

郑 伟,许厚泽,钟 敏等. 利用解析法有效快速估计将来 GRACE Follow-On 地球重力场的精度. 地球物理学报, 2010, **53**(4):796~806, DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2010.04.004

Zheng W, Hsu H T, Zhong M, et al. Efficient and rapid estimation of the accuracy of future GRACE Follow-On Earth's gravitational field using the analytic method. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2010, **53**(4):796~806, DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2010.04.004

利用解析法有效快速估计将来 GRACE Follow-On 地球重力场的精度

郑 伟^{1,2},许厚泽¹,钟 敏¹,员美娟³,周旭华¹,彭碧波¹

1 中国科学院测量与地球物理研究所动力大地测量学重点实验室, 武汉 430077

2 日本京都大学防灾研究所, 京都 611-0011

3 武汉科技大学应用物理系, 武汉 430081

摘 要 本文首次利用解析法有效快速估计了将来 GRACE(Gravity Recovery and Climate Experiment) Follow-On 地球重力场的精度. 第一, 基于功率谱原理分别建立了新的 GRACE Follow-On 卫星激光干涉星间测量系统星间速度、GPS 接收机轨道位置和轨道速度以及加速度计非保守力误差影响累计大地水准面的单独和联合解析误差模型. 第二, 利用提出的 GRACE 卫星关键载荷匹配精度指标和美国喷气推进实验室(JPL)公布的 GRACE Level 1B 实测精度指标的一致性, 以及估计的 GRACE 累计大地水准面精度和德国波兹坦地学研究中心(GFZ)公布的 EIGEN-GRACE02S 地球重力场模型实测精度的符合性, 验证了本文建立的解析误差模型是可靠的. 第三, 论证了 GRACE Follow-On 卫星不同关键载荷匹配精度指标和轨道高度对地球重力场精度的影响. 在 360 阶处, 利用轨道高度 250 km、星间距离 50 km、星间速度误差 1×10^{-9} m/s、轨道位置误差 3×10^{-5} m、轨道速度误差 3×10^{-8} m/s 和非保守力误差 3×10^{-13} m/s², 基于联合解析误差模型估计累计大地水准面的精度为 1.231×10^{-1} m. 本文的研究不仅为当前 GRACE 和将来 GRACE Follow-On 地球重力场精度的有效快速确定提供了理论基础和计算保证, 同时对国际将来 GRAIL(Gravity Recovery and Interior Laboratory)月球卫星重力测量计划的成功实施具有重要的参考意义.

关键词 GRACE Follow-On, 解析法, 误差模型, 卫星跟踪卫星模式, 地球重力场

DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2010.04.004

中图分类号 P223

收稿日期 2009-11-18, 2010-03-04 收修定稿

Efficient and rapid estimation of the accuracy of future GRACE Follow-On Earth's gravitational field using the analytic method

ZHENG Wei^{1,2}, HSU Hou-Tse¹, ZHONG Min¹, YUN Mei-Juan³,
ZHOU Xu-Hua¹, PENG Bi-Bo¹

1 Key Laboratory of Dynamic Geodesy, Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430077, China

2 Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University, Uji, Kyoto 611-0011, Japan

3 Department of Applied Physics, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China

基金项目 中国科学院知识创新工程重要方向项目(KZCX2-YW-143), 国家高技术研究发展计划(863)(2009AA12Z138), 国家自然科学基金(40974045), 中国科学院动力大地测量学重点实验室开放基金(L09-14), 湖北省自然科学基金(2009CDB187)和日本 JSPS 基盘研究项目(B19340129)联合资助.

作者简介 郑 伟, 男, 1977 年生, 理学博士, 副研究员, 日本京都大学博士后, 日本外籍特别研究员, 主要从事基于卫星重力测量反演地球、月球和火星重力场的理论和方法等方面的研究. E-mail: wzhen@asch.whigg.ac.cn

Abstract The accuracy of Earth's gravitational field from the Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) Follow-On satellite mission is efficiently and rapidly estimated for the first time based on the analytic method. Firstly, the new single and combined analytic error models of cumulative geoid height influenced by four error sources including the intersatellite range-rate of interferometric laser ranging system, orbital position and velocity of GPS receiver and nonconservative force of accelerometer from GRACE Follow-On satellites are established using the power spectrum principle, respectively. Secondly, the dependability of analytic error model is validated according to the consistency of the matching accuracy indexes of GRACE key payloads from the single analytic error models and the GRACE Level 1B provided by the American Jet Propulsion Laboratory (JPL), and the conformity of GRACE cumulative geoid height errors from the combined analytic error model and the Earth's gravitational field model EIGEN-GRACE02S released by the German GeoForschungsZentrum Potsdam (GFZ). Finally, the influences of different matching accuracy indexes of key payloads and orbital altitudes from GRACE Follow-On satellites on the accuracies of Earth's gravitational field are demonstrated contrastively. At the 360 degree, cumulative geoid height error is 1.231×10^{-1} m using combined analytic error model based on orbital altitude 250 km, intersatellite range 50 km, intersatellite range-rate error 1×10^{-9} m/s, orbital position error 3×10^{-5} m, orbital velocity error 3×10^{-8} m/s and nonconservative force error 3×10^{-13} m/s². This work not only can provide the theoretical foundation and calculational guarantee for the efficient and rapid determination of the accuracies of current GRACE and future GRACE Follow-On Earth's gravitational field, but also has some reference significance to the successful execution of the future Gravity Recovery and Interior Laboratory (GRAIL) lunar satellite gravity exploration mission.

Keywords GRACE Follow-On, Analytic method, Error model, Satellite-to-satellite tracking model, Earth's gravitational field

1 引 言

地球重力场及其随时间的变化量反映了地球表层及内部物质的空间分布、运动和变化,同时决定着大地水准面的起伏和变化^[1]. 重力卫星在地球重力场作用下绕地球作近圆极轨运动,若精密定轨必须知道精确的地球重力场参数;反之,精确测定卫星轨道摄动,利用摄动跟踪观测数据又可以提高地球重力场参数的精度,两者相辅相成. 在大地测量领域,地球重力场对研究地球形状和精确求定地面控制点的三维坐标起着重要作用;在固体地球物理学中,基于地球重力场可以研究地球的内部构造和板块运动;在海洋学中,为了研究海面地形,揭示洋流和环流的活动规律也需应用地球重力场数据. 因此,本世纪地球重力场恢复精度的进一步提高不仅是大地测量学、固体地球物理学、地震学、海洋学、空间科学、国防建设等发展的迫切需求,同时也将为全人类寻求资源、保护环境和预测灾害提供重要的地球空间信息.

如表 1 所示,GRACE 由美国航空航天局(NASA)和德国航天局(DLR)共同研制开发,采用近圆极地轨道设计和卫星跟踪卫星高低/低低相结合的飞行模式(SST-HL/LL),除利用高轨GPS卫星对低轨

表 1 当前 GRACE 和将来 GRACE Follow-On 卫星重力测量计划对比

Table 1 A comparison between current GRACE and future GRACE Follow-On satellite gravity measurement missions

参 数	指 标	
	GRACE	GRACE Follow-On
发射时间(a)	2002. 3. 17	2015~2020
卫星寿命(a)	5~10	>2
轨道高度(km)	500~300	250
轨道倾角(°)	89	89
轨道离心率	<0.004	0.001
星间距离(km)	220±50	50
空间分辨率(km)	166	55
测量模式	SST-HL/LL	SST-HL/LL

双星精密跟踪定位,同时两颗低轨卫星在同一轨道平面内前后相互跟踪编队飞行,并利用共轨双星轨道摄动之差高精度测量地球重力场. GRACE 利用 K 波段星间测量系统高精度测量星间速度,利用高精度 SuperSTAR 加速度计测量作用于卫星的非保守力(大气阻力、太阳光压、地球辐射压、轨道控制力等),利用恒星敏感器测量卫星和载荷的空间三维姿态. 基于 GRACE 双星高精度感测中长波地球重力场的优秀表现,美国 NASA 提出了又一项专用于中短波地球重力场精密探测的 GRACE Follow-On^[2~4] 未来卫星计划. GRACE Follow-On 双星预期采用近圆、近极地和低轨道设计,利用激光干涉星间测量系统高精度测量星间速度,利用高轨 GPS 卫星对低轨双星精密跟踪定位,利用无阻尼系统高精度补偿双星受到的非保守力. GRACE Follow-On 得到的静态和动态地球重力场的精度比 GRACE 至少高一个数量级.

Baker^[5] 于 20 世纪 60 年代首次提出利用 SST 恢复地球重力场的重要思想. 自此以后,国际大地测量学界的许多学者都积极投身于地球重力场恢复的方法与算法的理论研究和数值计算之中^[6~37]. 在众多方法中,按照卫星观测方程的建立和求解的不同可分为数值法、半解析法和解析法. 目前 Reigber 等^[38]、Han 等^[39] 等采用动力学法、能量守恒法等数值法解算了 GRACE 地球重力场. 数值法的优点是地球重力场求解精度较高;缺点是不易于误差分析、求解速度较慢、对计算机性能要求较高,难以解算将来高阶地球重力场模型. 不同于 Jekeli^[40] 建立的带有参考扰动位的能量观测方程,我们于 2006 年首次基于无参考扰动位的能量观测方程恢复了 120 阶地球重力场^[41]. 为了克服数值法的缺点, Jekeli 和 Rapp^[42]、Kim^[43] 等学者在基于半解析法恢复地球重力场方面开展了广泛的研究. 我们于 2008 年首次利用美国 JPL 公布的 GRACE Level 1B 实测误差数据,通过动力学原理,基于半解析法估计了 120 阶 GRACE 地球重力场的精度^[44]. 解析法是指通过分析地球重力场和卫星观测数据的关系建立卫星观测方程模型,进而估计地球重力场的精度. 解析法的优点是卫星观测方程物理含义明确,易于误差分析且可快速求解高阶地球重力场;缺点是在建立卫星观测方程模型时作了不同程度的近似. 由于卫星重力测量计划整体的复杂性,因此较难建立解析观测方程以描述地球重力场恢复的过程. 但在卫星发射之前的地球重力场需求分析阶段,可通过解析法

有效快速论证卫星观测模式、卫星轨道参数(如轨道高度、星间距离、轨道倾角、轨道离心率等)、关键载荷匹配精度指标(如激光干涉星间测量系统、GPS 接收机、加速度计)等的合理性和最优设计,分析卫星系统各项误差源对地球重力场恢复精度的影响.

基于以上原因,本文首次开展了基于解析法有效快速估计 SST 地球重力场精度的探索性研究,建立了新的星间速度、轨道位置、轨道速度和非保守力误差影响累计大地水准面的单独和联合解析误差模型,提出了 GRACE Follow-On 关键载荷精度指标的匹配关系,估计了 360 阶 GRACE Follow-On 地球重力场的精度. 本文的研究为将来国际 GRACE Follow-On 地球重力双星测量计划、GRAIL 月球重力双星探测计划^[45] 和太阳系火星及其他行星探测计划中全球重力场精度的有效和快速估计提供了理论基础和计算保证.

2 方法

2.1 星间速度误差模型

地球扰动位表示为

$$T(r, \phi, \lambda) = \frac{GM}{r} \times \sum_{l=2}^L \sum_{m=0}^l \left[\left(\frac{R_e}{r} \right)^l (\bar{C}_{lm} \cos m\lambda + \bar{S}_{lm} \sin m\lambda) \bar{P}_{lm}(\sin \phi) \right], \quad (1)$$

其中, GM 表示地球质量 M 和万有引力常数 G 之积, R_e 表示地球的平均半径; r 表示由卫星质心到地心之间的距离, ϕ 表示地心纬度, λ 表示地心经度; $\bar{P}_{lm}(\sin \phi)$ 表示规格化的 Legendre 函数, l 表示阶数, m 表示次数; $\bar{C}_{lm}, \bar{S}_{lm}$ 表示待求的规格化引力位系数.

地球扰动位的功率谱表示为^[46]

$$P_l^2\{T\} = \sum_{m=0}^l \left[\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi T(r, \phi, \lambda) \bar{Y}_{lm}(\phi, \lambda) \cos \phi d\phi d\lambda \right]^2, \quad (2)$$

其中,

$$\bar{Y}_{lm}(\phi, \lambda) = \bar{P}_{l|m|}(\sin \phi) Q_m(\lambda),$$

$$Q_m(\lambda) = \begin{cases} \cos m\lambda & m \geq 0 \\ \sin |m|\lambda & m < 0 \end{cases}.$$

基于球谐函数的正交性,公式(2)可化简为

$$P_l^2\{T\} = \left(\frac{GM}{R_e} \right)^2 \left(\frac{R_e}{r} \right)^{2l+2} \sum_{m=0}^l (\bar{C}_{lm}^2 + \bar{S}_{lm}^2), \quad (3)$$

大地水准面功率谱为

$$P_l^2\{N\} = R_e^2 \sum_{m=0}^l (\bar{C}_{lm}^2 + \bar{S}_{lm}^2). \quad (4)$$

据公式(3)和(4)可得 $P_l^2\{N\}$ 和 $P_l^2\{T\}$ 的关系:

$$P_l^2\{N\} = R_e^2 \left(\frac{R_e}{GM}\right)^2 \left(\frac{r}{R_e}\right)^{2l+2} P_l^2\{T\}. \quad (5)$$

在球坐标系中, T 对 ϕ 和 λ 的偏导数为

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial \phi} = \frac{GM}{r} \sum_{l=2}^L \sum_{m=0}^l \left(\frac{R_e}{r}\right)^l (\bar{C}_{lm} \cos m\lambda + \bar{S}_{lm} \sin m\lambda) \\ \quad \times [\bar{P}_{l,m+1}(\sin\phi) - m \tan\phi \bar{P}_{lm}(\sin\phi)] \\ \frac{\partial T}{\partial \lambda} = \frac{GM}{r} \sum_{l=2}^L \sum_{m=0}^l \left(\frac{R_e}{r}\right)^l (-m \bar{C}_{lm} \sin m\lambda \\ \quad + m \bar{S}_{lm} \cos m\lambda) \bar{P}_{lm}(\sin\phi). \end{cases} \quad (6)$$

如图 1 所示,星号线、实线和圆圈线分别表示 $P_l^2\{T\}$ 、 $P_l^2\{\partial T/\partial \phi\}$ 和 $P_l^2\{\partial T/\partial \lambda\}$. $P_l^2\{\partial T/\partial \lambda\}$ 和 $P_l^2\{T\}$ 的关系表示为

$$\begin{aligned} P_l^2\{\partial T/\partial \lambda\} &= \left(\frac{GM}{R_e}\right)^2 \left(\frac{R_e}{r}\right)^{2l+2} \sum_{m=0}^l m^2 (\bar{C}_{lm}^2 + \bar{S}_{lm}^2) \\ &\approx \frac{l^2}{2} P_l^2\{T\}, \end{aligned} \quad (7)$$

由于球对称性, $\partial T/\partial \phi$ 和 $\partial T/\partial \lambda$ 具有相同的功率谱

$$P_l^2\left\{\frac{\partial T}{\partial \phi}\right\} = P_l^2\left\{\frac{\partial T}{\partial \lambda}\right\} = \frac{l^2}{2} P_l^2\{T\}. \quad (8)$$

据能量守恒定律,单星观测方程可表示为

$$\frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}^2 = V_0 + T + C, \quad (9)$$

其中, $\dot{\mathbf{r}}$ 表示单星的速度, V_0 表示中心引力位, C 表示能量常数.

如图 2 所示, O - XYZ 表示地心惯性系 (ECI), GRACE Follow-On 双星差分能量观测方程可表示为

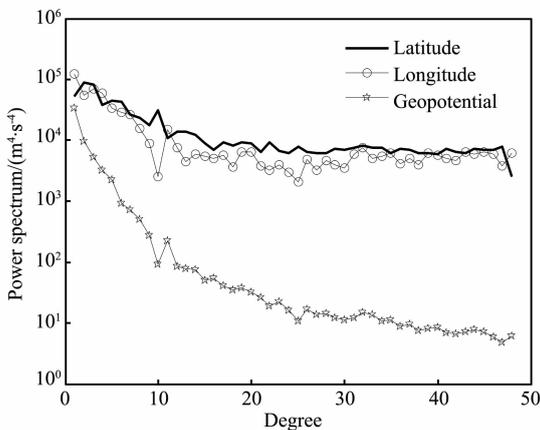


图 1 T 、 $\frac{\partial T}{\partial \phi}$ 和 $\frac{\partial T}{\partial \lambda}$ 的功率谱

Fig. 1 Power spectrums of T , $\frac{\partial T}{\partial \phi}$ and $\frac{\partial T}{\partial \lambda}$

$$\frac{1}{2} (\dot{\mathbf{r}}_2 + \dot{\mathbf{r}}_1) \dot{\rho}_{12} = T_2 - T_1, \quad (10)$$

其中, $\frac{1}{2} (\dot{\mathbf{r}}_2 + \dot{\mathbf{r}}_1) = \sqrt{GM/r}$ 表示沿星星连线方向的平均速度, $\dot{\mathbf{r}}_1$ 和 $\dot{\mathbf{r}}_2$ 分别表示双星各自的绝对速度; $\dot{\rho}_{12} = \dot{\mathbf{r}}_{12} \cdot \mathbf{e}_{12}$ 表示激光干涉星间测量系统的星间速度, $\dot{\mathbf{r}}_{12} = \dot{\mathbf{r}}_2 - \dot{\mathbf{r}}_1$ 表示双星的相对速度矢量, $\mathbf{e}_{12} = \frac{\mathbf{r}_{12}}{|\mathbf{r}_{12}|}$ 表示由第一颗卫星指向第二颗卫星的单位方向矢量; $T_2 - T_1 = \frac{\partial T}{\partial \phi} \Delta \phi$ 表示双星扰动位差分, $\Delta \phi = \frac{\rho_{12}}{r}$ 表示地心角, ρ_{12} 表示双星间距离. $\dot{\rho}_{12}$ 的功率谱表示为

$$P_l^2\{\dot{\rho}_{12}\} = \frac{r}{GM} P_l^2\left(\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) (\Delta \phi)^2. \quad (11)$$

联合公式(5)、(8)和(11)可得 GRACE Follow-On 卫星激光干涉星间测量系统星间速度误差谱 $P_l^2\{\delta \dot{\rho}_{12}\}$ 和每阶大地水准面误差谱 $P_l^2\{\delta N\}$ 的转换关系

$$P_l^2\{\delta N\} = \frac{R_e^3}{GM} \left(\frac{r}{\rho_{12}}\right)^2 \left(\frac{r}{R_e}\right)^{2l+1} \frac{2}{l^2} P_l^2\{\delta \dot{\rho}_{12}\}, \quad (12)$$

其中, $P_l^2\{\delta \dot{\rho}_{12}\} = \frac{\sigma^2(\delta \dot{\rho}_{12})}{L_{\max}}$, $\sigma^2(\delta \dot{\rho}_{12})$ 表示星间速度的方差, L_{\max} 表示 GRACE Follow-On 地球重力场理论上可恢复的最高阶数(由于地球重力场的部分高频信号湮没于观测误差,因此实测最高阶数将低于理论值):

$$L_{\max} = \frac{\pi r}{D}, \quad (13)$$

其中, $D = \dot{r}_0 \Delta t$ 表示半波长空间分辨率, $\dot{r}_0 = \sqrt{GM/r}$ 表示卫星平均速度, Δt 表示卫星观测值采

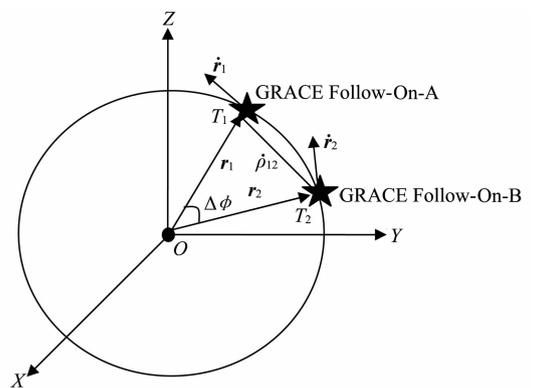


图 2 GRACE Follow-On-A/B 双星测量地球重力场原理图

Fig. 2 Schematic diagram of Earth's gravitational field determination from GRACE Follow-On-A/B satellites

样时间间隔。

基于公式(12)和(13),星间速度误差 $\delta\dot{\rho}_{12}$ 影响累计大地水准面精度 $\delta N_{\rho_{12}}$ 的解析误差模型表示如下:

$$\delta N_{\rho_{12}} = R_e \sqrt{\frac{R_c}{GM} \left(\frac{r}{\rho_{12}}\right)^2 \sum_{l=2}^L \left(\frac{r}{R_c}\right)^{2l+1} \frac{2}{l^2} \frac{2l+1}{L_{\max}} \frac{\sigma^2(\delta\dot{\rho}_{12})}{L_{\max}}}, \quad (14)$$

其中, $\frac{2l+1}{L_{\max}}$ 表示由每阶大地水准面误差转化到累计大地水准面误差的频谱因子。

2.2 轨道位置误差模型

卫星向心加速度 \ddot{r} 和线速度 \dot{r} 之间的关系表示为

$$\ddot{r} = \frac{\dot{r}^2}{r}, \quad (15)$$

其中, $\ddot{r} = \frac{\ddot{r}_{\rho_{12}}}{\sin(\frac{\Delta\phi}{2})}$, $\ddot{r}_{\rho_{12}}$ 表示 \ddot{r} 在星星连线方向的分量

$$\delta N_r = R_e \sqrt{\frac{R_c}{GM} \left(\frac{r}{\rho_{12}}\right)^2 \sum_{l=2}^L \left(\frac{r}{R_c}\right)^{2l+1} \frac{2}{l^2} \frac{2l+1}{L_{\max}} \frac{\sigma^2\left(\sqrt{\frac{4GM\sin^2(\Delta\phi/2)}{r^3}} \delta r\right)}{L_{\max}}}. \quad (20)$$

2.3 轨道速度误差模型

$\ddot{r}_{\rho_{12}}$ 和 \dot{r} 之间的关系表示如下

$$\ddot{r}_{\rho_{12}} = \ddot{r} \sin(\Delta\phi/2), \quad (21)$$

其中, $\ddot{r}_{\rho_{12}} = \ddot{\rho}_{12}/2$, $\ddot{\rho}_{12}$ 表示激光干涉星间测量系统的星间加速度。在公式(21)两边同时微分可得

$$d\ddot{\rho}_{12} = 2\sin(\Delta\phi/2) d\ddot{r}, \quad (22)$$

在公式(22)两边同乘时间 t 可得

$$d\dot{\rho}_{12} = 2\sin(\Delta\phi/2) d\dot{r}. \quad (23)$$

星间速度误差 $\delta\dot{\rho}_{12}$ 和轨道速度误差 $\delta\dot{r}$ 之间的关系表示为

$$\delta\dot{\rho}_{12} = 2\sin(\Delta\phi/2) \delta\dot{r}. \quad (24)$$

基于公式(14)和(24),轨道速度误差 $\delta\dot{r}$ 影响累计大地水准面精度 δN_r 的解析误差模型表示如下:

$$\delta N_r = R_e \times \sqrt{\frac{R_c}{GM} \left(\frac{r}{\rho_{12}}\right)^2 \sum_{l=2}^L \left(\frac{r}{R_c}\right)^{2l+1} \frac{2}{l^2} \frac{2l+1}{L_{\max}} \frac{\sigma^2(2\sin(\Delta\phi/2)\delta\dot{r})}{L_{\max}}}. \quad (25)$$

2.4 非保守力误差模型

公式(10)可变形为

$$\dot{\rho}_{12} = \sqrt{\frac{r}{GM}} \frac{\partial T}{\partial \phi} \Delta\phi, \quad (26)$$

双星合外力差分表示为

$$a_{12} = \frac{\partial T}{r \partial \phi} \Delta\phi, \quad (27)$$

投影。公式(15)变形为

$$\ddot{r}_{\rho_{12}} = \frac{\sin(\Delta\phi/2)}{r} \dot{r}^2. \quad (16)$$

在公式(16)两边同时微分可得

$$d\ddot{r}_{\rho_{12}} = \frac{2\dot{r}\sin(\Delta\phi/2)}{r} d\dot{r}, \quad (17)$$

其中, $\dot{r} = \sqrt{GM/r}$ 。在公式(17)两边同乘时间 t 可得

$$d\dot{r}_{\rho_{12}} = \sqrt{\frac{4GM\sin^2(\Delta\phi/2)}{r^3}} dr. \quad (18)$$

基于公式(18),星间速度误差 $\delta\dot{\rho}_{12}$ 和轨道位置误差 δr 之间的关系表示为

$$\delta\dot{\rho}_{12} = \sqrt{\frac{4GM\sin^2(\Delta\phi/2)}{r^3}} \delta r. \quad (19)$$

基于公式(14)和(19),轨道位置误差 δr 影响累计大地水准面精度 δN_r 的解析误差模型表示如下:

联合公式(26)和(27)可得

$$\dot{\rho}_{12} = \sqrt{r^3/GM} a_{12}, \quad (28)$$

在公式(28)两边同时微分可得

$$d\dot{\rho}_{12} = \sqrt{r^3/GM} da_{12}. \quad (29)$$

星间速度误差 $\delta\dot{\rho}_{12}$ 和双星在轨飞行总误差 δa_{12} 之间的关系表示为

$$\delta\dot{\rho}_{12} = \sqrt{r^3/GM} \delta a_{12}, \quad (30)$$

其中, δa_{12} 包括双星关键载荷误差 δP (星间速度误差 $\delta\dot{\rho}_{12}$ 、轨道位置误差 δr 、轨道速度误差 $\delta\dot{r}$ 和非保守力误差 δf) 和其他误差 δQ (轨道和姿态控制误差、固体潮模型误差等) 两部分, $\delta a_{12} = \sqrt{\sigma^2(\delta P) + \sigma^2(\delta Q)}$ 。由于 δP 是 δa_{12} 的主要误差源,同时本文将 δQ 按最大误差处理 $\delta Q = \delta P$,因此 δa_{12} 和 δP 的关系表示为

$$\delta a_{12} = \sqrt{2} \delta P. \quad (31)$$

据误差原理可知,双星各项关键载荷误差是相互匹配的(将 $\delta\dot{\rho}_{12}$ 、 δr 、 $\delta\dot{r}$ 和 δf 统一归算成加速度量纲后,误差值近似相等),因此 δP 和 δf 的方差转换关系表示为

$$\sigma^2(\delta P) = 8\sigma^2(\delta f), \quad (32)$$

因此, δa_{12} 和 δf 的转换关系表示为

$$\delta a_{12} = 4\delta f. \quad (33)$$

基于公式(30)和(33),星间速度误差 $\delta\dot{\rho}_{12}$ 和非保守

力误差 δf 之间的转换关系表示为

$$\delta\dot{\rho}_{12} = \sqrt{16r^3/GM}\delta f. \quad (34)$$

基于公式(14)和(34),非保守力误差 δf 影响累计大地水准面精度 δN_f 的解析误差模型表示如下:

$$\delta N_f = R_e \times$$

$$\sqrt{\frac{R_e}{GM} \left(\frac{r}{\rho_{12}}\right)^2 \sum_{l=2}^L \left(\frac{r}{R_e}\right)^{2l+1} \frac{2}{l^2} \frac{2l+1}{L_{\max}} \frac{\sigma^2(\sqrt{16r^3/GM}\delta f)}{L_{\max}}}. \quad (35)$$

其中,

$$\delta\eta = \sqrt{\sigma^2(\delta\dot{\rho}_{12}) + \sigma^2\left(\sqrt{\frac{4GM\sin^2(\Delta\phi/2)}{r^3}}\delta r\right) + \sigma^2(2\sin(\Delta\phi/2)\delta\dot{r}) + \sigma^2(\sqrt{16r^3/GM}\delta f)}$$

表示 GRACE Follow-On-A/B 双星关键载荷的总误差,

$\sigma^2(\delta\dot{\rho}_{12})$ 表示星间速度方差, $\sigma^2\left(\sqrt{\frac{4GM\sin^2(\Delta\phi/2)}{r^3}}\delta r\right)$ 表示轨道位置方差, $\sigma^2(2\sin(\Delta\phi/2)\delta\dot{r})$ 表示轨道速度方差, $\sigma^2(\sqrt{16r^3/GM}\delta f)$ 表示非保守力方差.

3 结 果

3.1 解析误差模型的检验

如图 3 所示,由上而下分别表示单独引入 GRACE 卫星 K 波段星间测量系统星间速度误差、GPS 接收机轨道位置误差和轨道速度误差以及加速度计非保守力误差估计累计大地水准面的精度,GRACE 关键载荷精度指标的匹配关系如表 2 所示,解析误差模型的其他参数如表 3 所示. 据图中 4 条曲线在各

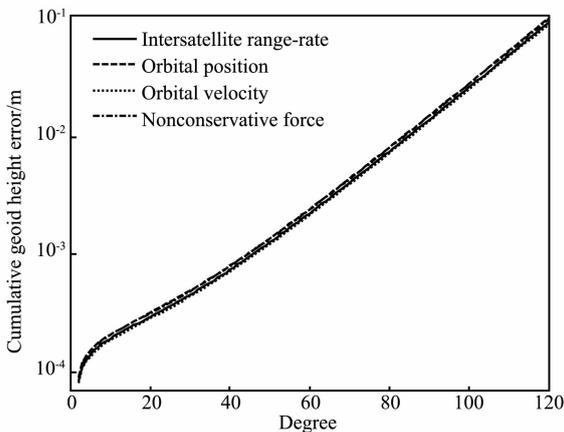


图 3 基于 GRACE 各关键载荷匹配精度指标分别估计累计大地水准面精度

Fig. 3 Cumulative geoid height errors based on the matching accuracy indexes of GRACE key payloads

2.5 联合解析误差模型

基于公式(14)、(20)、(25)和(35),GRACE Follow-On-A/B 双星激光干涉星间测量系统星间速度误差、GPS 接收机轨道位置误差和速度误差以及加速度计非保守力误差影响累计大地水准面精度的联合解析误差模型表示如下:

$$\delta N = R_e \sqrt{\frac{R_e}{GM} \left(\frac{r}{\rho_{12}}\right)^2 \sum_{l=2}^L \left(\frac{r}{R_e}\right)^{2l+1} \frac{2}{l^2} \frac{2l+1}{L_{\max}} \frac{\sigma^2(\delta\eta)}{L_{\max}}}, \quad (36)$$

阶处的符合性,可验证本文在表 2 中提出的 GRACE 各项关键载荷精度指标是匹配的. 同时,通过本文在表 2 中提出的 GRACE 卫星关键载荷匹配精度指标和美国 JPL 公布的 GRACE Level 1B 实测精度指标的符合性,充分证明了本文建立的星间速度、轨道位置、轨道速度和非保守力解析误差模型是可靠的.

如图 4 所示,虚线表示德国 GFZ 公布的 120 阶 EIGEN-GRACE02S 地球重力场模型的实测精度,在 120 阶处恢复累计大地水准面精度为 18.938 cm;

表 2 基于单独解析误差模型提出的 GRACE 卫星关键载荷匹配精度指标

Table 2 Matching accuracy indexes of GRACE key payloads based on individual analytic error models

观测值	精度指标
星间速度	1×10^{-6} m/s
轨道位置	3×10^{-2} m
轨道速度	3×10^{-5} m/s
非保守力	3×10^{-10} m/s ²

表 3 GRACE 解析误差模型的相关参数
Table 3 Correlative parameters from GRACE analytic error models

参数	指标
平均轨道高度 H	455 km
星间距离 ρ_{12}	220 km
地球平均半径 R_e	6370 km
采样间隔 Δt	5 s
地球引力常数 GM	$3.986004415 \times 10^{14}$ N · m ² /kg

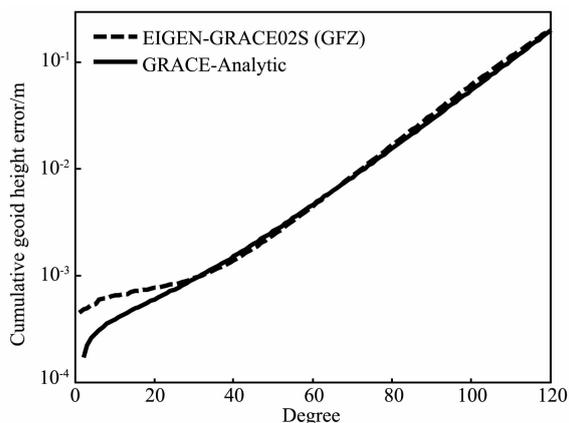


图 4 基于解析法估计 GRACE 累计大地水准面精度
Fig. 4 GRACE cumulative geoid height errors based on the analytic method

表 4 GRACE 累计大地水准面误差统计结果

Table 4 The statistics of GRACE cumulative geoid height errors

模型	误差 (10^{-2} m)				
	20 阶	50 阶	80 阶	100 阶	120 阶
EIGEN-GRACE02S	0.076	0.228	1.566	5.756	18.938
GRACE-Analytic	0.061	0.262	1.560	5.474	18.474

实线表示基于联合解析误差模型估计累计大地水准面的精度,在 120 阶处累计大地水准面精度为 18.474 cm,GRACE 累计大地水准面精度的统计结果如表 4 所示.通过图中 2 条曲线在各阶处的符合性,可验证本文建立的联合解析误差模型是可靠的.因此,解析法是恢复高精度和高空间解析度地球重力场的有效方法之一.

3.2 GRACE Follow-On 地球重力场精度的估计

图 5 表示基于 GRACE Follow-On 卫星关键载荷的不同匹配精度指标(激光干涉星间测量系统星间速度、GPS 接收机轨道位置和轨道速度以及加速度计非保守力误差)估计累计大地水准面精度对比,其中卫星轨道高度 250 km,星间距离 50 km,关键载荷不同匹配精度指标如表 5 所示(轨道位置和速度精度指标可通过高精度的激光干涉星间测量系统辅助 GPS 定轨得到),累计大地水准面精度的统计结果如表 6 所示.结果表明:在 360 阶处,当卫星关键载荷的精度指标选择为 GFO-4,累计大地水准面的误差为 1.231×10^{-1} m;当卫星关键载荷的精度指标选择为 GFO-3、GFO-2 和 GFO-1,累计大地水准面的误差分别降低了 10 倍、100 倍和 1000 倍.因此,卫星关键载荷测量精度的大幅度提高是

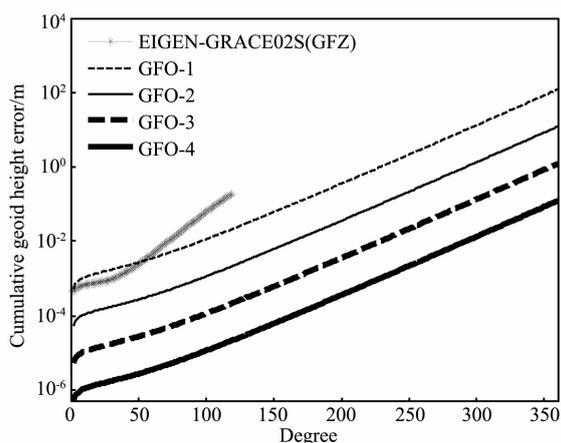


图 5 基于 GRACE Follow-On 卫星关键载荷的不同匹配精度指标估计累计大地水准面精度对比
Fig. 5 A comparison of cumulative geoid height errors based on different matching relationship of key payloads from GRACE Follow-On

表 5 基于单独解析误差模型提出的 GRACE Follow-On 卫星关键载荷匹配精度指标

Table 5 Matching accuracy indexes of GRACE Follow-On key payloads based on single analytic error models

观测值	精度指标			
	GFO-1	GFO-2	GFO-3	GFO-4
星间速度(m/s)	1×10^{-6}	1×10^{-7}	1×10^{-8}	1×10^{-9}
轨道位置(m)	3×10^{-2}	3×10^{-3}	3×10^{-4}	3×10^{-5}
轨道速度(m/s)	3×10^{-5}	3×10^{-6}	3×10^{-7}	3×10^{-8}
非保守力(m/s ²)	3×10^{-10}	3×10^{-11}	3×10^{-12}	3×10^{-13}

GRACE Follow-On 全球重力场精度较 GRACE 至少高一个数量级的重要因素.

图 6 表示基于解析法分别利用相同星间距离 50 km 和不同轨道高度的 GRACE Follow-On 卫星估计累计大地水准面精度的对比,关键载荷精度指标的匹配关系如表 5(GFO-4)所示,累计大地水准面精度的统计结果如表 7 所示.如图 6 所示,实粗线、虚粗线、实细线、虚细线和叉号线分别表示基于卫星轨道高度 250 km、300 km、350 km、400 km 和 450 km 估计 GRACE Follow-On 累计大地水准面的精度.在 360 阶处,当卫星轨道高度选择为 250 km,累计大地水准面的误差为 1.231×10^{-1} m;当卫星轨道高度选择为 300 km、350 km、400 km 和 450 km,累计大地水准面的误差分别降低了 13.794 倍、189.439 倍、2577.579 倍和 34670.999 倍.结果表明:随着卫星轨道高度逐渐增加(250~450 km),全球重力场的精度迅速降低.因此,卫星轨道高度的

表 6 基于关键载荷的不同匹配精度指标估计累计大地水准面精度的统计结果

Table 6 The statistics of cumulative geoid height error using different matching relationship of key payloads

阶数	EIGEN-GRACE02S	累计大地水准面精度 (m)			
		GFO-1	GFO-2	GFO-3	GFO-4
20	7.607×10^{-4}	1.391×10^{-3}	1.391×10^{-4}	1.391×10^{-5}	1.391×10^{-6}
50	2.282×10^{-3}	2.688×10^{-3}	2.688×10^{-4}	2.688×10^{-5}	2.688×10^{-6}
90	3.018×10^{-2}	8.227×10^{-3}	8.227×10^{-4}	8.227×10^{-5}	8.227×10^{-6}
120	1.894×10^{-1}	2.178×10^{-2}	2.178×10^{-3}	2.178×10^{-4}	2.178×10^{-5}
200	—	3.551×10^{-1}	3.551×10^{-2}	3.551×10^{-3}	3.551×10^{-4}
300	—	1.344×10^1	1.344×10^0	1.344×10^{-1}	1.344×10^{-2}
360	—	1.231×10^2	1.231×10^1	1.231×10^0	1.231×10^{-1}

表 7 基于不同轨道高度估计累计大地水准面精度的统计结果

Table 7 Statistics of cumulative geoid height errors based on different orbital altitudes

阶数	EIGEN-GRACE02S	累计大地水准面精度 (m)				
		250 km	300 km	350 km	400 km	450 km
20	7.607×10^{-4}	1.391×10^{-6}	1.503×10^{-6}	1.629×10^{-6}	1.772×10^{-6}	1.934×10^{-6}
50	2.282×10^{-3}	2.688×10^{-6}	3.455×10^{-6}	4.533×10^{-6}	6.041×10^{-6}	8.148×10^{-6}
90	3.018×10^{-2}	8.227×10^{-6}	1.456×10^{-5}	2.625×10^{-5}	4.786×10^{-5}	8.776×10^{-5}
120	1.894×10^{-1}	2.178×10^{-5}	4.883×10^{-5}	1.109×10^{-4}	2.535×10^{-4}	5.811×10^{-4}
200	—	3.551×10^{-4}	1.465×10^{-3}	6.077×10^{-3}	2.521×10^{-2}	1.044×10^{-1}
300	—	1.344×10^{-2}	1.180×10^{-1}	1.035×10^0	9.019×10^0	7.800×10^1
360	—	1.231×10^{-1}	1.698×10^0	2.332×10^1	3.173×10^2	4.268×10^3

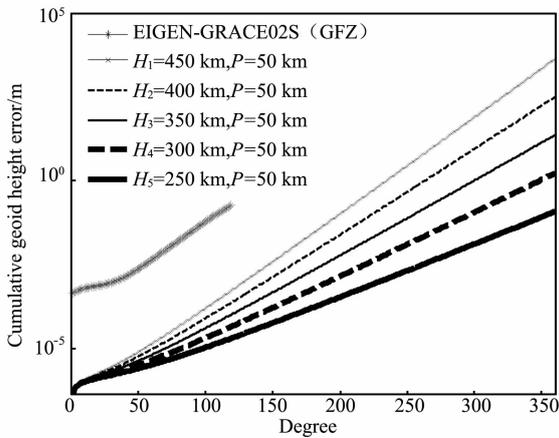


图 6 基于 GRACE Follow-On 卫星的相同星间距离和不同轨道高度估计累计大地水准面精度对比

Fig. 6 A comparison of cumulative geoid height errors from GRACE Follow-On based on the same intersatellite range and different orbital altitudes

有效降低是 GRACE Follow-On 全球重力场精度较 GRACE 至少高一个数量级的根本保证。

4 结 论

本文首次开展了基于功率谱原理,利用解析误差模型有效快速估计将来 GRACE Follow-On 地球

重力场精度的探索性研究. 具体结论如下:

(1)建立了 GRACE Follow-On 卫星激光干涉星间测量系统星间速度、GPS 接收机轨道位置和轨道速度以及加速度计非保守力误差影响累计大地水准面的单独和联合解析误差模型. 同时,利用本文提出的 GRACE 卫星关键载荷匹配精度指标和美国 JPL 公布的 GRACE Level 1B 实测精度指标的符合性,以及本文估计的 GRACE 累计大地水准面精度和德国 GFZ 公布的 EIGEN-GRACE02S 地球重力场模型实测精度的一致性,证明了本文建立的解析误差模型是可靠的。

(2)分别基于单独和联合解析误差模型,论证了 GRACE Follow-On 卫星不同关键载荷匹配精度指标和轨道高度对累计大地水准面精度的影响. GRACE Follow-On 全球重力场的精度较 GRACE 至少高一个数量级的原因如下: 第一, GRACE Follow-On 计划大幅度提高了关键载荷(激光干涉星间测量系统星间速度、GPS 接收机轨道位置和轨道速度以及加速度计非保守力)的测量精度; 第二,较大程度地降低了 GRACE Follow-On 卫星的轨道高度,从而有效抑制了全球重力场随卫星轨道高度增加的衰减效应; 第三,利用非保守力补偿系统高精度消除了双星受到的非保守力。

(3)解析法具有卫星观测方程物理含义明确、易于误差分析和快速求解高阶地球重力场的优点,是有效和快速论证卫星观测模式、卫星轨道参数、关键载荷匹配精度指标等的合理性和最优设计,是分析卫星系统各项误差源对地球重力场精度的影响,以及恢复高精度和高空间解析度地球重力场的有效方法之一。

致谢 感谢编辑及评审专家、华中科技大学物理学院罗俊院士和日本京都大学防灾研究所徐培亮教授对本文的帮助。感谢美国航空航天局(NASA)、美国喷气推进实验室(JPL)和德国波茨坦地学研究中心(GFZ)提供了 GRACE 和 GRACE Follow-On 卫星的相关资料。

参考文献(References)

- [1] 许厚泽. 卫星重力研究:21 世纪大地测量研究的新热点. 测绘科学, 2001, **26**(3):1~3
Xu H Z. Satellite gravity missions-new hot point in geodesy. *Science of Surveying and Mapping* (in Chinese), 2001, **26**(3):1~3
- [2] Loomis B. Simulation study of a follow-on gravity mission to GRACE[M. D. Thesis]. The University of Colorado, 2005. 1~43
- [3] Flechtner F, Neumayer K H, Doll B, et al. GRAF-A GRACE follow-on mission feasibility study. *Geophysical Research Abstracts*, 2009, **11**, EGU2009-8516
- [4] Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. Accurate and rapid error estimation on global gravitational field from current GRACE and future GRACE Follow-On missions. *Chinese Physics B*, 2009, **18**(8):3597~3604
- [5] Baker R M L. Orbit determination from range and range-rate data. The Semi-Annual Meeting of the American Rocket Society, Los Angeles, 1960
- [6] O'Keefe J A. An application of Jacobi's integral to the motion of an Earth satellite. *The Astronomical Journal*, 1957, **62**(1252):265~266
- [7] Kaula W M. Inference of variations in the gravity field from satellite-to-satellite range rate. *Journal of Geophysical Research*, 1983, **88**(B10):8345~8349
- [8] 许厚泽, 王谦身, 陈益惠. 中国重力测量与研究的进展. 地球物理学报, 1994, **37**(S1): 339~352
Xu H Z, Wang Q S, Chen Y H. The progress of the gravity survey and research in China. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 1994, **37**(S1): 339~352
- [9] Rummel R, Balmino G, Johannessen J, et al. Dedicated gravity field missions-principles and aims. *Journal of Geodynamics*, 2002, **33**(1):3~20
- [10] Kless R, Ditmar P, Broersen P. How to handle colored observation noise in large least-squares problems. *Journal of Geodesy*, 2003, **76**(11):629~640
- [11] 宁津生, 罗佳, 汪海洪. GRACE 模式确定重力场的关键技术探讨. 武汉大学学报·信息科学版, 2003, **28**:13~17
Ning J S, Luo J, Wang H H. Key technique for Earth gravity field determination in GRACE model. *Geomatics and Information Science of Wuhan University* (in Chinese), 2003, **28**:13~17
- [12] Visser P, Sneeuw N, Gerlach C. Energy integral method for gravity field determination from satellite orbit coordinates. *Journal of Geodesy*, 2003, **77**(3):207~216
- [13] 沈云中, 许厚泽, 吴斌. 星间加速度解算模式的模拟与分析. 地球物理学报, 2005, **48**(4):807~811
Shen Y Z, Xu H Z, Wu B. Simulation of recovery of the geopotential model based on intersatellite acceleration data in the low-low satellite to satellite tracking gravity mission. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2005, **48**(4): 807~811
- [14] 徐天河, 杨元喜. 利用 CHAMP 卫星几何法轨道恢复地球重力场模型. 地球物理学报, 2005, **48**(2): 288~293
Xu T H, Yang Y X. CHAMP gravity field recovery using kinematic orbits. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2005, **48**(2):288~293
- [15] Zheng W, Lu X L, Xu H Z, et al. Simulation of Earth's gravitational field recovery from GRACE using the energy balance approach. *Progress in Natural Science*, 2005, **15**(7): 596~601
- [16] 程芦颖, 许厚泽. 地球重力场恢复中的位旋转效应. 地球物理学报, 2006, **49**(1): 93~98
Cheng L Y, Xu H Z. The rotation of the gravity potential on the Earth's gravity field recovery. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2006, **49**(1): 93~98
- [17] 周旭华, 许厚泽, 吴斌等. 用 GRACE 卫星跟踪数据反演地球重力场. 地球物理学报, 2006, **49**(3): 718~723
Zhou X H, Xu H Z, Wu B, et al. Earth's gravity field derived from GRACE satellite tracking data. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2006, **49**(3): 718~723
- [18] Ditmar P, Klees R, Liu X. Frequency-dependent data weighting in global gravity field modeling from satellite data contaminated by non-stationary noise. *Journal of Geodesy*, 2007, **81**(1): 81~96
- [19] 肖云, 夏哲仁, 王兴涛. 用 GRACE 星间速度恢复地球重力场. 测绘学报, 2007, **36**(1): 19~25
Xiao Y, Xia Z R, Wang X T. Recovering the Earth gravity field from inter-satellite range-rate of GRACE. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica* (in Chinese), 2007, **36**(1):19~25
- [20] 郑伟. 基于卫星重力测量恢复地球重力场的理论和方法[博士论文]. 武汉: 华中科技大学, 2007. 1~135
Zheng W. Theory and methodology of Earth's gravitational field recovery based on satellite gravity measurement[Ph. D. Thesis]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2007. 1~135
- [21] 王正涛, 李建成, 姜卫平等. 基于 GRACE 卫星重力数据确

- 定地球重力场模型 WHU-GM-05. 地球物理学报, 2008, **51**(5): 1364~1371
- Wang Z T, Li J C, Jiang W P. Determination of earth gravity field model WHU-GM-05 using GRACE gravity data. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2008, **51**(5):1364~1371
- [22] Xu P L. Position and velocity perturbations for the determination of geopotential from space geodetic measurements. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2008, **100**(3): 231~249
- [23] Zheng W, Shao C G, Luo J, et al. Improving the accuracy of GRACE Earth's gravitational field using the combination of different inclinations. *Progress in Natural Science*, 2008, **18**(5): 555~561
- [24] Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. Physical explanation on designing three axes as different resolution indexes from GRACE satellite-borne accelerometer. *Chinese Physics Letters*, 2008, **25**(12): 4482~4485
- [25] Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. Physical explanation of influence of twin and three satellites formation mode on the accuracy of Earth's gravitational field. *Chinese Physics Letters*, 2009, **26**(2): 029101-1~029101-4
- [26] 郑 伟, 许厚泽, 钟 敏等. 卫-卫跟踪测量模式中轨道高度的优化选取. 大地测量与地球动力学, 2009, **29**(2): 100~105
- Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. Optimal design of orbital altitude in satellite-to-satellite tracking model. *Journal of Geodesy and Geodynamics* (in Chinese), 2009, **29**(2):100~105
- [27] 郑 伟, 许厚泽, 钟 敏等. 两种 GRACE 地球重力场精度评定方法的检验. 大地测量与地球动力学, 2009, **29**(5): 89~93
- Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. Verification of two methods on evaluating the accuracy of GRACE Earth's gravitational field. *Journal of Geodesy and Geodynamics* (in Chinese), 2009, **29**(5):89~93
- [28] 郑 伟, 许厚泽, 钟 敏等. GRACE 星体和 SuperSTAR 加速度计的质心调整精度对地球重力场精度的影响. 地球物理学报, 2009, **52**(6):1465~1473
- Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. Influence of the adjusted accuracy of center of mass between GRACE satellite and SuperSTAR accelerometer on the accuracy of Earth's gravitational field. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2009, **52**(6):1465~1473
- [29] 郑 伟, 许厚泽, 钟 敏等. GRACE 卫星实测数据有效处理和地球重力场快速解算. 地球物理学报, 2009, **52**(8): 1966~1975
- Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. Effective processing of measured data from GRACE key payloads and accurate determination of Earth's gravitational field. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2009, **52**(8):1966~1975
- [30] 郑 伟, 许厚泽, 钟 敏等. 卫星跟踪卫星测量模式中星载加速度计高低灵敏轴分辨率指标优化设计论证. 地球物理学报, 2009, **52**(11):2712~2720
- Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. Demonstration on the optimal design of resolution indexes of high and low sensitive axes from space-borne accelerometer in the satellite-to-satellite tracking model. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2009, **52**(11):2712~2720
- [31] 郑 伟, 许厚泽, 钟 敏等. 卫星跟踪卫星模式中轨道参数需求分析. 天文学报, 2010, **51**(1): 65~74
- Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. Requirement analysis of orbit parameters in the satellite-to-satellite tracking model. *Chinese Astronomy and Astrophysics* (in Chinese), **51**(1): 65~74
- [32] 郑 伟, 许厚泽, 钟 敏等. 基于星间加速度法精确和快速确定 GRACE 地球重力场. 地球物理学进展, 2010, (待发表)
- Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. Accurate and fast measurement of GRACE Earth's gravitational field using the intersatellite range-acceleration method. *Progress in Geophysics* (in Chinese), 2010, (in press)
- [33] 郑 伟, 许厚泽, 钟 敏等. 利用改进的预处理共轭梯度法和三维插值法精确和快速解算 GRACE 地球重力场. 地球物理学进展, 2010, (待发表)
- Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. Accurate and rapid determination of GRACE Earth's gravitational field using improved pre-conditioned conjugate-gradient approach and three-dimensional interpolation method. *Progress in Geophysics* (in Chinese), 2010, (in press)
- [34] 郑 伟, 许厚泽, 钟 敏等. 卫星跟踪卫星测量模式中关键载荷精度指标不同匹配关系论证. 宇航学报, 2010, (待发表)
- Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. Demonstration on different matching relationship of accuracy indexes from key payloads in the satellite-to-satellite tracking model. *Journal of Astronautics* (in Chinese), 2010, (in press)
- [35] 郑 伟, 许厚泽, 钟 敏等. 我国下一代 Improved-GRACE 卫星重力测量计划的实施建议. 测绘学报, 2010, (待发表)
- Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. Implemental suggestion of next-generation Improved-GRACE satellite gravity measurement mission in China. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica* (in Chinese), 2010, (in press)
- [36] 郑 伟, 许厚泽, 钟 敏等. Improved-GRACE 卫星重力轨道参数优化研究. 大地测量与地球动力学, 2010, **30**(2): 43~48
- Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. Research on optimal selection of orbital parameters in the Improved-GRACE satellite gravity measurement mission. *Journal of Geodesy and Geodynamics* (in Chinese), 2010, **30**(2):43~48
- [37] 郑 伟, 许厚泽, 钟 敏等. 地球重力场模型研究进展和现状. 大地测量与地球动力学, 2010, (待发表)
- Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. Progress and present status in Earth's gravitational field models. *Journal of Geodesy and Geodynamics* (in Chinese), 2010, (in press)
- [38] Reigber C, Schmidt R, Flechtner F. An Earth gravity field model complete to degree and order 150 from GRACE;

- EIGEN-GRACE02S. *Journal of Geodynamics*, 2004, **39**(1):1~10
- [39] Han S C, Shum C K, Jekeli C. Precise estimation of in situ geopotential differences from GRACE low-low satellite-to-satellite tracking and accelerometer data. *Journal of Geophysical Research*, 2006, **111**, B04411, doi: 10.1029/2005JB003719
- [40] Jekeli C. The determination of gravitational potential differences from SST tracking. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 1999, **75**: 85~101
- [41] 郑伟, 邵成刚, 罗俊等. 基于卫-卫跟踪观测技术利用能量守恒法恢复地球重力场的数值模拟研究. *地球物理学报*, 2006, **49**(3): 712~717
Zheng W, Shao C G, Luo J, et al. Numerical simulation of Earth's gravitational field recovery from SST based on the energy conservation principle. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2006, **49**(3): 712~717
- [42] Jekeli C, Rapp R H. Accuracy of the determination of mean anomalies and mean geoid undulations from a satellite gravity field mapping mission. Department of Geodetic Science, The Ohio State University, 1980. 307
- [43] Kim J. Simulation study of a low-low satellite-to-satellite tracking mission[Ph. D. Thesis]. Austin: The University of Texas, 2000. 1~276
- [44] 郑伟, 许厚泽, 钟敏等. 基于半解析法有效和快速估计GRACE全球重力场的精度. *地球物理学报*, 2008, **51**(6): 1704~1710
Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. Efficient and rapid estimation of the accuracy of GRACE global gravitational field using the semi-analytical method. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2008, **51**(6):1704~1710
- [45] 郑伟, 许厚泽, 钟敏等. 基于激光干涉星间测距原理的下一代月球卫星重力测量计划需求论证. *宇航学报*, 2010, (待发表)
Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. Demonstration of requirement on future lunar satellite gravity exploration mission based on interferometric laser intersatellite ranging principle. *Journal of Astronautics* (in Chinese), 2010, (in press)
- [46] Rummel R, San F, Van Gelderen M, et al. Spherical Harmonic Analysis of Satellite Gradiometry, Netherlands Geodetic Commission, Publications in Geodesy, New Series, Delft, Netherlands, No. 39, 1993

(本文编辑 胡素芳)