

杨 兆,孙和平,雷湘鄂等. 基于分层结构参数变化的地球自由振荡简正模研究. 地球物理学报, 2010, **53**(4):815~824, DOI: 10.3969/j.issn.0001-5733.2010.04.006

Yang Z, Sun H P, Lei X E, et al. Study of normal mode based on the changes of stratified structure parameters. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2010, **53**(4):815~824, DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2010.04.006

基于分层结构参数变化的地球自由振荡简正模研究

杨 兆^{1,2,3}, 孙和平^{1,2}, 雷湘鄂^{1,2}, 陈晓东^{1,2}

1 中国科学院测量与地球物理研究所, 武汉 430077

2 中国科学院动力大地测量学重点实验室, 武汉 430077

3 中国科学院研究生院, 北京 100049

摘 要 大地震激发导致的地球自由振荡可为获得地球深部结构提供重要手段, 通过理论计算自由振荡简正模的本征周期, 并与实测结果进行比较, 可为地球深内部结构和新地球模型的研究提供有效约束. 采用微分方程数值积分技术和 G-D1066A 地球模型, 本文计算了 0~48 阶的 187 个球型自由振荡简正模的本征周期, 将计算结果与 Gilbertt 和 Dziewonski 等 3 组模型理论结果及 Ness 等 4 组观测结果进行比较, 相对偏差在 0.3% 以内. 分析说明由于考虑了地幔、外核和内核等不同分层密度和拉梅参数变化的影响, 获得了较高精度的地球自由振荡简正模周期. 本文提供的理论计算结果可为修正真实地球内部参数提供有效参考.

关键词 地球球型自由振荡, 数值积分法, G-D1066A 模型, 地球深部结构

DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2010.04.006

中图分类号 P312

收稿日期 2009-11-29, 2010-03-01 收修定稿

Study of normal mode based on the changes of stratified structure parameters

YANG Zhao^{1,2,3}, SUN He-Ping^{1,2}, LEI Xiang-E^{1,2}, CHEN Xiao-Dong^{1,2}

1 Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430077, China

2 Key Laboratory of Dynamic Geodesy, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430077, China

3 Graduate University of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract The research of Earth's free oscillations generated by large earthquakes gives important support to the study of Earth's deep internal structure. By comparing calculated normal mode eigenperiods with observations can offer an efficient constraint in the research of Earth's internal structure and new earth model. Using numerical integration method and Earth model G-D1066A, we obtain 187 eigenperiods between angular order 0 and 48. The relative errors between our results and previous three theoretical or four observed results are under 0.3%. The analysis shows that because the effects of density and Lamé's parameters in different layers of Earth's interior are considered, the eigenperiods we obtained have good precision. The theoretical results given in this paper can give effective reference for revising the parameters of real Earth's interior.

Keywords Spheroidal oscillation of the Earth, Numerical integration, Earth model G-D1066A, Earth's deep internal structure

1 引言

研究表明,大地震激发除能产生涉及地球局部运动的体波和面波外,还将激发全球规模的地球自由振荡.由于地球自由振荡的频率与地球内部的结构有密切的关系,我们可以利用大地震期间记录的地球自由振荡的反演来研究地球内部的密度和拉梅参数等重要参数.另一方面,如果我们对地球内部结构具有比较详细而可靠的了解,就可以通过求解地球的弹性运动方程理论上推求各阶次自由振荡简正模的频率.将观测到的和根据各种地球模型计算得到的地球自由振荡周期比较,又获得了另外一种独立于地震体波研究地球内部物理参数随深度变化的方法.地球自由振荡研究已成为研究地球内部结构的重要手段之一,它对探求地球内部结构的作用表现在,将地球自由振荡的观测值与模型给出的理论值进行比较,利用反演方法,可以进一步改善原有的地球模型,以更好地研究地球的内部特征^[1].地球自由振荡存在两种基本振型,即球型振荡和环型振荡.在不考虑地球自转时,球型振荡可以用 ${}_nS_l$ 表示,其中 l 和 n 分别是球型振荡球谐展开的阶数和次数.球型振荡有两种振动方式:基频振荡($n=0$)和谐频振荡($n\neq 0$).环型振荡不能在液态外核中传播,位移无径向分量,而球型振荡能在整个地球内部传播,并且能引起地球内部物质密度的变化,从而能引起重力的变化,重力仪和应变地震仪等均可记录到这种振荡.因此球型自由振荡简正模的理论计算有其实际的重要应用价值.

通常可将地球自由振荡满足的二阶偏微分方程本征值问题化为一阶常微分方程组的本征值问题^[2],计算机的引入为解算这类本征值问题提供重要手段的同时又产生了新的数值计算问题,如舍入误差影响、稳定性等问题. Takeuchi 和 Saito^[3]解决了积分初值选取问题,并提出如果要使积分误差得到控制必须由下向上(即由地心向地球表面)进行积分.在此之后,我国学者采用数值积分方法曾成功解算了球型自由振荡简正模,研究了涉及固核-液核-固幔模型(简称 SLS 模型)的边界问题,给出了对 SLS 模型的完整解算方案^[4].最近的尝试是严珍珍等^[5]利用有限谱元法计算特大地震激发的弹性波在地球内的传播过程,准确地重现了长周期环型振荡的频率.此外我国学者^[6~13]也做了很多检测工作,得到了一些有意义的检测结果.

本文基于 G-D1066A 地球模型^[14],采用常微分方程组数值积分的四阶龙格库塔法解算球型自由振荡简正模.计算方案总体与前人的相似,不同的是考虑了分层密度和拉梅参数变化对地球自由振荡简正模周期的影响,另外在边界处的联接方法方面也有不同,选取了更加合理的积分步长和更低的舍入误差.

2 计算原理和方法

若顾及相对球对称状态的偏离,地球的弹性运动方程解算起来是非常复杂的.所幸地球扁率和横向不均匀性的影响是微小量,作为一级近似,在将地球看作球对称体的前提下仍然能够得到相当高的精度^[15].对于一个以流体静力平衡状态作为初始应力状态的球对称自转地球模型,可引入 8 个中间变量将地球弹性运动方程进行简化,得到一个常微分方程组^[16].如果忽略科里奥利力的作用,这个方程组中的 6 个变量(球型场变量)与其他 2 个变量(环型场变量)互相无关,该方程组化为球型振荡和环型振荡的两个方程组.其中,与球型振荡相关的 6 个变量为球型场径向位移 y_1 , 径向应力 y_2 , 切向位移 y_3 , 切向应力 y_4 , 引力位的扰动 y_5 及其径向导数 y_6 .

球型自由振荡所满足的常微分方程组:

$$y'_i = f(r, \rho, \lambda, \mu, y_j, \sigma) \quad i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad (1)$$

方程组的具体形式已在前人的工作中给出^[2, 4]. (1)式等号左边右上角的“'”代表对半径的一次导数,右边括号内 r 代表半径, σ 为角频率, λ 和 μ 为拉梅参数, ρ 为密度.需要注意的是,方程组 (1)只适用于固态介质(内核,地幔).对于外核,则有 $\mu = 0$,因而必有 $y_4 = 0$,此时方程组蜕化为只包含分别关于 y_1, y_2, y_5 和 y_6 的 4 个常微分方程以及作为条件,关于 y_3 的 1 个非常微分方程.对于纯球型解($l=0$), $y_3 = y_4 = 0$,方程组 (1)在内核、外核和地幔中蜕化为统一形式,求解过程与解环型振荡简正模 ${}_nT_l$ 的情况完全一样,具体过程可参考文献^[17].

在解算过程中,由于 r, ρ 和 μ 的单位相差悬殊,我们采用规格化进行计算,才不致在计算中产生困难.假定半径 r 以地球半径 $a = 6.371 \times 10^8$ cm 为单位, ρ 及 μ 则分别以地球中心的参数为单位,以 ρ^* 和 λ^* 代表,并且设 $y_1 = aZ_1, y_2 = \lambda^* Z_2$.重力的基数为 $g^* = \lambda^* / (a\rho^*)$.于是将各自变数 y_1, \dots, y_6 改写为 Z_1, \dots, Z_6 如下:

$$\begin{cases} Z_1 = y_1/a, & Z_2 = y_2/\lambda^*, & Z_3 = y_3/a, \\ Z_4 = y_4/\lambda^*, & Z_5 = y_5/ag^*, & Z_6 = y_6/g^*. \end{cases} \quad (2)$$

G-D1066A 模型对应的以上各基数具体数值及所需换算已在杨兆等^[17]的文章中给出。

对于球型振荡来说,主要的间断面是内核-外核边界(IOB)和核幔边界(CMB)和地表,在 IOB 和 CMB 上的边界条件,或称连续条件:

$$\begin{cases} Z_1, Z_2, Z_4, Z_5, Z_6 \text{ 连续} \\ Z_4(b) = Z_4(c) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

其中 c, b 分别为 IOB 和 CMB 的半径. 地球表面的边界条件:

$$\begin{cases} Z_2(a) = 0, & (4a) \\ Z_4(a) = 0, & (4b) \\ (l+1)Z_5 + Z_6 = 0. & (4c) \end{cases}$$

(4c)式中第一项的系数应该是 $(l+1)/a$, a 是地球半径,所以在地表上相对半径为 1. 注意到 $r=0$ 是方程组(1)的奇点,从物理意义出发必须补充 3 个正则条件:

$$\begin{cases} \lim_{r \rightarrow 0} Z_1(a) = 0, \\ \lim_{r \rightarrow 0} Z_3(a) = 0, \\ \lim_{r \rightarrow 0} Z_5(a) = 0. \end{cases} \quad (5)$$

对于固体地球模型或外核-内核模型,从地心向上积分时,(4)式和(5)式给出了(1)式精确到一任意常数的唯一解. 注意到内核与地幔中的运动方程完全一致,于是在内核内的完整解必须是 3 个满足正则条件(5)的独立解的线性组合:

$$y_i = C_1 Z_{i1} + C_2 Z_{i2} + C_3 Z_{i3}, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad (6)$$

$\{Z_{i1}\}, \{Z_{i2}\}, \{Z_{i3}\}$ 代表 3 个线性无关的解向量, C_1, C_2, C_3 为待定常数.

在解算过程中,我们通过数值积分,到达内外核边界处. 由于外核内 $\mu=0$,微分方程减小到 4 个. 在这里我们只能是由这 3 个独立的解向量求出满足 $Z_4=0$ 的两个独立解向量,本文中以 Z_{i1} 和 Z_{i3} 表示,并对这两个解向量在外核内进行数值积分. 在推算能够满足 3 个边界条件的本征频率时,至少应该有三组数据. 因此在核幔边界处,除了由地心起算值推算过来的两个线性无关的解向量外,还要再增加一个解向量 Z_{i4} (待定常数为 C_4),作为起算值向外推算. 这三组线性无关的解向量推算到地球表面时,得到齐次方程组:

$$\begin{cases} C_1 Z_{21} + C_3 Z_{23} + C_4 Z_{24} = 0, \\ C_1 Z_{41} + C_3 Z_{43} + C_4 Z_{44} = 0, \\ C_1 Z_{71} + C_3 Z_{73} + C_4 Z_{74} = 0. \end{cases} \quad (7)$$

(7)式有非零解的充要条件是系数行列式为零,最后得到决定本征频率的特征方程:

$$\Delta = \begin{vmatrix} Z_{21}(a) & Z_{23}(a) & Z_{24}(a) \\ Z_{41}(a) & Z_{43}(a) & Z_{44}(a) \\ Z_{71}(a) & Z_{73}(a) & Z_{74}(a) \end{vmatrix} = 0, \quad (8)$$

其中 $Z_{ij}(a) = (l+1)Z_{5j}(a) + Z_{6j}(a), j = 1, 3, 4$.

上述方法与方明的方法^[4]在边界的联接方法上有所不同. 方明在内外核边界处采用建立一个约束条件方程的方式,让三组初始解都继续传播,最后得到的特征方程是一个四阶行列式. 本文最后求解的是三阶行列式,计算过程较简单. 此外结合本文的第 3 节及第 5 节内容,考虑地幔、外核和内核等不同分层密度和拉梅参数的变化对简正模周期影响的差别,采取不同的分层方式进行解算. 例如解算 10 阶以上基频振型时地核内增设的节点数比解算 10 阶以内的少,经验证,计算简化的同时,结果具有很好的稳定性及较高精度.

3 球型场变量在地球内部的径向分布及讨论

球型场各变量的物理意义不同,受密度和拉梅参数变化的影响各不相同. 了解这 6 个变量特别是其中的球型场径向位移 Z_1 、径向应力 Z_2 、切向位移 Z_3 、切向应力 Z_4 及引力位的扰动 Z_5 在地球内部不同深度的分布,对于球型自由振荡的研究是很有实际意义的. 图 1~5 给出了 2~10 阶基频振型的变量随深度的分布情况,图中横坐标的值代表相对半径,在地心时等于 0,在地表时等于 1. 纵坐标的值都是以地表处 $Z_1=1$ 进行归一化后得到的相对值.

图 1 给出径向位移 Z_1 在地球内部的分布,从图中可以看出,在低阶的情况下 Z_1 变化较大,超过 9 阶,则变得比较规则,且阶越高,越向地球上层集中. 2~5 阶时, Z_1 的最大值发生在核幔边界附近,7 阶以上最大值发生在上地幔附近,10 阶时内核内的 Z_1 已极为微小. 图 2 给出径向应力 Z_2 在地球内部的分布, Z_2 有两个明显的峰值,且随着波阶的增高,核幔边界处的峰值越来越接近于零,而地幔内的峰值逐步向地幔上部集中.

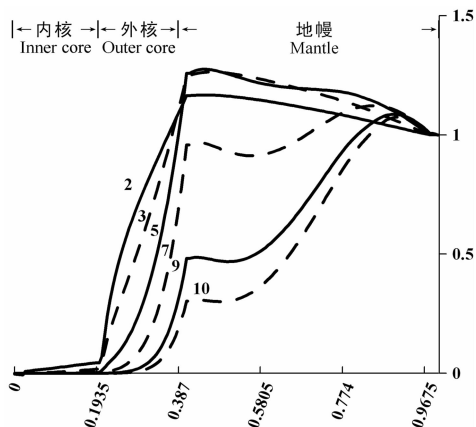


图 1 径向位移在地球内部的分布

Fig. 1 Distribution of radial displacement in Earth's interior

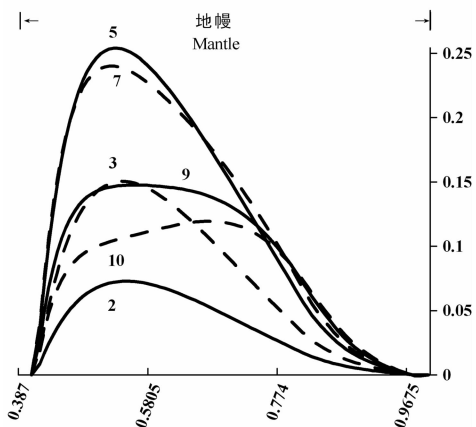


图 4 切向应力在地球内部的分布

Fig. 4 Distribution of lateral stress in Earth's interior

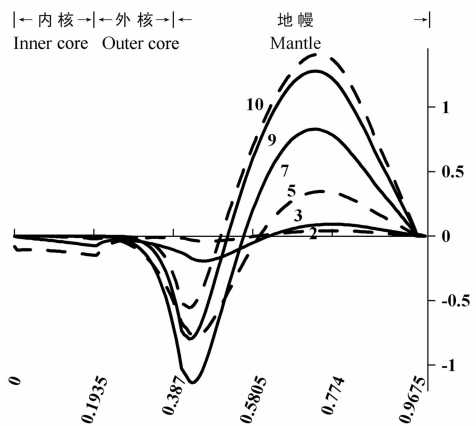


图 2 径向应力在地球内部的分布

Fig. 2 Distribution of radial stress in Earth's interior

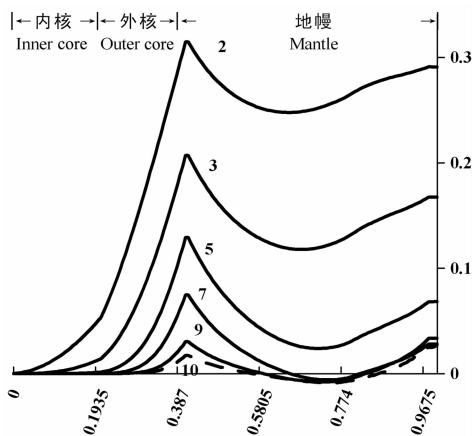


图 5 引力位的扰动在地球内部的分布

Fig. 5 Distribution of potential perturbation in Earth's interior

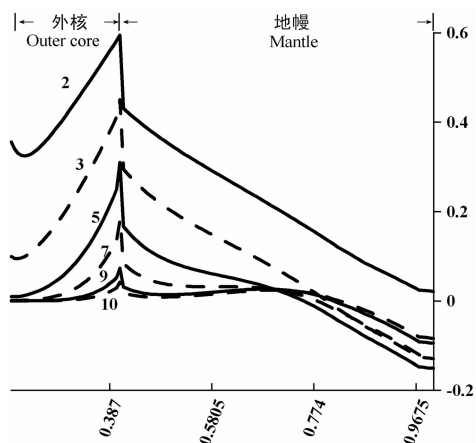


图 3 切向位移在地球内部的分布

Fig. 3 Distribution of lateral displacement in Earth's interior

应力被隔离,因此图 4 只给出切向应力 Z_4 在地幔中的变化. 随着波阶号的增高, Z_4 变化明显的区域由地幔下部向地幔上部集中. 引力位的扰动 Z_5 只有在低阶的情况下比较明显, 高于 9 阶时 Z_5 本身就极微小, 变化更微小.

球型场各变量在地球内部的分布情况可作为研究特定阶次简正模时的参考.

4 球型振荡本征周期的计算结果及讨论

Gilbert 和 Dziewonski 根据全球地震台网 (WWSSN) 的观测资料分析出大量的各阶、次简正模, 并且由此反过来推算出十分详细的地球内部密度和拉梅参数分布表, 通常称为 1066A 地球模型和 1066B 地球模型. 两者的初始模型分别是 508 模型 (Gilbert 和 Dziewonski 1973) 和 B1 模型 (Jordan 和 Anderson 1974) [14]. 本文采用 G-D1066A 模型, 选取三组线性无关的解向量进行数值积分, 在数值积

图 3 给出切向位移 Z_3 在外核及地幔的分布. 在低阶时, 切向位移的变化较明显, 超过 10 阶时, 其数值本身就已很微小, 因此变化更小. 外核的存在不仅使得外核内不存在切向应力, 也使得内核中的切向

分的过程中考虑了步长选择、插值方法及舍入误差等影响,计算了 187 个球型振荡简正模的本征周期.表 1 中列出了本文计算的 ${}_0S_0 \sim {}_0S_{48}$ 周期的理论值,G-D1066A 模型^[14],Derr 模型^[18]和 Jordan^[19]等模型的理论值,以及 Ness^[20],Derr^[18]和 Gilbert 和 Dziewonski 等^[21]用常规仪器观测到的 3 组观测值和雷湘鄂等^[12]用超导重力仪观测到的一组观测值.表 1 中 0S0~0S48 分别代表 ${}_0S_0 \sim {}_0S_{48}$.表 2 列出了本文计算的 2~40 阶所有周期大于 200 s 的 1~5 次谐频振型和相应的 Gilbert 和 Dziewonski(1975)给出的结果^[14](简称 G-D75).

由表 1 和表 2 可知,本文计算结果与 G-D75 比较,本征周期变化的一般规律为:固定波阶 l ,泛音级 n 越大差别越小,同时泛音级 n 固定, l 越大时差别越小.最大差别发生在 ${}_0S_3$ 处,两种结果相差 0.32 s.到了 $l=16$ 时,差别小于 0.1 s,到了更高阶则不大于 0.05 s,目前还无法找到这种差别的原因.首先我们并不清楚 Gilbert 和 Dziewonski 的计算方案,其次即使计算方案相同,数值分析上采取的一些步骤,诸如步长选择、插值方法、舍入误差等仍然会影响计算结果.试验表明,对 ${}_0S_2$ 用在 1066A 两节点等分点处增设节点这样不等分步长积分的结果与用样条插值、等积分步长得到的结果相比有 0.06 s 的差异.表 2 中带有 * 号的值是 Masters 等^[12]给出的 PREM 模型理论值,因为 G-D75 未给出这些振型的理论值.本文结果与这些值比较,高于 10 阶的简正模周期相差 2 s 以内,而在等于或低于 10 阶的则相差较大.

为了便于将计算得到的 ${}_0S_0 \sim {}_0S_{48}$ 的周期值与以前这 3 组理论值和 4 组观测值进行比较,在分别计算它们的每一个振型与本文计算结果相对偏差的基础上,将 ${}_0S_0 \sim {}_0S_{48}$ 依次分成 8 个振型段(RNM),对每段内 6 个振型的相对偏差取平均值得到平均相对偏差.图 6a 给出了与这 3 组理论值和 4 组观测值比较得到的平均相对偏差.由于采用同一模型,G-D75 与本文的相对偏差最小,不超过 0.23%.Derr 模型的相对偏差最大,可达到 2.91%,Jordan 和 Anderson 模型(简称 J-A 模型)是采用 Derr 模型的固态内核,综合体波、面波频散和自由振荡周期三种类型资料联合反演所得,与本文结果的平均相对偏差比 Derr 模型的小,一般小于 1%,最大也不超过 1.2%.本文 ${}_0S_0 \sim {}_0S_{48}$ 振型的结果与 G-D75,J-A 模型理论值以及雷湘鄂等的观测值的相对偏差通常小于 2%,最大不超过 3%(图 6b),有些振型与雷湘鄂的

最新观测值相比有一定的差异,这可能是由于本文计算模型与真实地球在各向异性等方面的差异引起的,有待进一步研究.

5 不同深度参数变化对基频振型本征周期的影响

为了检验地幔、外核内核等分层的密度和拉梅参数变化对基频振型周期的影响,进行了分层计算.从地心开始,将内核分为 4 层(1~4 层,每层厚度 300 km 左右),外核分为 4 层(5~8 层,每层厚度 550 km 左右),外加地幔的 8 层(9~16 层,每层厚度 350 km 左右)共 16 层,逐步将各层的密度和拉梅参数分别变化,以检算这种变化对于基频振型周期的影响.

将各层的密度分别减小 2%,密度变化将使重力发生变化,必须同时加以变化.表 3 中给出了波阶 $l=2,3,5,7,10,15,20,25,30,35$ 及 40 等基频振型周期的变化.从表中可以看出,一般说来,密度减小将使本征周期减小,但是 2 阶和 3 阶的本征周期在外核及下地幔有反常现象,其物理原因有待进一步探讨.密度减小 2%时地核(包括内核和外核)的密度变化只对低阶振型产生影响,特别是内核密度的变化只对 2 阶基频振型产生影响.2 阶和 3 阶基频振型周期的最大增量发生在外核最外层,此处的周期分别增加了 6.32 s 和 2.72 s,在地幔的最内层周期也是增大的,再往上则这两个基频振型的周期都因密度的减小而减小,且总体趋势是越靠近地表影响越大.7 层以内密度减小 2%对 10 阶以上的基频振型周期无影响,表明 10 阶以上基频振型的密度影响区域在 1066A 模型深度 3451.1 km 以上至地表.同理可以看到 15~30 阶以上基频振型的密度影响区域在地幔,35 阶以上基频振型的密度影响区域在上地幔.

将各层的拉梅参数(λ 和 μ)分别减小 2%(外核内 μ 除外,因为剪切波不能在外核内传播, μ 始终为零).如表 4 所示,剪切模量 μ 减小 2%时,2 阶和 3 阶基频振型周期的最大变化发生在地幔最内层,分别增加了 4.58 s 和 3.44 s,越向地表靠近,周期变化越小. μ 减小对基频振型影响一般规律是,随着波阶号的增高,对基频振型周期影响最大的区域逐渐从地幔最上层向地表靠近,如 5 阶时最大值发生在第 11 层,10 阶时是第 13 层,30 阶时是第 15 层,大于 30 阶时则都在第 16 层.与 μ 不同, λ 与压缩波有关,而压缩波能在外核内传播,因此外核内 λ 的变化

表 1 本文结果与其他 3 组理论值和 4 组观测值的比较(单位:s)

Table 1 Comparison between theoretical results in this paper and previous three theoretical or four observed results (unit: s)

振型	本文结果	理论值 1	理论值 2	理论值 3	观测值 1	观测值 2	观测值 3	观测值 4
0S0	1230.62	1230.48	1227.19	1227.61	1227.54	1227.7	1227.64	1227.64
0S2	3232.56	3232.35	3232.39	3232.45	3224.97	3233.1	3233.30	3233.30
0S3	2134.73	2134.41	2134.08	2134.13	2129.01	2139.2	2133.56	2133.56
0S4	1546.17	1545.90	1545.71	1545.82	1546.60	1546.0	1547.16	1547.30
0S5	1190.65	1190.42	1190.57	1190.42	1190.65	1188.4	1189.30	1190.12
0S6	963.95	963.74	964.18	963.72	963.16	962.3	963.94	963.17
0S7	812.56	812.38	812.95	812.24	812.31	809.1	811.67	811.45
0S8	708.15	708.00	708.54	707.70	707.55	707.7	707.57	707.64
0S9	634.25	634.13	634.47	633.69	634.00	634.0	634.01	633.95
0S10	579.83	579.72	579.81	579.19	579.98	579.3	580.04	580.08
0S11	537.52	537.42	537.28	536.87	535.92	536.8	536.46	536.56
0S12	502.96	502.87	502.56	502.34	502.03	502.3	502.03	502.18
0S13	473.78	473.69	473.26	473.21	473.19	473.2	473.05	473.14
0S14	448.61	448.52	448.01	448.10	447.92	448.4	448.37	448.28
0S15	426.60	426.53	425.94	426.16	426.14	426.3	426.19	426.24
0S16	407.17	407.09	406.46	406.79	406.50	406.8	406.54	406.77
0S17	389.88	389.80	389.13	389.56	389.60	389.3	389.37	389.31
0S18	374.37	374.29	373.59	374.10	373.84	373.9	373.39	373.89
0S19	360.37	360.30	359.57	360.14	360.51	361.5	360.57	360.20
0S20	347.66	347.59	346.84	347.47	347.87	347.3	347.39	347.82
0S21	336.05	335.99	335.21	335.88	336.14	335.8	335.80	336.00
0S22	325.39	325.32	324.54	325.23	325.48	324.8	325.07	325.31
0S23	315.54	315.48	314.68	315.38	315.51	315.5	315.11	315.43
0S24	306.40	306.34	305.54	306.24	306.25	306.3	306.10	306.25
0S25	297.87	297.82	297.03	297.72	297.77	297.6	297.54	297.71
0S26	289.90	289.84	289.06	289.74	289.66	289.9	289.48	289.69
0S27	282.40	282.35	281.58	282.25	282.30	281.8	282.38	282.34
0S28	275.33	275.28	274.54	275.18	275.23	275.2	274.87	275.06
0S29	268.65	268.60	267.88	268.49	268.68	268.4	268.27	268.44
0S30	262.31	262.26	261.57	262.15	262.24	262.1	261.94	262.15
0S31	256.28	256.24	255.57	256.12	256.27	256.2	256.02	256.00
0S32	250.54	250.50	249.87	250.38	250.20	250.3	250.09	250.20
0S33	245.06	245.02	244.42	244.91	245.16	245.0	245.30	244.95
0S34	239.82	239.79	239.22	239.67	239.53	239.8	239.87	239.70
0S35	234.80	234.77	234.24	234.66	234.68	234.9	234.51	234.69
0S36	229.99	229.96	229.46	229.85	229.69	229.9	229.66	229.74
0S37	225.37	225.34	224.88	225.24	225.40	224.9	224.75	225.16
0S38	220.93	220.90	220.48	220.80	220.90	219.8	220.08	220.62
0S39	216.66	216.63	216.24	216.54	216.58	216.4	216.45	216.43
0S40	212.54	212.51	212.16	212.43	212.46	212.3	212.09	212.31
0S41	208.57	208.54	208.23	208.47	208.22	208.3	207.88	208.05
0S42	204.74	204.72	204.43	204.65	204.64	204.7	204.54	204.57
0S43	201.05	201.02	200.77	200.96	200.87	200.8	201.00	200.93
0S44	197.48	197.45	197.23	197.40	197.11	197.6	197.51	197.19
0S45	194.02	194.00	193.80	193.95	193.79	194.0	193.91	194.03
0S46	190.68	190.66	190.49	190.62	190.57	191.2	190.89	190.59
0S47	187.44	187.42	187.29	187.40	187.51	187.4	187.48	187.43
0S48	184.32	184.29	184.18	184.27	184.11	184.3	184.29	184.25

注:理论值 1 是 G-D75 的结果,理论值 2 是 Derr 模型提供的,理论值 3 是 Jordan 和 Anderson 模型提供的;观测值 1 是雷湘鄂等的结果,观测值 2 是 Ness 等的结果,观测值 3 是 Derr 的结果,观测值 4 是 Gilbert 和 Dziewonski 的结果.

表 2 本文结果与 G-D75 的比较(单位:s)

Table 2 Comparison between theoretical results in this paper and G-D75 (unit:s)

l	n									
	1		2		3		4		5	
	本文	G-D75	本文	G-D75	本文	G-D75	本文	G-D75	本文	G-D75
2	1470.42	1470.27	1048.77	1066.26 *	903.46	903.36	580.85	580.88	478.02	477.98
3	1063.56	1063.45	805.89	805.77	693.96	705.62 *	488.48	488.42	460.76	460.72
4	852.18	852.09	726.03	725.85	536.64	545.46 *	438.69	438.63	420.58	420.53
5	729.51	729.36	660.90	660.73	440.40	447.51 *	414.75	414.68	370.14	370.09
6	657.18	656.98	595.35	595.22	392.28	392.20	374.67	380.67 *	332.24	332.19
7	604.51	604.27	536.37	536.26	372.29	372.21	326.62	331.83 *	303.83	303.98
8	556.40	556.14	488.04	487.95	354.65	354.57	289.79	294.38 *	283.52	283.56
9	509.96	509.68	448.67	448.59	338.78	338.69	269.59	269.59	260.58	264.70 *
10	466.25	465.95	416.12	416.04	324.14	324.06	258.78	258.73	237.72	237.68
11	426.80	425.97 *	388.72	388.65	310.41	310.34	249.39	249.34	224.56	224.53
12	392.20	391.38 *	365.27	365.20	297.43	297.36	240.84	240.78	213.09	213.05
13	362.30	361.60 *	344.84	344.76	285.13	285.06	232.85	232.80	203.20	203.16
14	336.71	336.45	326.59	326.46	273.48	273.42	225.30	225.25		
15	315.65	315.50	309.15	308.94	262.50	262.45	218.09	218.05		
16	299.48	299.42	291.32	290.41 *	252.17	252.12	211.18	211.14		
17	286.12	286.09	274.41	273.42 *	242.49	242.45	204.54	204.51		
18	274.28	274.25	259.12	258.10 *	233.43	233.39				
19	263.53	263.51	245.38	244.35 *	224.96	224.92				
20	253.68	253.66	233.01	231.98 *	217.05	217.01				
21	244.60	244.58	221.83	220.80 *	209.65	209.62				
22	236.19	236.16	211.69	210.65 *	202.74	202.70				
23	228.36	228.34	202.44	201.41 *						
24	221.07	221.05								
25	214.26	214.24								
26	207.87	207.85								
27	201.89	201.87								

注:表中 * 号代表的是 Masters 等给出的 PREM 模型理论值,因为 G-D75 中有部分理论值未给出。

表 3 介质密度减小 2%引起的本征周期变化

Table 3 Change of eigenperiods aroused from 2 percent density reduction

层	l										
	2	3	5	7	10	15	20	25	30	35	40
4	0.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0.12	0.03	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	1.38	0.27	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	3.30	1.00	-0.02	-0.04	0	0	0	0	0	0	0
8	6.32	2.72	-0.16	-0.39	-0.06	0	0	0	0	0	0
9	0.66	0.18	-0.42	-0.36	-0.06	0	0	0	0	0	0
10	-0.47	-0.65	-0.72	-0.45	-0.07	0	0	0	0	0	0
11	-1.53	-1.34	-0.92	-0.54	-0.14	-0.01	0	0	0	0	0
12	-2.62	-2.04	-1.14	-0.71	-0.31	-0.06	-0.01	0	0	0	0
13	-3.79	-2.83	-1.47	-1.00	-0.68	-0.27	-0.09	-0.02	-0.01	0	0
14	-4.44	-3.31	-1.72	-1.27	-1.11	-0.68	-0.36	-0.17	-0.09	-0.03	-0.02
15	-4.12	-3.11	-1.67	-1.34	-1.38	-1.11	-0.85	-0.64	-0.48	-0.34	-0.26
16	-5.02	-3.85	-2.20	-1.94	-2.31	-2.30	-2.25	-2.19	-2.10	-1.98	-1.87

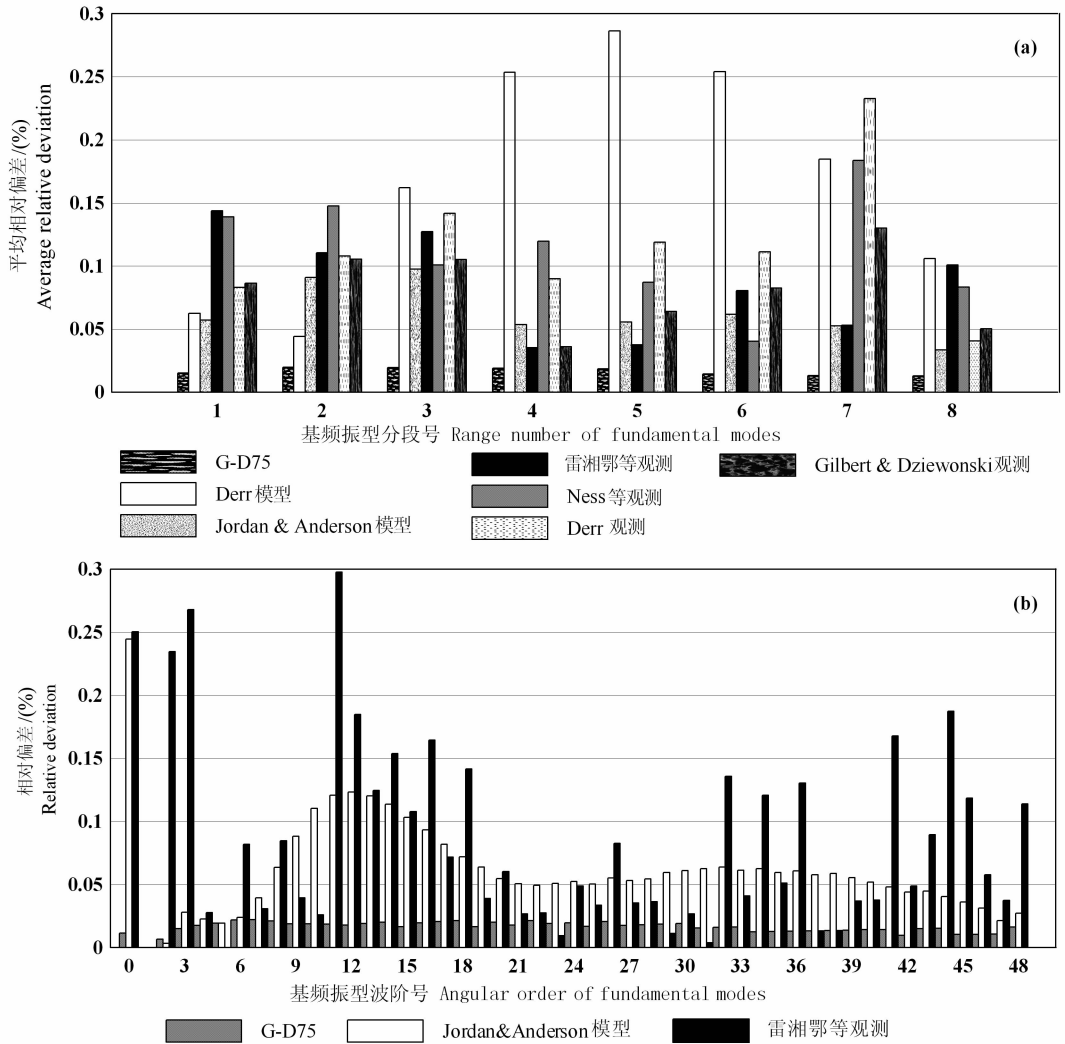


图 6 本文结果与先前已发表的数值结果的比较

(a) 本文结果与先前发表的 3 组理论值和 4 组观测值的平均相对偏差(1~8 振型段);(b) 本文结果与 Dziewonski & Gilbert 的理论值、Jordan & Anderson 的理论值及雷湘鄂等人的观测值的相对偏差(0S0~0S48),其中左侧第 2 组柱状图对应于 0S2 振型。

Fig. 6 Comparison between theoretical results in this paper and previous observations or theoretical predictions

(a) Average relative deviation of previous observations or theoretical predictions in eight range of normal modes; (b) Relative deviation of Dziewonski & Gilbert observation or J-A Model predictions from 0S0 mode to 0S48 mode, 2nd histogram corresponds to 0S2.

表 4 剪切模量 μ 减小 2% 引起的本征周期变化

Table 4 Change of eigenperiods aroused from 2 percent shear modulus reduction

层	l										
	2	3	5	7	10	15	20	25	30	35	40
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	4.58	3.44	1.73	0.88	0.17	0.01	0	0	0	0	0
10	3.47	2.57	1.80	1.20	0.34	0.02	0	0	0	0	0
11	2.82	2.22	1.82	1.35	0.65	0.11	0.02	0	0	0	0
12	2.33	1.80	1.46	1.24	1.06	0.40	0.10	0.02	0	0	0
13	1.98	1.47	0.99	0.90	1.23	0.96	0.45	0.17	0.05	0.02	0.01
14	1.63	1.30	0.68	0.47	0.73	1.10	0.98	0.67	0.39	0.22	0.12
15	1.01	0.97	0.55	0.34	0.35	0.67	1.00	1.13	1.08	0.95	0.78
16	0.95	1.09	0.78	0.63	0.63	0.56	0.60	0.72	0.86	0.99	1.08

表 5 拉梅参数 λ 减小 2% 引起的本征周期变化Table 5 Change of eigenperiods aroused from 2 percent Lamé parameter λ reduction

层	l										
	2	3	5	7	10	15	20	25	30	35	40
8	0	0.01	0.06	0.05	0.01	0	0	0	0	0	0
9	0.01	0.14	0.23	0.14	0.02	0	0	0	0	0	0
10	0.03	0.01	0.03	0.01	0.00	0	0	0	0	0	0
11	0.15	0.06	0.02	0.00	0.01	0	0	0	0	0	0
12	0.32	0.22	0.08	0.04	0.02	0.01	0	0	0	0	0
13	0.51	0.43	0.20	0.12	0.08	0.02	0.01	0	0	0	0
14	0.61	0.58	0.32	0.22	0.18	0.09	0.04	0.02	0	0	0
15	0.46	0.48	0.31	0.26	0.28	0.22	0.15	0.09	0.05	0.04	0.02
16	0.40	0.44	0.30	0.26	0.32	0.32	0.29	0.25	0.22	0.20	0.17

对基频振型周期有影响,如表 5 所示,外核最外层 λ 的变化引起了 3~10 阶基频振型周期的变化。 λ 减小 2% 对低阶振型的最大影响发生在第 14 层(深度范围 5388.3 km~5731.2 km),对 10 阶以上振型的影响主要集中在上地幔。

上述分析说明不同基频振型对应的地球内部密度和拉梅参数的影响区域有较明显的差别,如 ${}_0S_2$ 的密度影响区域包括内核、外核和地幔, ${}_0S_3$ 的只包括外核和地幔,而 15 阶以上基频振型的密度影响区域仅限于地幔。以此作为参考,可以更有效地利用球型自由振荡实测结果来修正地球内部结构参数。另外,密度和拉梅参数的变化在内核都未引起周期的变化(除 2 阶在内核最外层增加了 0.01 s 外),也表明球型振荡基频振型不适合用于利用地球自由振荡谱线分裂现象分析内核各向异性^[22]的研究。

6 结 论

本文采用龙格库塔数值积分法和 G-D1066A 地球模型,获得了较高精度的 187 个球型自由振荡简正模的本征周期,包括 0~48 阶基频振型及 2~40 阶所有周期大于 200 s 的 1~5 次谐频振型,与先前 3 组模型理论结果及 4 组观测结果相比较,相对偏差在 0.3% 以内,其中与 G-D75 的相对偏差不超过 0.23%。对地幔、外核内核等进行了细化分层,讨论了不同分层密度和拉梅参数的变化对简正模周期的影响,给出了各层的密度和拉梅参数分别改变 2% 引起的周期变化量,并着重讨论了密度减小引起的基频振型周期变化情况。数值结果表明,一般说来,密度减小将使周期减小。在密度减小 2% 时,地核的密度变化只有在低阶时才产生影响,2 阶和 3 阶基

频振型的密度最大影响区域在外核最外层;密度减小 2% 从外核的最上层开始才对 5~10 阶的基频振型周期有影响,密度减小引起周期减小,且越靠近地表影响越大;15~30 阶的基频振型周期受上地幔密度变化的影响最大;对于 30 阶以上的基频振型,影响主要集中在上地幔。剪切模量 μ 减小 2% 时,2 阶和 3 阶基频振型对应的最大影响区域在地幔最内层,越向地表靠近影响越小。随着波阶号的增高, μ 变化对基频振型周期影响最大的区域逐渐从地幔最上层向地表靠近。 λ 减小 2% 对低阶振型的最大影响发生在第 14 层(深度范围 5388.3 km~5731.2 km),10 阶以上振型的主要影响区域集中在上地幔。本文给出的相关结果可为利用地球自由振荡资料来修正地球内部参数提供参考。

参考文献(References)

- [1] 严珍珍,张 怀,杨长春等.地震激发的地球自由振荡研究综述.地球物理学进展,2008,23(3):686~693
Yan Z Z, Zhang H, Yang C H, et al. A review of the Earth's free oscillations excited by earthquakes. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 2008, 23(3):686~689
- [2] 方 俊.地球自由振荡(续).测量与地球物理集刊,1986,8:53~69
Fang J. Earth free oscillation (continued). *Geodesy and Geophysics Colloquium (in Chinese)*, 1986, 8:53~69
- [3] Takeuchi H, Saito M. Seismic surface waves. In Bolt B A ed. *Seismology: Surface Waves and Free Oscillations, Methods in Computational Physics*. New York: Academic Press, 1972, 11: 217~295
- [4] 方 明.地球自由振荡——正演、反演理论中若干问题的研究[博士论文].武汉:中国科学院测量与地球物理研究所,1991
Fang M. Earth free oscillation—studies on some problems of forward, inversion theory [Ph. D. thesis] (in Chinese).

- Wuhan; Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, 1991
- [5] 严珍珍, 张怀, 杨长春等. 地震激发地球自由振荡过程的数值模拟初步探索. 地球科学进展, 2008, **23**(10):1020~1026
- Yan Z Z, Zhang H, Yang C H, et al. An initial study of the numerical simulation of the Earth's free oscillations process excited by earthquake. *Advance in Earth Sciences* (in Chinese), 2008, **23**(10):1020~1026
- [6] 雷湘鄂, 许厚泽, 孙和平. 利用超导重力观测资料检测地球自由振荡. 科学通报, 2002, **47**(18):1432~1436
- Lei X E, Xu H Z, Sun H P. Check of free oscillation signal with SG data. *Chinese Science Bulletin*, 2002, **47**(18):1573~1578
- [7] 孙和平, 雷湘鄂. 重力技术在地球自由振荡检测研究中的应用. 地球物理学进展, 2005, **20**(4):974~979
- Sun H P, Lei X E. Application of the gravity technique on detection of the Earth's free oscillations. *Progress in Geophysics* (in Chinese), 2005, **20**(4):974~979
- [8] 宋秀青, 于海英. 印度洋 9.0 级大地震激发的基频地球球型振荡. 地震地磁观测与研究, 2005, **26**(4):13~17
- Song X Q, Yu H Y. Fundamental spheroidal mode excited by the earthquake of 9.0 in the Indian Ocean on Dec. 26th 2004. *Seismological and Geomagnetic Observation and Research* (in Chinese), 2005, **26**(4):13~17
- [9] 邱泽华, 马瑾, 池顺良等. 钻孔差应变仪观测的苏门答腊大地震激发的地球环型自由振荡. 地球物理学报, 2007, **50**(3):797~805
- Qiu Z H, Ma J, Chi S L, et al. Earth's free torsional oscillations of the great Sumatra earthquake observed with borehole shear strainmeter. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2007, **50**(3):797~805
- [10] 万永革, 盛书中, 周公威等. 中国数字地震台网记录的苏门答腊-安达曼地震激发的地球球型自由振荡的检测. 地震学报, 2007, **29**(4):369~381
- Wan Y G, Sheng S Z, Zhou G W, et al. Spheroidal oscillations of the earth stimulated by the Sumatra-Andaman earthquake with CDSN data. *Acta Seismologica Sinica* (in Chinese), 2007, **29**(4):369~381
- [11] 任佳, 陈华静, 王松等. 汶川大地震激发的地球球型自由振荡. 中国地震, 2009, **25**(3):73~80
- Ren J, Chen H J, Wang S, et al. The Earth's spheroidal oscillations induced by the Wenchuan earthquake. *Earthquake Research in China* (in Chinese), 2009, **25**(3):73~80
- [12] 雷湘鄂, 许厚泽, 孙和平. 由 5 个国际超导重力仪台站资料检测到的秘鲁 8.2 级大地震所激发的球型自由振荡现象. 中国科学(D 辑), 2004, **34**(5):483~491
- Lei X E, Xu H Z, Sun H P. Detection of spheroidal free oscillation excited by Peru 8.2 M_s earthquake with five international superconducting gravimeter data. *Science in China (Ser. D)*, 2005, **48**(1):123~133
- [13] 徐华君, 柳林涛, 罗孝文. 标准 Morlet 小波变换检测地球自由振荡. 测绘学报, 2009, **38**(1):16~21
- Xu H J, Liu L T, Luo X W. Normal Morlet wavelet transform and its application to detection of the Earth's free oscillations. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica* (in Chinese), 2009, **38**(1):16~21
- [14] Gilbert F, Dziewonski A M. An application of Normal Mode theory to the retrieval of structural parameters and source mechanisms from seismic spectra. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1975, **278**:178~269
- [15] 郭俊义. 地球物理学基础. 北京: 测绘出版社, 2001. 197~208
- Guo J Y. Fundamentals of Geophysics (in Chinese). Beijing: The Surveying and Mapping Press, 2001. 197~208
- [16] Alterman Z S, Jarosh H, Pekeris C L. Oscillation of the earth. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1959, **252**:80~95
- [17] 杨兆, 孙和平, 雷湘鄂. 环型自由振荡简正模的计算. 大地测量与地球动力学, 2007, **27**(4):38~43
- Yang Z, Sun H P, Lei X E. Computation of normal modes of toroidal oscillation. *Journal of Geodesy and Geodynamics* (in Chinese), 2007, **27**(4):38~43
- [18] Derr J S. Internal structure of the earth inferred from free oscillations. *J. Geophys. Res.*, 1969, **74**(22):5202~5220
- [19] Jordan T H, Anderson D L. Earth structure from free oscillations and travel times. *Geophys. JR astr. Soc.*, 1974, **36**:411~459
- [20] Ness N R, Harrison C T, Slichter L B. Observation of the free oscillation of the earth. *J. Geophys. Res.*, 1961, **66**(2):621~629
- [21] Dziewonski A M, Gilbert F. Observations of normal modes from 84 recordings of the Alaskan earthquake of 1964 March 28. *Geophys. JR astr. Soc.*, 1972, **27**:293~446
- [22] 雷湘鄂, 许厚泽, 孙和平. 苏门达腊大地震激发的地球自由振荡及其谱线分裂的检测与讨论. 中国科学(D 辑), 2007, **37**(4):504~511
- Lei X E, Xu H Z, Sun H P. Check of Earth's free oscillations excited by Sumatra-Andaman large earthquake and discussions on the anisotropy of inner core. *Science in China (Ser. D)*, 2007, **50**(6):909~917
- [23] Masters T G, Widmer R. Free oscillations; frequencies and attenuations. *Global Earth Physics: a Handbook of Physical Constants*, 1995