

基于推理的组卷数学建模及其应用

刘贝贝, 肖明, 马晓敏

(烟台大学计算机学院, 烟台 264005)

摘要: 针对多目标约束空间优化的组卷问题, 采用目标参数降维和推理技术相结合的方法, 提出一种推理匹配组卷数学模型, 该模型具有动态规则库设计免维护、推理抽题满足用户主动参与组卷等特点, 能够提高试卷的实用性, 并可有效避免后续遗传算法组卷早熟现象。
关键词: 组卷; 指标体系; 推理

Mathematical Modeling in Composing Test Paper Based on Reasoning and Its Application

LIU Bei-bei, XIAO Ming, MA Xiao-min

(School of Computer, Yantai University, Yantai 264005)

【Abstract】 Aiming at the problem of Composing Test Paper(CTP) by using optimization of multi-objective constrained space, a CTP mathematical model is proposed to match the test parameters through reasoning, which is established by way of combining the target parameters dimensionality reduction with reasoning technology. The model has the design of maintenance-free rule base by forming dynamic rules and the advantages of the active participation of users in the course of CTP by reasoning, which can improve the practicality of test papers and effectively prevent premature convergence of CTP in genetic algorithm.

【Key words】 Composing Test Paper(CTP); parameter system; reasoning

1 概述

目前的智能组卷较多地使用遗传算法解决组卷中的多目标约束优化问题^[1-2], 这些目标约束之间本身是相互冲突的, 而非完全独立的, 不可能同时满足, 而组卷指标参数多必然增加组卷难度, 降低组卷效率和易形成未成熟收敛。同时, 忽略了人机交互中用户的主动性, 也就降低了试卷实用性。因此, 有必要研究智能组卷系统中的多目标指标体系, 并通过降维和推理机实现预选试题库解决以上问题。

2 组卷的模型建立和参数降维

计算机依据组卷目标和要求, 搜索试题库^[3]中属性参数相匹配的试题, 组成既符合大纲要求(专家组)又满足用户(教师和学生)要求的试卷, 因此, 组卷的理论基础主要涉及到组卷目标要求、状态空间、指标体系和问题求解的数学模型。

2.1 组卷问题的数学描述

为了描述组卷要求, 定义组卷参数指标体系: $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$, P 为试卷参数属性集, 对应题库中试题的属性变量, 即试卷参数变量; 定义 P 的理论值域: $V(p_i) = \{v_1, v_2, \dots, v_i, \dots, v_i\} (p_i \in P)$, $V(p_i)$ 为参数 p_i 的理论取值集, 其中, v_i 表示参数 p_i 的某一取值。定义选题指标: $G = \{H_{p1}, H_{p2}, \dots, H_{pm}\}$, 其中, $H_{pi} \subseteq V(p_i)$ 为一个属性参数 p_i 实际题库中的取值集合, 表示限定试题在该属性变量 p_i 上的实际取值范围是在理论值域范围内。

在组卷过程中, 试题看作是一个参数值的集合, 故可定义试题: $a = (id, v_{p1}, v_{p2}, \dots, v_{pm})$, 其中, id 为 a 在题库中的主键(试题序号); $v_{pi} \in V(p_i)$, v_{pi} 为试题 a 在属性参数 p_i 上的值。定义题库: $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$, 是一个有限试题的集合,

m 为题库试题数量。当使用一个选题指标 G 作用到题库 A 上时, 就可以得到一个试题集合: $S(G, A) = \{a/a \in A, \forall H_{pi} \in G, a.v_{pi} \in H_{pi}\}$, 此试题集合的各个属性 p_i 的取值在 H_{pi} 范围内。

2.2 组卷参数指标体系

参数指标体系^[3]可归纳为题型、章节、难度、认知度、使用次数、使用间隔、课时数、答题时间、预设分值、题量、区分度等 11 个基本指标, 即组卷参数指标: $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\} (n=11)$

可以看出, 如此多的指标, 使得组卷问题成为复杂的多约束条件的最优组合求解问题。这些参数有交叉, 指标之间并非完全独立, 可能造成组卷效果不理想或失败。因此, 满足条件的最优解不是唯一的。这就是实际组卷过程中, 只要求各项指标之间的平衡, 并不是要求以上指标约束条件都要在组卷的多目标优化中得到满足。

2.3 指标体系分类、降维与取值限定

首先, 对 11 维空间 P 进行降维减小组卷算法的复杂度。将组卷各项参数指标分为 4 类^[4]:

(1) 试题要求条件, 包括试题的难度、使用的次数、使用的时间间隔。

(2) 试卷格式(结构)要求条件, 包括题型分布、题量、试

基金项目: 山东省高等学校基础学科建设专项基金资助项目(06SZX04)

作者简介: 刘贝贝(1982-), 女, 硕士研究生, 主研方向: 人工智能, 智能组卷; 肖明, 教授、硕士; 马晓敏, 讲师、硕士

收稿日期: 2009-11-04 **E-mail:** xiaomingxy@gmail.com

卷预设分值、答题时间。

(3)考察试题内容和能力要求条件,包括内容覆盖面(章节)及所考内容的教学地位(课时数分配等)的比例约束和认知度要求。

(4)试卷质量要求条件,包括试卷难度分布、试卷总体区分度。

在以上4类指标中,第(1)类、第(3)类指标在推理机中使用,第(2)类指标可作如下降维处理:

(1)由于在组卷时根据试卷结构要求已预先将题库中的试题按题型分类,因此直接在相应的题型表中抽取即可,题型维度变量可以减少。

(2)同一题型试题课时数分解到章节,答题时间和题型分数预先由用户在初始化试卷结构时确定,并由此得出合理的各题型试题数量,故课时数、答题时间、预设分值、题量维度变量可以减少。

由此,针对同一题型 p_1 ,试题降维后变为一个6维状态空间(章节,难度,认知度,使用次数,时间间隔,区分度),即 $P = \{p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7\}$ 。

其次,限定题型 $V(p_1)$ 和章节取值范围 $V(p_2)$ 。在实际的教学过程中,教师有权依据考试目标、教学大纲和学生实际学习情况对考试章节和题型进行选取。因此,在组卷的开始由用户设置题型范围和章节(知识点)的选取,即限定题型参数 $H_{p1} \subset V(p_1)$ 和章节参数

$H_{p2} \subset V(p_2)$ 的范围。

3 推理匹配组卷模型和应用

事实上,题库中的试题不是所有参数的理论取值组合都有,也不是所有的题都参与组卷,如近期用过的题和使用次数过高的题,尽可能不用,以保证试卷的信度和效度。

采用推理机实现预选试题:(1)体现用户的主动参与性,用户可以根据考试目标有针对性选定出题的难度和认知度范围;(2)可以排除使用频率过高和理论参数组合不存在的试题,这样达不到要求的试题是不可能出现在试卷中的;(3)可减少遗传算法组卷的约束目标条件,缩小组卷范围,提高组卷效率。

推理因素分设为:必选因素(题型 p_1 、章节 p_2)和推理因素(难度 p_3 、认知度 p_4 、使用间隔 p_5 、使用次数 p_6)。前者查询搜索得到参选题,组成参选题库 Ac ,后者匹配确定预选试题,成为遗传算法组卷的预选题库 Ar 。

3.1 必选因素选择

用户在题库属性取值范围 $H_{pi} = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_k\}$ 中判断,选取结果为 $H'_{pi} \subseteq H_{pi}$,其中, $H_{pi} \subseteq V(p_i)$, H'_{pi} 为实际选取的取值范围, $i=1,2$,则题型和章节实际取值 $\{H'_{p1}, H'_{p2}\}$;每道题 a 都需要满足约束条件,即 $a.v_{pi} \in H'_{pi}$,得到参选题 $ac = (id, v_{p1}, v_{p2})$,而后形成参选题题号库 $Ac = \{ac_1, ac_2, \dots, ac_c\}$ 。必选试题集合为: $S(H'_{p1} \wedge H'_{p2}, Ac) = \{ac / ac \in Ac, H'_{pi} \subseteq H_{pi}, ac.v_{pi} \in H'_{pi}, i=1,2\}$

例如:用户选定题型 p_1 取值范围 $\{H_{p1} \subseteq V(p_1) | k=9\}$,实际选取值为

$$H'_{p1} = \{\text{单选题,多选题,填空题,操作题}\}$$

其中,计算、判断题、简答题、论述题和程序题等没有出。

选定的章节 p_2 取值范围 $\{H_{p2} \subseteq V(p_2) | k=10\}$,实际题库

选取值为: $H'_{p2} = \{\text{第一章,第二章,}\dots, \text{第八章}\}$,其中,假设第九章和第十章内容不在此次考试范围内。

由此在题库中, $H'_{p1} \wedge H'_{p2}$ 组合的试题将被选中,成为参选题。如某道题:

$(v_{p1} = \text{单选题} \in H'_{p1} \text{ and } v_{p2} = \text{第一章} \in H'_{p2})$,则此题为:

$ac(id, v_{p1} = \text{单选题}, v_{p2} = \text{第一章}, \dots)$

满足选题要求,则被确定为参选题,存入参选题题库 $Ac = \{ac_1, ac_2, \dots, ac_c\}$,其中, $id=1,2, \dots, c(c-m)$, id 为试题编码。

3.2 推理匹配预选试题

将难度、认知度、使用次数、时间间隔作为推理因素,故试题推理因素为4维空间: $Pr = \{p_3, p_4, p_5, p_6\}$,通过推理匹配得到的试题表示为 $ar = (v_{p3}, v_{p4}, v_{p5}, v_{p6}, id)$,其中, $\{p_3, p_4\}$ 因素在遗传算法组卷中用到,它影响组卷质量,因此,排在前面,而 $\{p_5, p_6\}$ 因素可由用户灵活选取来控制试题使用频率(曝光度),同时在遗传算法组卷中可减少此指标,此时同一题型指标降为4维空间,即 $P = \{p_2, p_3, p_4, p_7\}$ 。

3.2.1 推理规则库设计

4个推理因素的等级划分,即理论值范围 $V(p_i)$ 、等级编码 $C(p_i)$ 和规则编码 $RC(r)_{pi}$ 设计见表1。

表1 推理因素等级与编码规则库

| 等级 编码 $C(p_i)$ | 推理因素等级划分 $V(p_i)$ | | | | 规则库 $RC(r)_{pi}$ | | | |
|----------------------|-------------------|----------------------|----------------------|----------------------------|------------------|--------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| | 难度 $V(p_3)$ | 认知 分类 $V(p_4)$ | 使用 次数 $V(p_5)$ | 时间 间隔 $V(p_6)/$ 年 | $RC(r)_{p3}$ | $RC(r)_{p4}$ | $RC(r)_{p5}$ | $RC(r)_{p6}$ |
| 1 | 易 | 识记 | 0~2 | 0~1.5 | 1:1'2,32,20 | | | |
| 2 | 易中 | 领会 | 2~4 | 1.5~3 | 22'3,44,38,70 | 1:12',32,20 | | 1:12,32'20 |
| 3 | 中 | 运用 | 4~7 | 3~4.5 | 33'4,33,40 | 22,3'4,4,38,70; 44,3'4,4,50 | 1:1,2,3',2,20; 3,3,4,3',3,40 | 3,3,4,3,3',40 |
| 4 | 中难 | 分析 | >7 | >4.5 | 44'3,44,4,50 | 33,4',3,3,40 | 22,3,4',4,38,70; 4,4,3,4',4,50 | 22,3,4,4',38,70; 4,4,3,4,4',50 |
| 5 | 难 | 综合 | NULL | NULL | | | | |
| 6 | NULL | 评价 | NULL | NULL | | | | |

(1)等级编码取值范围: $C(p_i) = \{c_1, c_2, \dots, c_k\}$,当 $i=3 \neq 5 \neq 6$,则 $k=5 \neq 4 \neq 4$ 。

(2) id 号题的规则编码: $RC(r)_{pi} = \{r, c_{p3}, c_{p4}, c_{p5}, c_{p6}, id\}$, $c_{pi} \in C(p_i)$,均为合取;每一题都对应有一条规则,即第 r 条规则,其中, $RC(r)_{p3} = RC(r)_{p4} = RC(r)_{p5} = RC(r)_{p6}$ 为同一条 r 规则。

(3)规则编码: $RC(r)_{pi} = \{r, c_{p3}, c_{p4}, c_{p5}, c_{p6}, ID_r\}$, $c_{pi} \in C(p_i)$, r 为规则编号; $ID_r = \{id_1, id_2, \dots, id_l\}$ 为一条规则 r 对应的题号集; l 为一条规则对应题号数量。每题 id 都对应有一条规则 r ,每条规则 r 不一定对应一道题,也可能对应几道题 ID_r 。如第一、第二和第五章中都有同一规则的试题。

通过规则 $RC(r)_{pi}$ 的匹配推理,从参选题库 Ac 中抽取确定存在的,并且满足用户对推理4因素要求的预选试题 ar ,形成推理预选试题号库 $Ar = \{ar_1, ar_2, \dots, ar_r\}, r = c$ 。

由于试题被使用的时间间隔和使用次数2个因素,即 $\{p_5, p_6\}$ 是随着抽题组卷考试后属性值的自动更新而被更新(可能提升一个等级编码),故规则库应随之变化,因此规则库设计是在推理前,从试题库中依据推理因素 Pr 的实际属性值 v_{pi} 匹配对应编码 c_{pi} 组成规则编码 $RC(r)_{pi}$ 后填入规则库

中,即规则库是动态生成的,不需要专门更新维护。

例如:依据试题实际属性值 v_{pi} ,形成编码规则 $RC(r)_{pi}$ 。

当 $id=38,70$ 号试题: $ac=\{易中,运用,>7次,>4.5年,38,70\}$,则由表 1 中推理因素等级划分 $C(p_i)$ 可知,该题规则编码为: $RC(2)_{pi}=\{2,2,3,4,4,38,70\}$ 构成 $r=2$ 号规则,其中 $i=3,4,5,6$,则: $RC(2)_{p3}=RC(2)_{p4}=RC(2)_{p5}=RC(2)_{p6}=\{2,2,3,4,4,38,70\}$ 。

另设 $id=40$ 号试题: $ac=\{中,分析,4-7次,3-4.5年,40\}$;规则 3 编码: $RC(3)_{pi}=\{3,3,4,3,3,40\}$ 。 $id=50$ 号试题的规则 4 编码: $ac=\{中难,运用,>7次,>4.5年,50\}$, $RC(4)_{pi}=\{4,4,3,4,4,50\}$ 。依次类推。

根据规则库 $RC(r)_{pi}$ 中 $RC(r)_{p3}, RC(r)_{p4}, RC(r)_{p5}, RC(r)_{p6}$ 字段列,按其编码行 k 将 $RC(r)_{pi}$ 放入,即填入 $\{C(p_i), RC(r)_{pi}\}$ 行列单元格、分号隔开,形成推理规则库,以便推理抽题使用。如规则 1 编码 $RC(1)_{pi}=\{1,1,2,3,2,20\}$,分别按 $RC(r)_{pi}$ 的 4 列的 1,2,3,2 行放入即可(见表 1)。

3.2.2 推理匹配题过程

用户意愿选择的 4 因素属性值所对应的意选题 $ar=\{v_{p3}, v_{p4}, v_{p5}, v_{p6}, id\}$ 与某些规则 $RC(r)_{pi}$ 可以匹配,说明参选题库 Ac 中有此类题,则该类题 id 被选中,构成预选题题库 Ar 。 p_i 属性值编码 $C(p_i)$ 转换为实际范围 H_{pi} ,表示为: $C(p_i) \Rightarrow H_{pi}$;类似地,用户已选取的实际属性值范围转换为编码,表示为: $H'_{pi} \Rightarrow C'(p_i)$ 或 $C'(p_i) \Leftarrow H'_{pi}$ 。

推理过程如下:首先显示参选题库 Ac 中的 p_3 属性实际取值范围: $H_{p3}=\{H_{p3} \Leftarrow C(p_3) | C(p_3) \in RC(id)_{p3}, H_{p3} \subseteq V(p_3)\}$,即通过规则库的 $RC(r)_{p3}$ 匹配出 $C(p_3)$ 后转换为 H_{p3} ,供用户第 1 次选择;

第 1 次选取:界面显示 H_{p3} ,用户选取 $H'_{p3}=\{H'_{p3} | H'_{p3} \subseteq H_{p3}\}$; IF $[H'_{p3} \Rightarrow C'(p_3)] \in RC(r)_{p3}$ THEN $[C(p_4) \in RC(r)_{p3}] \Rightarrow H_{p4}$ 。

第 2 次、第 3 次选取同上。

第 4 次选取:在 H_{p6} 中,用户选取 $H'_{p6}=\{H'_{p6} | H'_{p6} \subseteq H_{p6}\}$; IF $[C'(p_3) \text{ and } C'(p_4) \text{ and } C'(p_5) \text{ and } C'(p_6) \Leftarrow H'_{p6}] \in RC(r)_{p6}$ THEN 匹配规则 r 和试题编号 id 。

构成参选题集合为: $Sr(RC(r)_{pi}, Ar) = \{ar | ar \in Ar, H'_{pi} \subseteq H_{pi} \subseteq V(p_i), ar.v_{pi} \in H'_{pi}\}$ 且 $\{[C(p_i) \Leftarrow H'_{pi}] \in RC(r)_{pi}, Ar \subseteq Ac, i=3,4,5,6\}$ 。

例如:第 1 推理因素试题难度 p_3 理论上 $V(p_3)$ 有 5 个等级 $k=5$,实际上 H_{p3} 为 3 个,供用户第 1 次选择,见表 1 规则库 $RC(r)_{p3}$ 。

第 1 次用户意愿选择: $H'_{p3}=\{易,易中,中,中难\}$,转换为编码 $C'(p_3)=\{1,2,3,4\}$,由表 1 匹配出 4 条规则 $r=1,2,3,4$,涉及到 5 道试题 $id=20,38,40,50,70$,匹配出 p_4 代码: $C(p_4)=\{2,3,4\} \in RC(r)_{p3}$,将其转换为第 2 推理因素 p_4 试题认知度 $H_{p4}=\{领会,运用,分析\}$,供用户第 2 次选择。

第 2 次用户意愿选择: $H'_{p4}=\{运用,分析\}$,转换为编码 $C'(p_4)=\{3,4\}$,则 $[C'(p_3), C'(p_4)]=\{2,3';3,4';4,3'\} \in RC(r)_{p4}$,由表 1 匹配出 3 条规则 $r=2,3,4$,涉及到 4 道试题 $id=38,40,50,70$ 推出 $C(p_5)=\{3,4\} \in RC(r)_{p5}$,转换为第 3 推理因素 p_5 试题使用次数 $H_{p5}=\{4-7次,>7次\}$,供用户第 3 次选择。

第 3 次用户意愿选择: $H'_{p5}=H_{p5}=\{4-7次,>7次\}$,转换为编码 $C'(p_5)=\{3,4\}$,则 $[C'(p_3), C'(p_4), C'(p_5)]=\{2,3,4';3,4,3';4,3,4'\} \in RC(id)_{p5}$,由表 1 匹配出 3 条规则 $r=2,3,4$,涉及到 4 道试题 $id=38,40,50,70$ 推出 $C(p_6)=\{3,4\} \in RC(id)_{p6}$,转换为第四推理因素 p_6 时间间隔 $H_{p6}=\{3-4.5年,>4.5年\}$,供用户第 4 次选择。

第 4 次用户意愿选择: $H'_{p6}=H_{p6}=\{3-4.5年,>4.5年\}$,转换为编码 $C'(p_6)=\{2,4\}$,则 $[C'(p_3), C'(p_4), C'(p_5), C'(p_6)]=\{2,3,4,4';3,4,3,3';4,3,4,4'\}$,匹配 3 条规则 $r=2,3,4$,推出预选题编号为: $id=38,40,50,70$ 。

4 结束语

本文结合实际问题分析,依据组卷数学模型分析建立参数降维、推理匹配抽题数学模型,阐述推理匹配抽题过程和应用,可以满足用户参与组卷的需求,提高了试卷实用性。其中,动态生成推理规则库的设计可减少其维护。组卷参数指标体系分类分析和推理技术使用,实现组卷参数降维和取值范围控制,使下一步遗传算法组卷的成熟收敛成为可能。

参考文献

- [1] Fonseca C M, Fleming P J. Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation, Discussion and Generation[C]//Proc. of the 5th Int'l Conf. on Genetic Algorithms. [S. l.]: IEEE Press, 1993.
- [2] 陆亿红,柳红.基于整数编码和自适应遗传算法的自动组卷[J].计算机工程,2008,34(23):232-233.
- [3] 余胜泉,姚顾波,何克抗.通用题库组卷算法策略[M].北京:北京师范大学出版社,1999.
- [4] 路景.基于改进遗传算法的智能组卷研究[D].长沙:中南大学,2007.

编辑 陈文

(上接第 194 页)

5 结束语

本文算法通过引入敏感粒子来探测外界环境变化,当外界环境的变化程度超过一定阈值时,以适当的方式作出响应。本文为进一步研究并改进粒子群优化算法提供了参考。

参考文献

- [1] Kennedy J, Eberhart R C. Particle Swarm Optimization[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. [S. l.]: IEEE Press, 1995: 1942-1948.
- [2] Eberhart R C, Kennedy J. A New Optimizer Using Particle

Swarm[C]//Proceedings of the 6th International Symposium on Micro Machine and Human Science. Nagoya, Japan: IEEE Press, 1995: 39-43.

- [3] 阳春华,谷丽娜,桂卫华.自适应变异的粒子群优化算法[J].计算机工程,2007,33(16):188-190.
- [4] Eberhart R C, Shi Yuhui. Tracking and Optimizing Dynamic Systems with Particle Swarms[C]//Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation. Seoul, Korea: [s. n.], 2001: 94-100.

编辑 陈晖