

文章编号: 1001-4322(2010)02-0253-04

稳态热晕非等晕效应的数值分析*

孙运强, 许晓军, 习锋杰, 陆启生, 吴武明, 郭少锋

(国防科学技术大学 光电科学与工程学院, 长沙 410073)

摘要: 运用高斯光束展开的方法,分析圆对称平顶光束在大气传输中的热晕及其非等晕效应。通过对热晕及非等晕效应引起的波前畸变作泽尼克多项式展开,得到了各阶泽尼克系数,进而求得热晕校正残差,数值计算得到的热晕拟合校正残差与现有理论公式得到的结果基本一致。对非等晕效应的数值模拟结果表明:在热畸变参数较小,且给定口径尺寸的情况下,热晕角度非等晕校正残差与非等晕角 θ 的平方成正比,热晕聚焦非等晕校正残差与信标高度的 1.71 次幂成反比。

关键词: 热晕; 非等晕性; 泽尼克多项式; 平顶光束

中图分类号: TN012 **文献标志码:** A **doi:** 10.3788/HPLPB20102202.0253

当激光在大气中传输时,大气湍流效应及自诱导的热晕效应会导致激光波阵面的畸变,并引起光束的随机漂移、抖动和扩展,从而影响远场光束能量的集中度^[1-2]。为了克服大气湍流及热晕对激光传输带来的影响,人们引入了信标自适应光学,目前主要的信标实现方式有 3 种,瑞利信标、钠信标和目标反射光信标。但是,无论哪种信标,都不能完全校正大气湍流及热晕引起的波前畸变,其误差来源主要包括聚焦非等晕性、角度非等晕性等。对于大气湍流的非等晕效应,现有的文献已经分析得非常详细^[3-4],而对热晕的非等晕效应,目前相关的文献报道还很少,也没有给出具体的热晕非等晕性波前校正残差表达式。因此,本文在给定望远镜口径尺寸的情况下,运用数值模拟的方法,对热晕非等晕效应进行了分析。

1 无非等晕性的热晕问题

准直光束在大气中传输时,大气中的分子和粒子会吸收激光而被加热,引起密度的变化,密度的变化导致局部折射率变化,最终使激光在大气中传输的相位发生变化,而在进一步的传输过程中,相位畸变又会影响远场光强分布^[5-10]。

对于稳态热晕,忽略热传导项,并设风速沿 x 轴方向,由流体力学方程可得,在 z 位置处,间隔为 δz 的距离上,热晕引起得相位畸变可表示为^[6]

$$\varphi_{\text{BG}}(x, y, z) = kn_t \frac{\alpha \delta z}{\rho c_p v} \int_{-\infty}^x I(x', y) dx' \quad (1)$$

式中: k 为波数; n_t 为温度折射率梯度; c_p 为比定压热容; v 为风速; ρ 为大气的密度; α 为吸收系数, I 为光强。它们都是随高度变化的量。

在分析热晕及其非等晕性对平顶光束远场光强分布的影响情况时,采用高斯函数展开的形式^[11],不仅有利于消除口径函数的硬边界特性,而且在理论推导过程中,结果也比较清晰,表达式也比较明确。在轴对称情况下,平顶光束的光强分布可展开成

$$I_N(x, y) = \frac{P}{\pi \omega_0^2} \sum_{n=0}^N \frac{1}{n!} \left(\frac{x^2 + y^2}{\omega_{0N}^2} \right)^n \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\omega_{0N}^2}\right) \quad (2)$$

式中: $\omega_{0N} = \omega_0 / \sqrt{N+1}$, N 为展开的阶数; ω_0 为光斑半径; P 为激光功率。

在热畸变参数较小的情况下,热晕引起的相位畸变对准直传输光束的近场光强分布影响很小,可将各变量及光强展开式直接代入相位畸变的积分公式,得到热晕引起的相位畸变分布,然后将热晕引起的相位畸变用泽尼克多项式展开。

热畸变参数可表示为 $N_d = \int_0^h \frac{4\sqrt{2}kn_t\alpha P}{\rho c_p v D} dz$ 。对平顶光束, $D = 2\omega_0$, 取高度 $h = 10\text{km}$, 展开的阶数 N

* 收稿日期: 2009-04-14; 修订日期: 2009-09-11

基金项目: 国防科技基础研究基金项目(51302010207)

作者简介: 孙运强(1978—), 男, 博士, 从事激光大气传输方面的研究; sunyunqiang203@163.com。

$= 50$, 光斑半径 $w_0 = 1.0 \text{ m}$, 主激光波长 $\lambda = 3.8 \text{ }\mu\text{m}$, 激光功率为 $P = 2 \text{ MW}$, 将大气的温度折射率梯度、密度、风速、比定压热容以及吸收系数随高度的变化关系代入热畸变参数公式, 积分可得 $N_d = 43$ 。对热晕引起的相位畸变做 50 阶泽尼克展开, 假设自适应光学系统能够将前 15 阶泽尼克系数对应的波前畸变完全校正, 通过数值计算可得, 热晕的拟合校正残差为 $\sigma_{Nd}^2 = \sum_{i=16}^{50} |\alpha_i|^2 = 0.036$, α_i 表示各阶泽尼克多项式系数。

文献[5]给出了一个热晕拟合校正残差的近似计算公式:

$$\sigma_{N_s}^2 = \frac{\sqrt{2}}{5\pi^4} (N_d^2 / N_M^{2.5}) \quad (3)$$

式中: $N_M = (M+1)(M+2) / 2$, $n = M+2$, n 表示自适应光学校正的泽尼克径向阶数; N_d 为热畸变参数。

当 $N_M = 7$ 时, 得 $M = 2.3$ 。因此, 自适应光学能够校正的泽尼克径向阶数为 4, 对应圆域内极坐标系下的泽尼克多项式阶数为 15。将 $N_M = 7$, 代入式(3), 可得到热晕的拟和校正残差为 $\sigma_{N_s}^2 = 0.04$ 。

上面 2 种方法得到的校正残差近似相等, 因此, 在热畸变参数较小的情况下, 忽略热晕对平顶光束近场光强分布影响, 用高斯光束展开的方法, 对圆对称平顶光束的热晕效应进行数值分析是可行的。

2 热晕角度非等晕性引起的波前畸变对系统的影响

角度非等晕性是由于主激光与信标光存在一定夹角而形成的, 原理如图 1 所示:

在共孔径信标发射系统情况下, 当信标光与主激光夹角为 θ 时, 在 z 位置处, 间隔为 δz 的距离上, 信标光的波前畸变可表示为

$$\varphi_{BG}(x, y, z) \approx k_1 n_t \frac{\alpha \delta z}{\rho c_p v} \int_{-\infty}^x I_N(x' + \theta z, y) dx' \quad (4)$$

式中: $k_1 = 2\pi/\lambda_1$ 表示信标光波数。

在自适应校正时, 变形镜实际校正的是由密度起伏引起的主激光光程差, 因此由信标光得到的校正相位还要转化到主激光波长上来, 即实际校正相位

$$\varphi'_{BG}(x, y, z) \approx \frac{k}{k_1} \varphi_{BG} = kn_t \frac{\alpha \delta z}{\rho c_p v} \int_{-\infty}^x I_N(x' + \theta z, y) dx' \quad (5)$$

主激光经自适应校正后, 剩余角度非等晕波前畸变

$$\Delta\varphi_{BG}(x, y, z) \approx kn_t \frac{\alpha \delta z}{\rho c_p v} \int_{-\infty}^x [I_N(x', y) - I_N(x' + \theta z, y)] dx' \quad (6)$$

将 $n_t, \rho, v, c_p, \alpha$ 以及光强分布等参数代入式(6), 可得热晕角度非等晕相位畸变, 对其做 50 阶泽尼克多项式展开, 去除活塞项和整体倾斜项, 即得热晕的角度非等晕残差。通过计算不同的角度 θ 所对应的热晕角度非等晕残差, 来拟合角度非等晕残差与夹角 θ 的变化关系, 计算结果见表 1。根据表 1 中的数据进行曲线拟合, 拟合曲线如图 2 所示。

表 1 不同角度对应的热晕角度非等晕残差

Table 1 Angular anisoplanatic errors for different angle

$\theta/\mu\text{rad}$	σ^2	$\theta/\mu\text{rad}$	σ^2	$\theta/\mu\text{rad}$	σ^2
10	4.2×10^{-4}	40	0.009 5	70	0.031 2
20	0.002 0	50	0.015 6	80	0.040 4
30	0.005 0	60	0.022 9	90	0.050 3

从拟合结果可以看出, 热晕角度非等晕残差与倾斜角的关系为

$$\sigma^2 = 0.000\ 006\ 3 \times \theta^2 \approx (\theta/400)^2 \quad (7)$$

式中: 夹角 θ 的单位为 μrad 。在口径 w_0 取固定值时, 热晕角度非等晕残差 σ^2 与夹角 θ 的平方成正比。

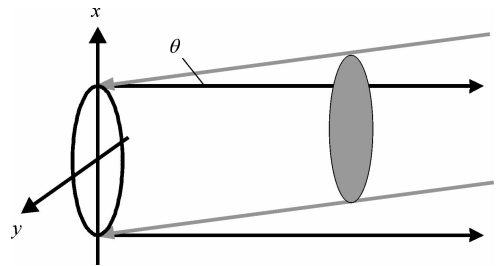


Fig. 1 Angular anisoplanatism of the beacon

图 1 信标的角度非等晕性

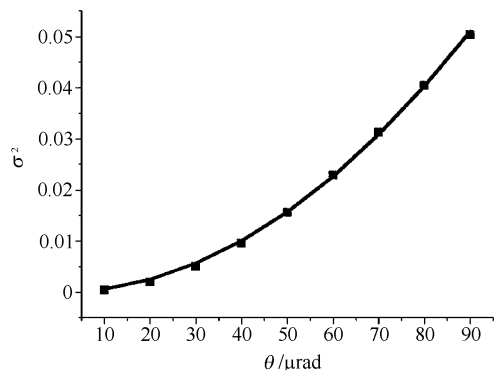


Fig. 2 Relations between angular anisoplanatic error and angle θ

图 2 热晕角度非等晕残差与夹角的变化关系

3 热晕聚焦非等晕性引起的波前畸变对系统的影响

聚焦非等晕性是由于信标与目标的高度不一致而引起的,原理如图 3 所示。假设信标高度为 $H=10\text{ km}$, 信标的尺寸可近似表示为 $\rho=1.22\lambda H/D+\lambda H/(2\pi r_0)$, 其中, 第 1 项为衍射项, 第 2 项为湍流引起的光束扩展项。

取信标光波长在可见光波段, 大气相干长度取为 $r_0=0.1\text{ m}$, 则信标的径向尺寸随高度的变化可近似表示为:

$$w(z) = w_0 \left(\frac{10\ 150 - z}{10\ 150} \right) \approx w_0 \left(1 - \frac{z}{H} \right) \quad (8)$$

同角度非等晕性分析一样, 在 z 位置处, 间隔为 δz 的距离上, 用于自适应校正的波前畸变可表示为:

$$\varphi''_{BG}(x, y, z) = \varphi_{BG} \left(\left(1 - \frac{z}{H} \right) x, \left(1 - \frac{z}{H} \right) y, z \right) \approx kn_t \frac{\alpha \delta z}{\rho c_p v} \int_{-\infty}^x I'_N(x', y) dx' \quad (9)$$

当主激光经过自适应校正以后, 剩余聚焦非等晕波前畸变可表示为:

$$\Delta\varphi_{BG}(x, y, z) \approx kn_t \frac{\alpha \delta z}{\rho c_p v} \int_{-\infty}^x [I_N(x', y) - I'_N(x', y)] dx' \quad (10)$$

将 $n_t, \rho, v, c_p, \alpha$ 以及光强分布公式等参数代入式(10), 可得热晕非等晕相位畸变, 然后, 对波前畸变做 50 阶泽尼克多项式展开, 去除活塞项和整体倾斜项, 即得热晕的角度非等晕残差。通过计算不同的信标高度 H 所对应的热晕聚焦非等晕残差, 拟合聚焦非等晕残差 σ^2 与高度 H 的关系, 结果见表 2。

根据表 2 中的数据进行曲线拟合, 拟合曲线如图 4 所示。

表 2 不同信标高度对应的热晕聚焦非等晕残差

Table 2 Focus anisoplanatic errors for different beacon height

H/km	σ^2	H/km	σ^2	H/km	σ^2
10	0.532	25	0.132	50	0.035
15	0.308	30	0.095	70	0.019
20	0.195	40	0.055	90	0.012

从拟合结果可以看出, 热晕聚焦非等晕残差与信标高度的关系为

$$\sigma^2 \approx 30H^{-1.71} \quad (11)$$

式中: H 为信标高度。

因此, 在口径 w_0 取固定值时, 热晕聚焦非等晕残差与信标高度的 1.71 次幂成反比。

4 结论

在只考虑稳态热晕的情况下, 针对圆对称平顶光束, 运用高斯函数展开的方法, 对热晕及其非等晕校正残差进行了分析, 得到的热晕拟和校正残差与现有理论公式给出的结果基本一致。而对热晕非等晕效应的拟和结果表明, 热晕角度非等晕校正残差与非等晕角 θ 的平方成正比, 热晕聚焦非等晕校正残差与信标高度的 1.71 次幂成反比。上述结果对信标自适应光学的误差分析有一定的指导意义。计算中没有考虑大气湍流的影响, 关于湍流和热晕的耦合效应对自适应光学校正的影响, 还有待进一步研究。

参考文献:

[1] Yura H T. Short-term average optical-beam spread in a turbulent media[J]. *J Opt Soc Am A*, 1973, **63**(5):567-572.
 [2] Smith D C. High-power laser propagation: thermal blooming[J]. *Proc of IEEE*, 1977, **65**:1679-1714.
 [3] Lukin V P. Anisoplanatic degradation of correction with real beacon[C]//Proc of SPIE, 1999, **3866**:88-98.
 [4] Hardy J W. Adaptive optics for astronomical telescopes[M]. New York: Oxford University Prees, 1988.
 [5] Novoseller D E. Zernike-ordered adaptive-optics correction of thermal blooming[J]. *J Opt Soc Am A*, 1988, **5**(11):1937-1942.
 [6] Gebhardt F G. Twenty-five years of thermal blooming: An overview[C]//Proc of SPIE. 1990, **1221**:2-25.

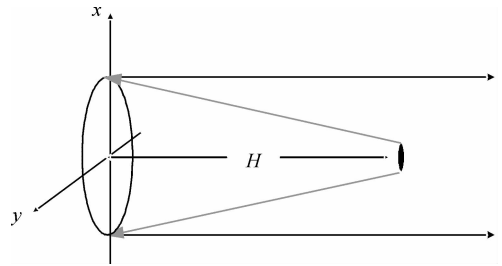


Fig. 3 Focus anisoplanatism of the beacon

图 3 信标的聚焦非等晕性

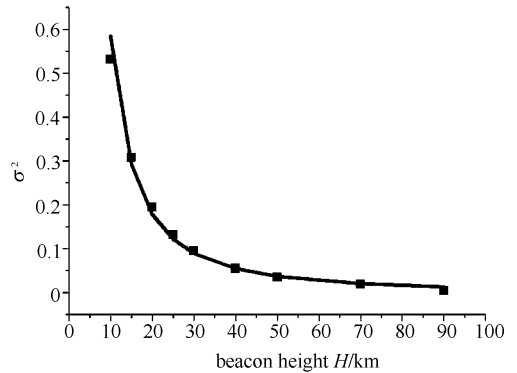


Fig. 4 Relation between focus anisoplanatic error and beacon height

图 4 热晕聚焦非等晕残差与信标高度的变化关系

- [7] 饶瑞中. 激光大气传输湍流与热晕综合效应[J]. 红外与激光工程, 2006, **35**(2):130-134. (Rao Ruizhong. Combined effect of turbulence and thermal blooming of laser propagation in atmosphere. *Infrared and Laser Engineering*, 2006, **35**(2):130-134)
- [8] 黄印博, 王英俭, 饶瑞中, 等. 热晕效应相位补偿定标参量的数值分析[J]. 光学学报, 2002, **22**(12):1461-1464. (Huang Yingbo, Wang Yingjian, Rao Ruizhong, et al. Numerical calculation of the scaling parameter for adaptive optics compensation for thermal blooming effects. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(12):1461-1464)
- [9] 冯绚, 黄印博, 王英俭. 不同参数对室内传输通道热晕效应影响的数值分析[J]. 强激光与粒子束, 2005, **17**(2):169-172. (Feng Xun, Huang Yingbo, Wang Yingjian. Effect of different parameters on the thermal blooming for laser channel transmission. *High Power Laser and Particle Beams*, 2005, **17**(2):169-172)
- [10] 黄印博, 王英俭. 热晕效应数值模拟中对计算参数的选取[J]. 强激光与粒子束, 2005, **17**(1):1-4. (Huang Yingbo, Wang Yingjian. Choosing computing parameters in the numerical simulation of thermal blooming effects. *High Power Laser and Particle Beams*, 2005, **17**(2):169-172)
- [11] Li Hu. Analytical formula for a circular flattened Gaussian beam propagating through a misaligned paraxial ABCD optical system[J]. *Phys Lett A*, 2006, **360**:394-399.

Numerical analysis for anisoplanatic effect of steady thermal blooming

Sun Yunqiang, Xu Xiaojun, Xi Fengjie, Lu Qisheng, Wu Wuming, Guo Shaofeng

(College of Optoelectric Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Thermal blooming anisoplanatic effect of the circular-symmetric flattened beam is analysed by the method of Gaussian beam expansion. Wave-front distortion of the thermal blooming anisoplanatic effect is expanded by the Zernike polynomials, and the Zernike coefficient and fitting error are obtained. The corrected error of the thermal blooming calculated by the numerical method is consistent with the outcome of the theoretical formula. The numerical simulation results also indicate that the angular anisoplanatic error varies proportionally to the square of the anisoplanatic angle, and the focus anisoplanatic error is in inverse proportion to the 1.71th power of the beacon height, if the caliber size is invariable.

Key words: thermal blooming; anisoplanatic effect; Zernike polynomial; flattened beam