

基于证据理论的导弹对抗防御雷达作战效能评估方法

齐照辉, 刘雪梅, 梁 伟

(航天飞行器生存技术与效能评估实验室, 北京 100085)

摘 要 针对评估矩阵由随机数、区间数、模糊数以及空缺值等多种形式构成的作战效能评估问题, 采用证据理论对不同方案在不同属性下的焦元进行识别, 计算每个焦元的基本效用分配值, 并基于信度函数和似真函数得到各个方案的效用区间, 然后通过效用区间的比较得到各方案优劣排序, 从而为导弹作战效能评估提供了一条有效途径. 对某导弹与雷达对抗作战效能评估问题进行了实例计算, 验证了此方法评估导弹作战效能的可行性.

关键词 弹道导弹; 作战效能; 证据理论; 效用区间

Combat effectiveness evaluation method for missile confronted with radar based on evidence theory

QI Zhao-hui, LIU Xue-mei, LIANG Wei

(The Survivability Evaluation Institute of Flying Vehicle, Beijing 100085, China)

Abstract The combat effectiveness evaluation about ballistic missile confronted with radar is very complicated. In allusion to the assessment matrix of combat effectiveness which was denoted by the random number, fuzzy number, interval number or other incomplete information, we applied the evidence theory to evaluate the combat effectiveness of ballistic missile confronted with radar. By the belief function, plausibility function and evidential ratiocination algorithms, we obtained the interval of utility of each alternative, so the rank order of whole alternative was attained, which would provide a new approach to the combat effectiveness assessment of ballistic missile. Finally, the article provided a use case of ballistic missile confronted with radar, and the evaluation result proved the approach was effective and feasible to evaluation combat effectiveness of ballistic missile.

Keywords ballistic missile; combat effectiveness; evidence theory; interval of utility

1 引言

由于弹道导弹攻防对抗信息的绝对可变性与相对贫乏性, 人们对导弹与防御雷达对抗当前和未来状态的理解与预测能力有限, 弹道导弹作战效能评估存在一系列不确定性问题^[1]. 随机模拟^[2]、数据包络分析^[3]、多属性决策^[4]和模糊数学^[5]的应用为弹道导弹作战效能定量评估提供了必要的评估模式和方法. 上述数学方法的严密性无可置疑, 但从应用模式看, 它要求评估人员提供统一的数据形式是比较苛刻的, 在不确定性评估时, 很难同时获取作战方案各个状态的概率值、区间值或模糊值, 有些数据甚至是无法获取的, 这种情况就难以得到准确的作战效能评估结果.

证据理论具有较强的理论基础, 既能处理随机不确定性信息, 也能处理模糊数和区间数不确定性信息. 同时, 采用证据理论评估弹道导弹作战效能, 不需要知道各种影响因素的先验概率和条件概率密度^[6-8]. 本文开展基于证据理论的导弹对抗防御雷达作战效能评估研究, 针对评估矩阵由随机数、区间数、模糊数以及空缺值等多种形式构成的导弹作战效能评估问题, 将层次分析法、多属性决策和证据理论相结合, 得到各个

收稿日期: 2008-05-20

作者简介: 齐照辉 (1977-), 男, 内蒙古赤峰人, 博士, 研究方向: 从事导弹攻防仿真与作战效能评估, E-mail: qzhwy2000@sina.com.

方案的效用区间, 然后通过各方案效用区间的比较得到其优劣排序, 从而为导弹作战效能评估问题提供了新的解决途径.

2 基于证据理论的作战效能评估模型

针对评估矩阵由随机数、区间数、模糊数以及空缺值等多种形式的导弹作战效能评估问题, 根据证据理论的 D-S 合成法则, 可通过不同属性下焦元进行识别, 计算每个焦元的基本效用分配值, 进而得到各个方案的效用区间, 然后比较各方案效用区间得到其优劣排序.

2.1 不确定评估矩阵归一化处理

设作战效能评估问题的方案集为 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, 属性集为 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$, 方案集 A 与属性集 U 构成评估矩阵为 $R = [r_{ij}]_{n \times m}$, 方案 a_i 在决策属性 u_j 下的属性值为 r_{ij} . 属性值 r_{ij} 包涵导弹作战效能评估问题的随机数、区间数和模糊数等不确定信息, 在采用证据理论进行作战效能评估之前, 需要对这些不确定性信息 r_{ij} 进行归一化处理, 这也是基于证据理论进行导弹作战效能评估的基础.

1) 随机数信息处理

若某方案 a_i 的属性值 r_{ij} 是服从某一概率分布的随机数, $\forall r_{ij} \in [g_j^l, g_j^{l+1}]$, $g_j^l < g_j^{l+1}$, $l \in [1, 2, \dots, L-1]$, 有

$$G_j^l(r_{ij}) = \frac{g_j^{l+1} - r_{ij}}{g_j^{l+1} - g_j^l}, \quad G_j^{l+1}(r_{ij}) = \frac{r_{ij} - g_j^l}{g_j^{l+1} - g_j^l} \quad (1)$$

式 (1) 中, $G_j^l(r_{ij})$ 和 $G_j^{l+1}(r_{ij})$ 分别表示属性值 r_{ij} 属于等级 G_j^l 和 G_j^{l+1} 的隶属程度.

2) 模糊数信息处理

若某方案 a_i 的属性值 r_{ij} 以模糊数给出, 由模糊数定义可知, 此时 r_{ij} 对应于某一从可能性空间 θ 到实数域 R 上的函数, 函数 $\mu(x) = \text{Pos}\{r_{ij} \in \theta | \xi(r_{ij}) = x\}$, ($x \in R$) 称为模糊变量 r_{ij} 的隶属度函数, 模糊数 r_{ij} 的 α 水平集定义为 $\xi_\alpha = \{\xi(\theta) | \theta \in \theta, \text{Pos}\{\theta\} \geq \alpha\}$. 对于 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ 等 n 个相互独立的模糊变量, 其模糊隶属度函数分别为 $\mu_1(x_1), \mu_2(x_2), \dots, \mu_n(x_n)$, 若函数 $f: R^n \rightarrow R$ 是一个实值函数, 则模糊变量 $f(\xi) = f(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ 的归一化函数 $\mu(y)$ 可由 $\mu_1(x_1), \mu_2(x_2), \dots, \mu_n(x_n)$ 导出

$$\mu(y) = \sup_{x_1, x_2, \dots, x_n \in R} \left\{ \min_{1 \leq i \leq n} \mu_i(x_i) | y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \right\} \quad (2)$$

3) 区间数信息处理

若某方案 a_i 的属性值 r_{ij} 是区间数 $[a^L, a^U]$, 当满足条件 $g_j^l \leq a^L < a^U \leq g_j^{l+1}$, $l \in \{1, 2, \dots, L-1\}$ 时, 有

$$G_j^l(r_{ij}) = \frac{(a^U - a^L) + 2(g_j^{l+1} - a^U)}{2(g_j^{l+1} - g_j^l)}, \quad G_j^{l+1}(r_{ij}) = \frac{(a^U - a^L) + 2(a^L - g_j^l)}{2(g_j^{l+1} - g_j^l)} \quad (3)$$

满足条件 $g_j^l \leq a^L < a^U \leq g_j^{l+1}$, $g_j^p \leq a^L < a^U \leq g_j^{p+1}$ ($p, l \in \{1, 2, \dots, L-1\}; p \geq l+1$), 有

$$\begin{aligned} G_j^l(r_{ij}) &= \frac{1}{2(a^U - a^L)} \frac{(g_j^{l+1} - a^L)^2}{(g_j^{l+1} - g_j^l)} \\ G_j^{l+1}(r_{ij}) &= \frac{1}{2(a^U - a^L)} \left(\left(\frac{a^L - g_j^l}{g_j^{l+1} - g_j^l} + 1 \right) \times (g_j^{l+1} - a^L) + (g_j^{l+2} - g_j^{l+1}) \right) \\ G_j^{l+2}(r_{ij}) &= \frac{1}{(a^U - a^L)} (g_j^{l+2} - g_j^{l+1}) \\ &\vdots \\ G_j^{p-2}(r_{ij}) &= \frac{1}{(a^U - a^L)} (g_j^{p-2} - g_j^{p-3}) \\ G_j^{p-1}(r_{ij}) &= \frac{1}{2(a^U - a^L)} \left(\left(\frac{g_j^{p-1} - a^U}{g_j^p - g_j^{p-1}} + 1 \right) \times (a^U - g_j^{p-1}) + (g_j^{p-1} - g_j^{p-2}) \right) \\ G_j^p(r_{ij}) &= \frac{1}{2(a^U - a^L)} \frac{(a^U - g_j^{p-1})^2}{(g_j^p - g_j^{p-1})} \end{aligned} \quad (4)$$

式 (4) 中, $G_j^l(r_{ij}), \dots, G_j^p(r_{ij})$ 分别表示属性 r_{ij} 隶属于等级 G_j^l, \dots, G_j^p 的隶属程度, 有 $G_j^l(r_{ij}) + G_j^{l+1}(r_{ij}) + \dots + G_j^p(r_{ij}) = 1$.

2.2 各属性焦元及权重确定

在基于证据理论的导弹作战效能评估问题中, 所有待评估方案所构成集合即为证据理论中的辨识框架 $\Theta = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, 决策矩阵中的各个属性值 r_{ij} 可以看作证据理论中的不同证据, 在每个决策属性 u_j 下的证据焦元为 $X_k^j (j = 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots, t; t < 2^n)$. 需要指出的是, 对于任意两个 $a_s, a_k \in \Theta$, 如果有 $r_{sj} = r_{kj}$, 那么 a_i 和 a_k 属于同一焦元.

2.3 各方案效用区间计算

假设评估人员对每个评价等级 G_j^l 的效用是已知的, 即为 $M(G_j^l) (l = 1, 2, \dots, L)$. 其中, 评价等级 G_j^1, G_j^L 分别是评估人员对方案在属性 u_j 下的最低、最高评价等级. 采用层次分析法^[12] 计算属性权重, 如果方案 $a_i \in A_k^j$, 可将 $p(A_k^j) = w_j r_{ij}$ 看作是对焦元 A_k^j 的效用偏好程度, 根据以下模型可得到不同焦元的效用偏好程度.

1) 评估属性值为随机数

当评估矩阵中的某属性值 r_{ij} 为服从某一概率分布的随机数时, 该焦元的效用偏好程度为

$$p(A_k^j) = w_j (G_j^l(r_{ij})M(G_k^l) + G_j^{l+1}(r_{ij})M(G_k^{l+1})) \quad (5)$$

2) 评估属性值为区间数

对于评估属性值为一个区间值 $r_{ij} = [a^L, a^U]$, 如果 $g_j^l \leq a^L < a^U \leq g_j^{l+1}$, 则该焦元的效用偏好程度为

$$p(A_k^j) = w_j (G_j^l(r_{ij})M(G_k^l) + G_j^{l+1}(r_{ij})M(G_k^{l+1})) \quad (6)$$

当评估矩阵属性值为一个区间数 $r_{ij} = [a^L, a^U]$, 如果 $g_j^l \leq a^L \leq g_j^{l+1}, g_j^l \leq a^U \leq g_j^{l+1}$, 则该焦元的效用偏好程度为

$$p(A_k^j) = w_j (G_j^l(r_{ij})M(G_k^l) + G_j^{l+1}(r_{ij})M(G_k^{l+1}) + G_j^{l+2}(r_{ij})M(G_k^{l+2})) \quad (7)$$

3) 评估属性值为模糊数

当评估矩阵中属性值 r_{ij} 为模糊数时, 该焦元的效用偏好程度为

$$p(A_k^j) = w_j M(G_k^l) \quad (8)$$

对于焦元 θ , 当属性值为模糊数时定义其效用偏好值为 1, 即 $p(\theta) = 1$.

对于 $\forall A_k^j \in 2^\Theta$, 如果焦元 A_k^j 的评估偏好程度为 $p(A_k^j)$, 则加权并归一化后各焦元的基本效用偏好值为

$$m(A_k^j) = p(A_k^j) / \sum_k p(A_k^j) \quad (9)$$

对每个方案在不同属性下的偏好信息进行合成, 可得到不同作战方案的效用区间, 将 m 个决策属性看成为证据理论中的 m 个证据源, 根据 D-S 合成法则, 给出 m 个证据源下交集 E 的效用为 $m(E)$, 根据信度函数和似真函数定义, 确定每个方案 $a_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的信度函数 $\text{Bel}(\{a_i\})$ 和似真函数 $\text{Pls}(\{a_i\})$ 为

$$\text{Bel}(\{a_i\}) = \sum_{E=\{a_i\}} m(E), \quad \text{Pls}(\{a_i\}) = \sum_{a_i \in E} m(E), \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (10)$$

由式 (10) 可得每个评估方案的效用区间为 $[\text{Bel}(\{a_i\}), \text{Pls}(\{a_i\})]$.

2.4 评估方案排序

由证据理论可知, 信度函数 $\text{Bel}(\{a_i\})$ 反映了证据支持方案 a_i 的精确信度总和, 似真函数 $\text{Pls}(\{a_i\})$ 反映了证据不否定方案 a_i 的信度总和, 它们是从不同方面对同一命题不同表述. 在各方案效用区间计算基础上, 可运用证据理论的证据结构进行方案优劣评估, 基于最大信度函数和最大似真函数, 采用辨识框架 Θ 中不能再分元素的证据结构进行排序. 对于任意两个方案 $\{a_i\} \subset \Theta, \{a_j\} \subset \Theta$, 如果 $\text{Bel}(\{a_i\}) > \text{Bel}(\{a_j\}), \text{Pls}(\{a_i\}) > \text{Pls}(\{a_j\})$, 说明方案 a_i 优于方案 a_j ; 如果 $\text{Bel}(\{a_i\}) = \text{Bel}(\{a_j\}), \text{Pls}(\{a_i\}) = \text{Pls}(\{a_j\})$, 说明方案 a_i 与方案 a_j 没有差别; 如果不满足上述条件, 若方案 a_i 、方案 a_j 的效用区间分别为 $[\text{Bel}(\{a_i\}), \text{Pls}(\{a_i\})], [\text{Bel}(\{a_j\}), \text{Pls}(\{a_j\})]$, 则方案 a_i 优于方案 a_j 的程度为

$$P(a_i > a_j) = \left[\frac{\max[0, \text{Pls}(\{a_i\}) - \text{Bel}(\{a_j\})] - \max[0, \text{Bel}(\{a_i\}) - \text{Pls}(\{a_j\})]}{[\text{Pls}(\{a_i\}) - \text{Bel}(\{a_i\})] + [\text{Pls}(\{a_j\}) - \text{Bel}(\{a_j\})]} \right] \quad (11)$$

以上通过不确定性数据的归一化、各方案焦元选择以及基于效用区间的评估方案排序, 建立了基于证据理论的弹道导弹作战效能评估方法. 综上所述, 基于证据理论的弹道导弹作战效能评估方法计算流程如图 1 所示.

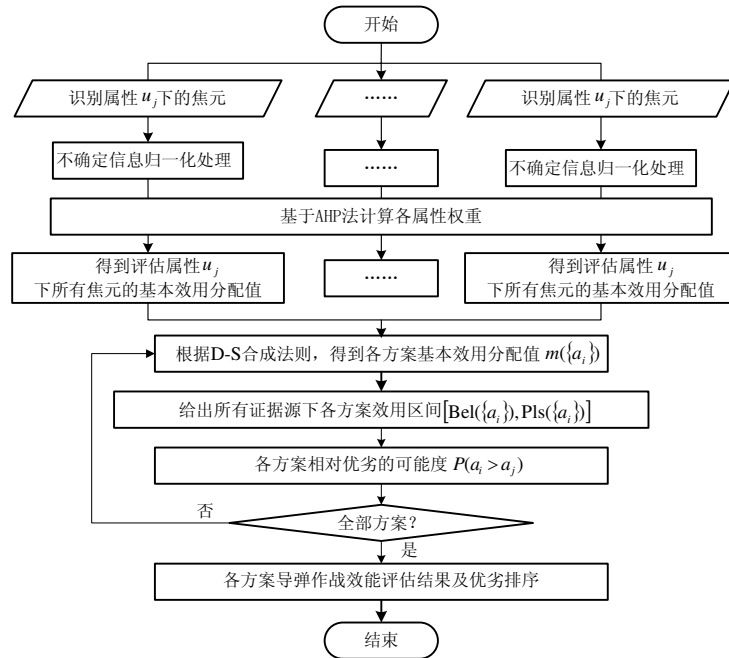


图 1 基于证据理论的导弹作战效能评估算法流程

3 计算实例

设某弹道导弹采用五种作战方案与某导弹防御系统雷达进行对抗, 方案 a_1 采用低弹道突防, 雷达对其捕获时间较早, 但识别能力较低; 方案 a_2 和 a_3 采用最小能量弹道突防, 雷达对其识别能力较优; 方案 a_4 和 a_5 采用高弹道突防, 雷达对其捕获时间较早, 但跟踪精度和识别能力较低. 考虑“探测时间”、“跟踪时间”、“识别时间”、“失跟概率”、“跟踪精度”和“识别概率”等六类评估指标对导弹作战效能进行评估, 各方案及其作战效能评估指标如表 1 所示. 在评估指标中, 有些指标是服从正态分布的随机数, 如失跟概率、跟踪精度等; 有些指标是模糊数, 如识别概率; 有些指标是区间数, 如探测时间和识别时间等; 有些评估指标无法获得, 如方案 a_3 的跟踪时间指标, 评估矩阵也因此是不完全的 (评估属性值空缺时用 “*” 表示).

表 1 导弹对抗防御系统雷达的作战效能评估矩阵

方案	探测时间 (s)	跟踪时间 (s)	识别时间 (s)	失跟概率 (%)	跟踪精度 (m)	识别概率 (%)
a_1	[667,694]	[1327,1344]	[1425,1486]	13	1241	差
a_2	[644,689]	[1124,1182]	[1550,1577]	24	2104	优
a_3	[832,854]	*	[1501,1589]	8	795	*
a_4	[722,751]	[1124,1182]	[1215,1248]	24	1356	中
a_5	[644,689]	[1241,1264]	*	13	1893	差

选定评估指标 $G_j^L (L = 1, 2, \dots, 5)$ 的评价等级表示为 $G_j^1 \triangleq$ 劣, $G_j^2 \triangleq$ 差, $G_j^3 \triangleq$ 中, $G_j^4 \triangleq$ 良, $G_j^5 \triangleq$ 优, 确定各个属性下等价于定性评估指标 $G_j^L (L = 1, 2, \dots, 5)$ 的定量值, 设探测时间属性为 $G_1 = \{500, 600, 700, 800, 900\}$, 跟踪时间属性为 $G_2 = \{1100, 1200, 1300, 1400, 1500\}$, 识别时间属性为 $G_3 = \{1200, 1300, 1400, 1500, 1600\}$, 失跟概率属性为 $G_4 = \{5, 10, 15, 20, 25\}$, 跟踪精度属性为 $G_5 = \{500, 1000, 1500, 2000, 2500\}$. 通过归一化模型可得到转化后的评估矩阵. 采用层次分析法得各属性权重 $\bar{w} = [0.070, 0.127, 0.174, 0.183, 0.178, 0.268]$, 一致性检验 $CR = 0.053$, 说明评估矩阵及权重计算有效.

对评估矩阵的属性值进行识别, 得到每个评估属性下的所有焦点: 探测时间的焦点构成为 $\{a_1\}, \{a_2, a_5\}, \{a_3\}, \{a_4\}, \emptyset$; 跟踪时间的焦点构成为 $\{a_1\}, \{a_2, a_4\}, \{a_5\}, \emptyset$; 识别时间的焦点构成为 $\{a_1\}, \{a_2\}, \{a_3\}, \{a_4\}, \emptyset$; 失跟概率的焦点构成为 $\{a_1, a_5\}, \{a_2, a_4\}, \{a_3\}, \emptyset$; 跟踪精度的焦点构成为 $\{a_1\}, \{a_2\}, \{a_3\}, \{a_4\}, \{a_5\}, \emptyset$; 识别概率的焦点构成为 $\{a_1, a_5\}, \{a_2\}, \{a_4\}, \emptyset$. 根据评估矩阵各属性及其权重, 得到每个评估属性 u_j 下所有焦点的基本效用分配值如表 2 所示.

表 2 各属性焦元构成及其基本效用分配值

属性	各属性焦元及其基本效用分配值
u_1	$m_1(\{a_1\}) = 0.1365; m_1(\{a_2, a_5\}) = 0.1252; m_1(\{a_3\}) = 0.2587;$ $m_1(\{a_4\}) = 0.1780; m_1(\Theta) = 0.3017$
u_2	$m_2(\{a_1\}) = 0.2798; m_2(\{a_2, a_4\}) = 0.0631; m_2(\{a_5\}) = 0.1810; m_2(\Theta) = 0.4762$
u_3	$m_3(\{a_1\}) = 0.1829; m_3(\{a_2\}) = 0.2604; m_3(\{a_3\}) = 0.2475; m_3(\{a_4\}) = 0.0222; m_3(\Theta) = 0.2869$
u_4	$m_4(\{a_1, a_5\}) = 0.16; m_4(\{a_2, a_4\}) = 0.38; m_4(\{a_3\}) = 0.06; m_4(\Theta) = 0.4$
u_5	$m_5(\{a_1\}) = 0.1074; m_5(\{a_2\}) = 0.2329;$ $m_5(\{a_3\}) = 0.0428; m_5(\{a_4\}) = 0.1241; m_5(\{a_5\}) = 0.2025; m_5(\Theta) = 0.2903$
u_6	$m_6(\{a_1, a_5\}) = 0.0456; m_6(\{a_2\}) = 0.1824; m_6(\{a_4\}) = 0.0912; m_6(\Theta) = 0.6807$

基于 D-S 证据理论, 将各个属性下所有焦元的基本效用分配值进行合成, 得到所有焦元的基本效用分配值, 计算各导弹作战方案 $a_i (i = 1, 2, \dots, 5)$ 的 $\text{Bel}(\{a_i\})$ 和 $\text{Pls}(\{a_i\})$, 得到不同作战方案的效用区间 $[\text{Bel}(\{a_i\}), \text{Pls}(\{a_i\})]$ 如下: 方案 a_1 为 $[0.211, 0.279]$; 方案 a_2 为 $[0.333, 0.439]$; 方案 a_3 为 $[0.115, 0.168]$; 方案 a_4 为 $[0.127, 0.219]$; 方案 a_5 为 $[0.092, 0.174]$. 根据排序规则对五种作战方案的效用区间进行比较, 得到作战效能排序为 $a_2 \succ a_1 \succ a_4 \succ a_3 \succ a_5$.

4 小结

本文采用证据理论进行弹道导弹对抗防御雷达的作战效能评估研究, 针对评估矩阵由随机数、区间数、模糊数以及空缺值等多种形式构成的作战效能评估问题, 通过证据推理得到各个方案的效用区间, 然后对各方案效用区间进行比较得到其优劣排序, 从而为弹道导弹提供了一种有效的作战效能评估模式. 基于证据理论评估导弹作战效能也有其缺点, 即采用传统 D-S 规则对基本概率指派组合有可能出现一票否决的情况, 对此可采用基于可变参数优化的相关证据合成方法^[9]、统一信度函数组合方法^[10] 等对基本概率指派组合进行改进, 从而提高作战效能评估的置信度.

参考文献

- [1] French S. Uncertainty and imprecision: Modeling and analysis[J]. Journal of the Operational Research Society, 1995, 46(1): 45–51.
- [2] Oberkampf W L, Helton J C, Sentz K. Mathematical Representation of Uncertainty[R]. AIAA, 2001-1645.
- [3] Cooper W W, Park K S. Models for dealing with imprecise data in DEA[J]. Management Science, 1999, 45(4): 597–607.
- [4] Pan J P, Yonael T, Saifur R. An interval-based MADM approach to the identification of candidate alternatives in strategic resource planning[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2000, 15(4): 1441–1446.
- [5] Kulak O, Kahraman C. Fuzzy multi-attribute selection among transportation companies using axiomatic design and analytic hierarchy process[J]. Information Sciences, 2005, 170(24): 191–210.
- [6] Agarwal H, Renaud J E, Preston E L. Trust region managed reliability-based design optimization using evidence theory[R]. AIAA, 2003-1779.
- [7] Bae H R, Grandhi R V, Canfield R A. Epistemic uncertainty quantification techniques including evidence theory for large-scale structures[J]. Computers & Structures, 2004, 82(12): 1101–1112.
- [8] Dempster A P. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping[J]. Annals of Mathematical Statistics, 1976, 38: 325–329.
- [9] 吴勇. 基于证据理论的多 Agent 智能决策支持系统研究 [D]. 合肥: 合肥工业大学, 2005.
Wu Y. Research on Multi-Agent Intelligent Decision Support Systems Based on Theory of Evidence[D]. Hefei: Hefei University of Industry, 2005.
- [10] Lefevre E, Colat O, Vannoorenbergh P. Belief function combination and conflict management[J]. Information Fusion, 2002, 3(3): 149–162.