角分布可抽取价核子束缚态波函数的渐近归一化常数(ANC). 本文利用实验上抽取的核 ANC, 计算价核子处于核外的几率, 价核子密度分布的均方根(rms)半径 $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ , 并用 3 种标准对现有的一系列晕核的候

者作系统考察, 给出晕核出现的条件及规律, 即标度定律.

### 2 价核子处于核外的几率

首先, 我们定义核势接近消失时的核势半径为  $R$ . 核势半径可从实验测定的核芯核半径  $r_c$  得到,  $R^2 = (5/3)(\langle r_c^2 \rangle + 4) \text{ fm}^2$ <sup>[11]</sup>. 当  $r > R$  时为核外, 则价核子处于核外的几率为

$$P(R, r_0, a) = \frac{\int_R^\infty r^2 \phi_{nj}^2(r) dr}{\int_0^\infty r^2 \phi_{nj}^2(r) dr}, \quad (1)$$

其中  $\phi_{nj}(r)$  为处于量子数为  $(nlj)$  束缚态的归一化径向单粒子波函数,  $r_0$  和  $a$  为 Woods-Saxon(W.S.) 势的半径和弥散参数. 由(1)式计算的几率为理论值, 是  $R, r_0$  和  $a$  的函数. 在渐近区域, 即  $r > R$  时, 单粒子波函数可写成

$$\phi_{nj}(r) \approx b_{ij} \frac{W_{-\eta, l+1/2}(2kr)}{r}, \quad (2)$$

其中  $W_{-\eta, l+1/2}(2kr)$  是 Whittaker 函数,  $k =$

收稿日期: 2003 - 10 - 14; 修改日期: 2003 - 12 - 29

\* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10075077, 10105016, 10275092); 国家重点基础研究发展规划资助项目(G2000077406)

作者简介: 刘祖华(1940-), 男(汉族), 浙江舟山人, 研究员, 从事核裂变、放射性核束实验及晕核性质的研究.

$\sqrt{2\mu S_p/\eta^2}$  为波数,  $\mu$ ,  $S_p$  和  $\eta$  分别为系统 ( $A_c + P$ ) 的约化质量、价核子分离能和库仑参数,  $A_c$  和  $P$  代表核芯核和价核子,  $b_{ij}$  为单粒子波函数的渐近归一化常数 (ANC). 单粒子 ANC 定义了单粒子波函数在渐近区域的幅度. 在设定的核势及核势参数下,  $b_{ij}$  可用 (2) 式计算. 从转移反应角分布可抽取单粒子 (SP) 谱因子  $S_{ij}^{(SP)}$ . 由  $b_{ij}$  和  $S_{ij}^{(SP)}$  可得到核 ANC,

$$C_{A_c \mu j}^A = b_{ij} [S_{ij}^{(SP)}]^{1/2}, \quad (3)$$

$C_{A_c \mu j}^A$  定义了核重叠积分在两体 ( $A_c + P$ ) 道的投影在渐近区域  $r > R$  的幅度, 即

$$I_{A_c \mu j}^A(r) \cong C_{A_c \mu j}^A \frac{W_{-\eta, l+1/2}(2kr)}{r}. \quad (4)$$

研究<sup>[5, 7]</sup>表明, 虽则  $b_{ij}$  和  $S_{ij}^{(SP)}$  与核势的参数  $r_0$  和  $a$  有关, 但它们的乘积  $C_{A_c \mu j}^A$  近似与势阱参数无关, 从而保证了由核 ANC 计算的价核子在核外的几率和均方根半径  $\langle r^2 \rangle^{1/2}$  的可靠性.

方程 (3) 对理论计算的单粒子波函数  $\phi_{\mu j}(r)$  设立了限制条件. 当  $C_{A_c \mu j}^A$  和  $S_{ij}^{(SP)}$  已知时, 单粒子波函数的渐近幅度  $b_{ij}$  由方程 (3) 确定. 然而  $r_0$  和  $a$ , 进而单粒子波函数  $\phi_{\mu j}(r)$  并没有唯一确定. 我们由

$$\chi_p^2 = \sum_{r_i=R_n}^{40 \text{ fm}} \left( [S_{ij}^{(SP)}]^{1/2} \phi_{\mu j}(r) - C_{A_c \mu j}^A \frac{W_{-\eta, l+1/2}(2kr_i)}{r_i} \right)^2 \quad (5)$$

趋向极小来寻找势参数  $r_0$  和  $a$ . 这是因为当  $\chi_p^2$  趋向极小时,  $\phi_{\mu j}(r)$  具有方程 (2) 和 (3) 所定义的渐近行为. 在  $\chi_p^2$  计算中,  $a$  取 0.5—0.7 fm 范围, 对每一个  $a$  值, 以很小的步长变化  $r_0$  直至  $\chi_p^2$  达到极小值, 同时对每一对  $(r_0, a)$  按方程 (1) 计算价核子处于核外的几率. 图 1 给出  $\chi_p^2$  随  $^{13}\text{C}$  的  $2s$  激发态价中子在核外几率  $P_{\text{out}}$  的变化, 对每个  $a$  值, 计算结果用线相连, 以便于观看. 由图可见,  $\chi_p^2$  随  $P_{\text{out}}$  的变化非常陡, 且其极小值集中于一很小范围之中. 平均几率可按下式计算:

$$P_{\text{out}} = \sum_i W_i P(R, r_{0i}, a_i), \quad (6)$$

其中权重

$$W_i = \frac{[\chi_p^2(r_{0i}, a_i)]^{-1}}{\sum_i [\chi_p^2(r_{0i}, a_i)]^{-1}}, \quad (7)$$

求和对极小点进行. 利用上述方法, 计算了一系列

核的价核子在核外的几率, 结果如图 2 所示. 此外, 我们用单粒子模型计算了价核子在核外的几率. 计算中用了 WS 势,  $r_0 = 1.27 \text{ fm}$ ,  $a = 0.67 \text{ fm}$ ,  $U_0 = [50 - 32(N - Z)/A]$ . 图 2 中的实线和虚线分别是对  $N = Z$  和  $(n - Z)/A = 1/3$  核的计算结果.

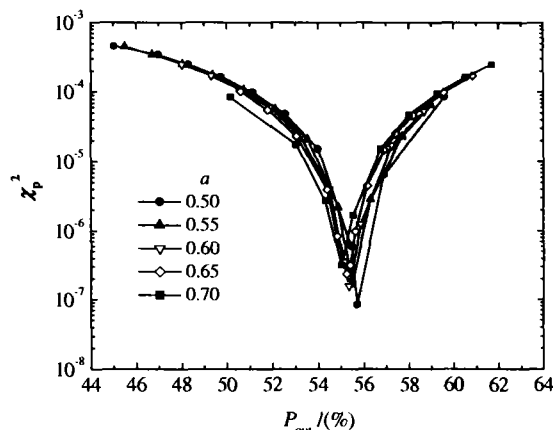


图 1  $\chi_p^2$  随  $^{13}\text{C}$  中处于  $2s$  激发态的价核子在核外几率的变化

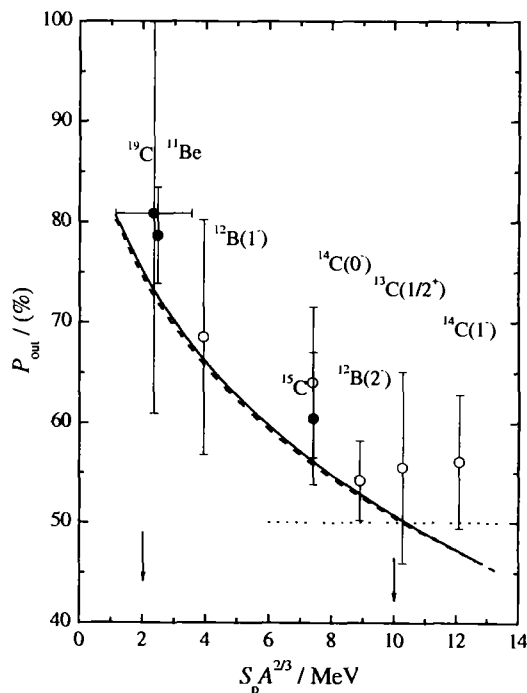


图 2 价核子处于核外的几率随  $S_p A^{2/3}$  的变化

●和○分别代表处于基态和激发态的晕核的实验值, 一和--为  $N = Z$  和  $(N - Z)/A = 1/3$  核的单粒子模型预言, 两个箭头分别代表方程 (11) 和 (12) 的晕核形成条件.

### 3 晕核的判据和晕形成条件

关于晕核的定义和形成条件, 有不少讨

论<sup>[11, 12]</sup>, 说法不一. 晕核的基本特征是价核子或核子集团结合松散, 密度分布在核表面非常弥散, 伸展到核外很远处, 因而出现在核外的几率很大, 例如 50% 以上的几率在核外. 由于这一基本特征, 所以其均方根半径大、相互作用和反应截面增大及破裂余核的动量分布窄等与稳定核不同的现象出现. 下面我们利用 3 种可操作的标准考察晕核.

(1) 核外几率

如上所述, 核外几率可从实验上提取, 因此是考察晕核的一个较直接的观察量. 至于核外几率多少为判断晕核的标准, 有些任意性, 但 50% 还是一个较合适的界限. 由价核子处于核外的几率大于 50% 判断, 图 2 所示的所有核都具有晕结构.

(2)  $\langle r^2 \rangle / R^2$

Riisager 等<sup>[11, 12]</sup> 提出  $\langle r^2 \rangle / R^2 \geq 2$  作为晕核的判据. 其中  $\langle r^2 \rangle$  是价核子密度分布的均方半径,  $R$  是核势半径. 最近刘祖华等<sup>[13]</sup> 从价核子处于核外 ( $r > R$ ) 几率大于 50% 出发, 得到晕核出现的条件为

$$\begin{aligned} \langle r^2 \rangle / R^2 &\geq 1.5, && \text{对 } 2s \text{ 态} && (8) \\ \langle r^2 \rangle / R^2 &\geq 1.9, && \text{对 } 1p \text{ 态} && (9) \end{aligned}$$

图 3 给出处于 2s 态的核的  $\langle r^2 \rangle / R^2$  的实验结果. 由图可见, 除  $^{12}\text{B}(2^-)$ , 1.674 MeV 外, 其它均为晕核或晕态.

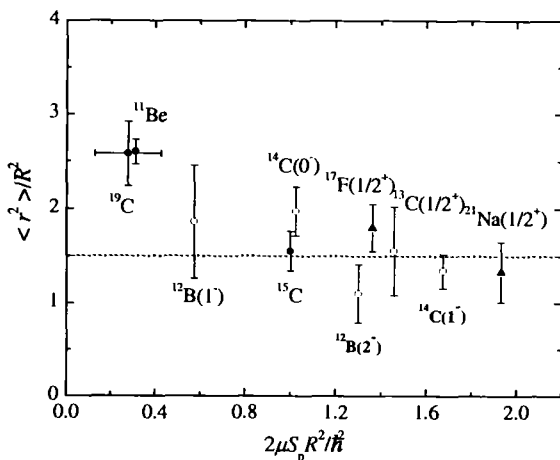


图 3 处于 2s 态的价核子密度分布的均方半径与势阱半径之比  $\langle r^2 \rangle / R^2$  随  $2\mu S_p R^2 / \hbar^2$  的变化

● 为价中子处于基态的核, ○ 是价中子处于 2s 激发态的核, ▲ 是价质子处于 2s 激发态的核, --- 代表  $\langle r^2 \rangle / R^2 = 1.5$ .

(3)  $\langle r^2 \rangle^{1/2} / r_c$

Riisager<sup>[11]</sup> 建议

$$\langle r^2 \rangle^{1/2} / r_c \geq 2 \quad (10)$$

作为晕核的判据. 其中  $r_c$  为核芯核的均根半径, 实验结果如图 4 所示. 图中的方块为双价中子核, 其余符号与图 3 同. 由图可见, 除  $^{12}\text{B}(2^-)$ , 1.674 MeV 可能不是晕态外, 其它都是晕核.

根据以上讨论, 上述 3 个判据得出的关于晕核的结论基本一致. 关于晕核出现的条件, 基本上有 3 条, 即 1) 价核子弱束缚, 分离能  $S_p$  很小; 2) 轨道角动量  $l \leq 1$ ; 3) 库仑势压制晕核的形成, 因此质子晕核出现比中子晕核困难. Riisager 等<sup>[12]</sup> 提出,

$$S_p A^{2/3} \leq 2 \text{ MeV}, \quad \text{对 } s \text{ 态和 } p \text{ 态} \quad (11)$$

我们根据价核子处于核外的几率大于 50%, 从图 2 的实验结果得到

$$S_p A^{2/3} \leq 10 \text{ MeV}. \quad (12)$$

条件(11)和(12)分别在图 2 中用箭头表示. 我们得出的关于价核子分离能的晕核形成条件比 Riisager 等人提出的条件宽松 5 倍.

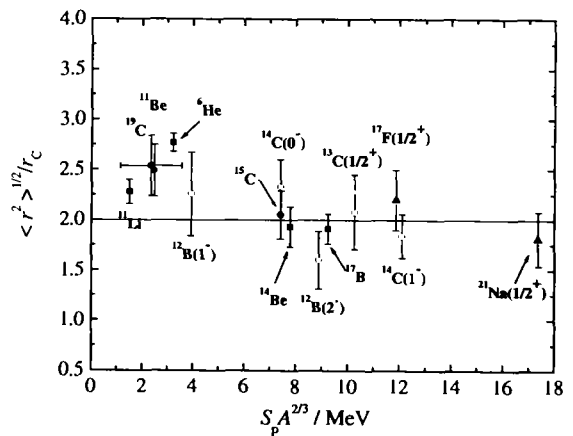


图 4  $\langle r^2 \rangle^{1/2} / r_c$  随  $S_p A^{2/3}$  的变化

●, ○, ▲ 和 ■ 分别代表处于基态中子晕、处于激发态中子晕、处于激发态质子晕和双中子晕核, — 为  $\langle r^2 \rangle^{1/2} / r_c = 2.0$ .

### 4 晕核的标度定律

利用实验上抽取的核 ANC, 我们可以计算价核子的密度分布的均方根半径. 它可以分成核内和渐近区域两部分<sup>[10, 12]</sup>:

$$\langle r^2 \rangle^{1/2} = [S_i^{(SP)}] \int_0^R r^4 \phi_{n_j}^2(r) dr +$$

$$(C_{A_c, \mu j}^A)^2 \int_R^\infty r^2 W_{-\eta, l+1/2}^2(2kr) dr]^{1/2}. \quad (13)$$

我们计算的结果如图 5 所示.

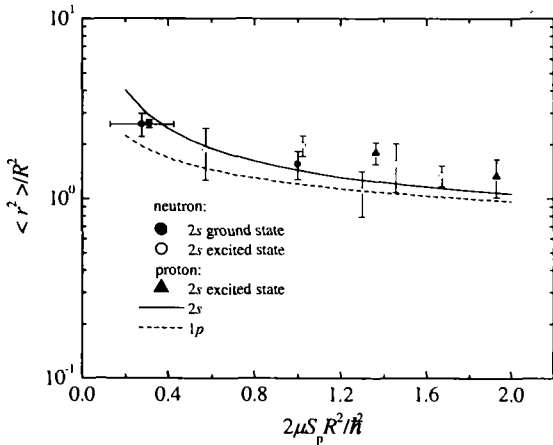


图 5 方程(14)和(15)所代表的晕核标度定律与实验结果的比较

—和---分别代表方程(14)和(15)的预言值.

Hamamoto 和 Zhang<sup>[14]</sup> 在方势阱下推导了  $r^2$  算符的预期值. 在我们感兴趣的  $\chi^2 < 2$  范围内, 忽略他们给出的分析表达式中含  $\xi_0^2$  项后, 我们得到下面有关晕核均方根半径的标度定律:

$$\frac{\langle r^2 \rangle}{R^2} = \frac{1}{\chi+1} \left[ \left(1 - \frac{\chi^2}{\xi_0^2}\right) \left(1 + \frac{1}{\chi} + \frac{1}{2\chi^2}\right) + \chi \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2\xi_0^2} + \frac{\chi}{\chi_0^2}\right) \right], \quad l = 0 \quad (14)$$

参 考 文 献:

[1] Tanihata I, Hamagaki H, Hashimoto O, *et al.* Measurements of Interaction Cross Sections and Nuclear Radii in Light p-shell Region[J]. Phys Rev Lett, 1985, **55**: 2 676.  
 [2] Ozawa A, Bochkarev O, Chulkov L, *et al.* Measurements of Interaction Cross Sections for Light Neutron-rich Nuclei at Relativistic Energies and Determination of Effective Matter Radii[J]. Nucl Phys, 2001, **A691**: 599.  
 [3] Alkhazov G D, Andronenko M N, Dobrovolsky A V, *et al.* Nuclear Matter Distributions in <sup>6</sup>He and <sup>8</sup>He from Small Angle p-He Scattering in Inverse Kinematics at Intermediate Energy [J]. Phys Rev Lett, 1997, **78**: 2 313.  
 [4] Tanihata I, Kobayashi T, Suzuki T, *et al.* Determination of the Density Distribution and the Correlation of Halo Neutrons in <sup>11</sup>Li[J]. Phys Lett, 1992, **B287**: 307.

$$\frac{\langle r^2 \rangle}{R^2} = \frac{1}{\chi^2 + 3\chi + 3} \left[ \left(1 - \frac{\chi^2}{\xi_0^2}\right) \cdot \left(\frac{\chi+1}{3} + \chi + 3 + \frac{5}{2\chi}\right) + \frac{(\chi+1)^2}{2\xi_0^2} \right] + \frac{(\chi^2 + 2\chi + 2)}{3\xi_0^2}, \quad l = 1 \quad (15)$$

$$\chi = R\sqrt{\frac{2\mu S_p}{\hbar^2}}, \quad (16)$$

$$\xi_0 = R\sqrt{\frac{2\mu U_{sq}}{\hbar^2}}, \quad (17)$$

$U_{sq}$  为方势阱深度. 方程(14)和(15)所代表的标度定律如图 5 中的实线和虚线所示. 由图可见, 对于考察的晕核, 实验结果遵从标度定律.

5 小 结

本文首先利用实验核 ANC 抽取了一系列核的价核子处于核外的几率, 并与单粒子模型计算做了比较. 此外, 我们还利用核 ANC 计算了价核子密度分布的均方根半径. 我们用 3 种判据对晕核的候选者做了系统分析, 证实了一系列被考察的核为晕核. 3 种判据所得的结论基本一致. 根据我们对实验结果的分析, 提出了比较宽松的晕核形成条件. 最后, 我们给出了晕核与实验结果相一致的标度定律.

[5] Carstion F, Trache L, Gagliardi C A, *et al.* Radios of <sup>8</sup>Be from the Asymptotic Normalization Coefficient[J]. Phys Rev, 2001, **C63**: 054310-1.  
 [6] Navin A, Bazin D, Brown B A, *et al.* Spectroscopy of Radioactive Beams from Single-neutron Knockout Reactions: Application to the sd shell nuclei <sup>25</sup>Al and <sup>26, 27, 28</sup>P[J]. Phys Rev Lett, 1998, **81**: 5 089.  
 [7] Liu Z H, Lin C J, Zhang H Q, *et al.* Asymptotic Normalization Coefficients and Neutron Halo of the Excited States in <sup>12</sup>B and <sup>13</sup>C[J]. Phys Rev, 2001, **C64**: 034312-1.  
 [8] Liu Z H. Halo Nature of <sup>14, 15</sup>C[J]. Chin Phys Lett, 2002, **19**: 1 071.  
 [9] Lewis R, Hayes A C. Deuteron Stripping as a Probe of the Proton Halo in <sup>17</sup>F[J]. Phys Rev, 2000, **2002**, **C61**: 0473-1.

- [10] Zhou S H, Zhou J. Halo Structure of Isobaric Analogue States in  $A=21$  and 17 Mirror Nuclei[J]. *Chin Phys Lett*, 2002, **19**: 1 065.
- [11] Riisager K. Nuclear Halo States[J]. *Rev Mod Phys*, 1994, **1**: 105.
- [12] Riisager K, Fedorov D V, Jensen A S. Quantum Halos[J]. *Europhys Lett*, 2000, **49**: 547.
- [13] Liu Z H, Zhang X Z, Zhang H Q. Nuclear Halo and Its Scaling Laws[J]. *Phys Rev*, 2003, **C68**: 024305-1.
- [14] Hamamoto I, Zhang X Z. Coupling of Particles Near Threshold to Shape Oscillations[J]. *Phys Rev*, 1998, **C58**: 3 388.

## Scaling Laws of Nuclear Halos\*

LIU Zu-hua<sup>1,2</sup>, ZHANG Xi-zhen<sup>2</sup>, ZHANG Huan-qiao<sup>2</sup>

(1 *Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy*

*Ion Accelerator of Lanzhou, Lanzhou 730000, China;*

*2 China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China)*

**Abstract:** We have extracted the probability for a valence particle being out the binding potential, as well as the root-mean-square radius of the probability distribution from the measured nuclear asymptotic normalization coefficients. According to the criterion of nuclear halo, i. e., the valence particle has larger than 50% probability being out of the nuclear binding potential, a number of halo nuclei have been confirmed. Based on these results, we have obtained a very relaxed condition for nuclear halo formation. In addition, a number of nuclear halo candidates have been analyzed with the criteria of  $\langle r^2 \rangle / R^2 \geq 1.5$  and  $\langle r^2 \rangle^{1/2} / r_c \geq 2.0$ . Furthermore, we present the scaling laws for the dimensionless quantity  $\langle r^2 \rangle / R^2$  of the nuclear halo in terms of an analytical expressions of the expectation value for the operator  $r^2$  in a finite square-well potential.

**Key words:** halo nuclei; probability outside the potential; root-mean-square radiu; scaling law

\* **Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (10075077, 10105016, 10275092); Major State Basic Development Program (G2000077406)