

Xu K, Wang M Y. Frequency-domain finite-element inversion of elastic-wave velocity using the geological regular-blocky-model method. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2004, 47(4): 708 ~ 717

利用地质规则块体建模方法的频率域有限元弹性波速度反演

许 琨 王妙月

中国科学院地质与地球物理研究所, 北京 100029

摘 要 在频率域弹性波有限元正演方程的基础上, 依据匹配函数(也就是观测数据和正演数据残差的二次范数)最小的准则, 用矩阵压缩存储与 LU 分解技术来存储和求解频率域正演方程中的大型稀疏复系数矩阵, 用可调阻尼因子的 Levenberg-Marquard 方法求解反演方程组, 直接求取地下介质的弹性波速度, 导出了频率域弹性波有限元最小二乘反演算法. 为了利用地下地质体的分布规律, 减少反演所求的未知数个数, 本文又提出了规则地质块体建模方法引入到反演中来. 经数值模型验证, 在噪声干扰很大(噪声达到 50%)或初始模型与真实模型相差很大的情况下, 反演也能取得很满意的效果, 证明本方法具有很好的抗噪性与“强壮性”.

关键词 频率域 弹性波 有限元 反演 矩阵压缩存储 LU 分解技术 Levenberg-Marquard 方法 地质规则块体建模方法

文章编号 0001-5733(2004)04-0708-10 中图分类号 P631 收稿日期 2003-03-17, 2003-12-13 收修定稿

FREQUENCY-DOMAIN FINITE-ELEMENT INVERSION OF ELASTIC-WAVE VELOCITY USING THE GEOLOGICAL REGULAR-BLOCKY-MODEL METHOD

XU Kun WANG Miao-Yue

Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China

Abstract In order to obtain the elastic velocity of subsurface media directly, this paper derives a frequency-domain elastic-wave finite-element least-squares inversion method according to the criterion of minimizing the misfit function (the l_2 -norm of the data residuals between observational data and modeling data) on the basis of the frequency-domain elastic-wave finite-element modeling equation. This inversion method includes the matrix compressional storage and LU decomposition techniques to save and solve the large sparse complex-valued coefficient matrix in frequency-domain modeling equation. Then the Levenberg-Marquard technique with an adjustable damping term is used to solve the inverse equation group. To sufficiently exploit subsurface geologic distribution features to decrease the number of inverse unknowns, this paper introduces the regular-blocky-model method into the inversion. Being verified by numerical models, this inversion method can obtain satisfied results using the shot profile contaminated with great random noise even up to 50% or the initial model parameters that have much difference from the original model parameters, which proves the inversion is noise-resistant and 'robust'.

基金项目 国家自然科学基金项目(40074035).

作者简介 许 琨,男,1971 年生,博士,1996 年于石油大学(北京)地球科学系获硕士学位.主要从事地震波正、反演和层析成像的研究.

Email: stongkingxk@mail.igcas.ac.cn

Key words Frequency-domain , Elastic-wave , Finite-element , Inversion , Matrix compressional storage , LU decomposition technique , Levenberg-Marquard technique , Geologic regular-blocky-model method.

1 引 言

非线性最小二乘最优化迭代波形反演方法是一类基于数据拟合的波动方程反演算法,它依据使匹配函数(也就是观测数据和正演数据残差的二次范数)最小的准则,首先从地震波动方程中导出修改模型弹性参数的梯度方向,然后利用一些梯度类算法如共轭梯度法、高斯-牛顿法、全牛顿法等,迭代改进模型参数,使匹配函数达到最小,这时的模型参数就认为是最接近真实情况的反演结果。此反演方法首先由 Tarantola^[1]、Mora^[2]等人提出,陈小宏^[3]、张美根等^[4]也对此反演方法进行了深入的研究,但大多在时间域用有限差分、有限元方法进行,需要对每炮都进行一次正演和一次数据残差的反传播,多炮记录的计算成本很高。Pratt^[5]、Changsoo Shin 等^[6]提出利用频率域有限差分或有限元方程法,许琨等^[7]也在频率域对地震声波方程的系数进行了反演,此法一般在频率域对地震波方程中的大型稀疏复系数矩阵进行 LU 分解,分解得到的系数矩阵可重复利用,从而大大地提高了对多炮记录的运算效率,成为当前国际上比较流行的研究方向,并已在一些实际资料中得到很好的验证,本文所用的频率域有限元最小二乘反演算法就属于此类频率域算法。

本文提出近似于 GOCAD 方法^[8]的地质规则块体建模方法,将它引入到频率域有限元反演中划分和参数化地质模型,减少未知数的数目,以提高反演的精度和稳定性。另外,为了消除在非线性迭代反演中的混沌现象,如不稳定、发散等,本文提出了阻尼因子随着数据残差的平方模调节的 Levenberg-Marquard 方法^[9]。

2 频率域弹性波有限元正演

2.1 频率域弹性波有限元方程

在空间域将地下各向同性非均匀弹性介质划分为许多大小形状一致的小矩形网格。网格节点的总数为 $m_n = n_x \times n_z$,其中 n_x 为 x 方向的个数, n_z 为 z 方向的个数。网格单元的总数为 $m_e = (n_x - 1) \times (n_z - 1)$ 。在矩形单元中任一点位移或速度、加速度可以

被此单元 4 个角上的线性插值。对于二维空间的弹性波方程,任一点的位移或速度、加速度的总的自由度为 $m_f = 2 \times n_x \times n_z$ 。根据 Hamilton 最小能量理论,地震波方程被转化为最小能量变分方程。参照文献 [10],推导出时间域弹性波有限元方程,转换到频率域,

$$(K + i C - \omega^2 M) u = f, \quad (1)$$

其中 ω 是角频率, M 是 $m_f \times m_f$ 的总体质量矩阵, C 是 $m_f \times m_f$ 的吸收边界矩阵, K 是 $m_f \times m_f$ 总体刚度矩阵, u 是 m_f 位移矢量, f 是 m_f 震源矢量。

利用 Rayleigh 阻尼边界条件^[11]构成吸收边界矩阵 C ,为

$$C = \alpha M + \beta K, \quad (2)$$

其中 α 和 β 是调节系数,可由经验公式得到。

简化(1)式,得到

$$S u = f, \quad (3)$$

其中 $S = K + i C - \omega^2 M$,是 $m_f \times m_f$ 大型稀疏复系数矩阵。

2.2 用 LU 分解法解正演方程矩阵

在每个离散频率 $\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{(n-1)}$ 上求解 u ,将其快速傅里叶反变换到时间域,为便于快速傅里叶变换, n 设为 2^m 个, m 为正整数,如果不够,就要补零到 2^m 个)。由于地震波信号在快速傅里叶离散频率域具有对称性,且地震波的频谱有一定分布范围,不需要计算过高的频率,零频率也不计算,所以实际需要计算的离散频率数比时间域的采样点数 n 少很多,其余频率下的 u 值充零即可,大大提高了频率域的计算速度。

由于 S 是对角线占优的稀疏矩阵,利用矩阵等带宽压缩存储技术来减少内存量。考虑到 S 在以后会多次重复出现,先对它进行分解,分解后的矩阵可在以后的运算中利用多次,以缩短运算时间。由于需要 S 分解后的矩阵依然用等带宽压缩方式存储在原来的空间内,QR、SVD 等分解技术会破坏 S 的稀疏性质,分解后不能再按压缩方式存储,在此并不适用。因此本文采用不会破坏矩阵稀疏性质的 LU 分解技术,先将复数阻抗矩阵 S 分解为上三角矩阵和下三角矩阵,依然存储在原来存储矩阵 S 的内存空间内,在以后的正演计算中不需再做矩阵分解,只

需用分解的矩阵做向前、向后回代计算即可。

矩阵被分解后在多炮资料的正演与反演计算中重复利用是频率域反演比时间域更快、更实用的关键。

3 频率域最小二乘反演方法的原理

3.1 反演参数的选择

在作反演之前,首先要选择反演的参数,反演参数要求各自独立.对于弹性波反演,有几种弹性参数和密度的不同组合方式,可以是拉梅系数 μ 和密度 ρ ;也可以是纵波速度 $v_p = \sqrt{\frac{\mu + 2\mu}{\rho}}$ 、横波速度 $v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ 和密度 ρ ;还可以是纵波波阻抗 $I_p = v_p \rho$ 、横波波阻抗 $I_s = v_s \rho$ 和密度 ρ .根据 Tarantola^[12] 的分析,利用地面标准反射资料,通常只能恢复出地下波长平滑的速度信息或短波长波阻抗扰动信息,而对于某些中等波长成分,既不能解出速度,也不能解出波阻抗.在这里,选择纵波速度 v_p 、横波速度 v_s 和密度 ρ 的组合作为反演目标。

3.2 解 Jacobi 矩阵

在频率域有限元正演方程(3)两边对某一反演参数 $p_i (i = 1, 2, \dots, m, m = 3m_e)$ (包括 v_p, v_s, ρ) 求导产生

$$S \frac{\partial u}{\partial p_i} = - \frac{\partial S}{\partial p_i} u, \quad (4)$$

式中, S 由 $p_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 的初始值或上一次反演修改过的 $p_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 给出; u 是知道 S 后用(3)式已算出的正演记录.由于 S 在前面已作过 LU 分解,将前面分解的结果代入方程(3)求取正演波场 u 对反演参数 p_i 的偏导数向量 $\frac{\partial u}{\partial p_i}$.

这样可以将所有对于 $p_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 的偏导数向量 $\frac{\partial u}{\partial p_i}$ 求出,组合成总的 Jacobi 矩阵

$$J = \left[\frac{\partial u}{\partial p_1} \quad \frac{\partial u}{\partial p_2} \quad \dots \quad \frac{\partial u}{\partial p_m} \right]. \quad (5)$$

3.3 形成反演方程组

选择不同炮,不同频率的 J 中向量对应着地面检波器处的数据残差 d 形成一个广义线性反演方程组,以此求解 $p_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 的修改向量 p ,

$$J p = d, \quad (6)$$

式中, J 是抽取 J 中元素,对应着地面检波器接收分量,并按实部和虚部重新排列的实系数 Jacobi 矩阵;

p 是模型参数 $p_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 的修改量向量; $d = u - \hat{u}$ 为在检波器处正演数据 u 与实际接收记录 \hat{u} 的数据残差。

3.4 用 Levenberg-Marquard 方法解反演方程组

在反演方程组(6)中,由于 Jacobi 矩阵 J 有可能病态或接近奇异,用直接的矩阵分解技术很难得到满意的结果,在迭代过程中经常产生发散现象.因此 Levenberg-Marquardt 方法^[9] 被引入以提高稳定性.方程(6)转化为

$$(J^T J + I) p = J^T d, \quad (7)$$

式中 λ 是小的正实数阻尼因子; I 是单位矩阵。

应用 SVD 方法将实系数矩阵 J 分解为三个矩阵:两个正交矩阵 U 和 V 及一个对角线矩阵 Λ , 即

$$\begin{aligned} J &= U \Lambda V^T, \\ J^T J &= V \Lambda^T U^T U \Lambda V^T = V \Lambda^2 V^T, \\ J^T J + I &= V \Lambda^2 V^T + I = V (\Lambda^2 + I) V^T, \\ (J^T J + I)^{-1} &= V (\Lambda^2 + I)^{-1} V^T \\ &= V \cdot \text{diag} \left\{ \frac{1}{\lambda_j^2 + 1} \right\} \cdot V^T, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p &= (J^T J + I)^{-1} J^T d \\ &= V \cdot \text{diag} \left\{ \frac{1}{\lambda_j^2 + 1} \right\} \cdot V^T V U^T d \\ &= V \cdot \text{diag} \left\{ \frac{1}{\lambda_j^2 + 1} \right\} \cdot U^T d, \end{aligned} \quad (8)$$

式中 λ_j 是 Λ 的对角线元素.这样可以求解模型参数的修正向量 p .

在迭代反演中,可以注意到,当阻尼因子 λ 设置为大的正实数时,迭代收敛稳定,但缓慢,不能达到所需的精度;当阻尼因子 λ 设置为小的正实数或零时,迭代收敛快并能达到很高的精度,但不稳定,在初始模型参数与真实模型参数差别较大时容易发散。

为了解决这个问题,本文设置阻尼因子在迭代反演中可以调节.在迭代开始时,模型参数与真实地质参数差别比较大(也就是说,数据残差的平方模比较大),采用大的阻尼因子 λ 来改进稳定性.迭代中,随着数据残差的平方模逐渐变小,反演程序自动选择小的或零阻尼因子 λ 加速迭代,能保证反演收敛到比较高的精度。

4 地质规则块体建模方法

4.1 块体概念的引入、定义与划分

在进行有限差分或有限元正演时,地下模型参数化通常是将地质模型划分为很多的矩形网格.反

演时,要反演的模型参数一般对应着正演的模型划分,被放置在每个网格内或网格点上. 为保证正演不发生频散,并保证正演结果的精度,正演模型划分的网格比较致密,则对应的反演参数的数量也非常大,导致反演中出现计算量过大,不稳定,发散等现象.

实际上,地下介质的分布有一定规律. 如果能利用这些规律,未知数的个数可以大大的减少. 目前,率先由 Mallet^[8] 提出的 COCAD 方法利用了这种地质分布规律,但它的构造模型和参数化过程相对复杂和困难. 参照 COCAD 方法,本文提出了相对简单且实用的方法:地质规则块体建模方法.

众所周知,传统的地震资料处理是基于地下接近于水平的层状介质的假设上,有些反演方法也是基于层状介质的前提下展开的,如常见的反射波层析成像、AVO 反演方法、 $-p$ 平面波分解反演算法等,都是首先将地下模型划分为很多层状介质,每层介质赋予不同的弹性参数. 层状介质可以适合于大多数相对简单的地下地质构造,但不适合复杂的地质构造. 块体模型的概念是水平层状介质模型的改进. 在本文中,和 COCAD 方法的定义一致,块体定义为封闭的地质体,是地下构造的基本单元. 任何地质体可以由一个块体或多个子块体组合构成,在一个块体中,速度或其他物性参数保持恒定或连续变化,在块体的边界处,这些参数值出现间断.

在 COCAD 中,每个块体在三维空间中由几个曲面定义,在二维空间中由几条曲线定义,但由曲面或曲线构成的块体与正演计算中的致密矩形网格不匹配,见图 1a. 为了减小反演的复杂性,本文采用了一种折衷的办法. 把致密的计算网格划分为很多子区域,由多个邻近的网格构成的一个子区域就是一个块体. 在二维空间内,两个块体间的边界就是计算网格间的折线,这样,由曲线构成的块体(见图 1a)就简化成由折线构成的块体(见图 1b). 计算网格越密,折线就越接近曲线,越接近真实的地质体分界.

4.2 在一个块体中模型参数的表示

在有限元计算中,为了方便,一个网格中的物性参数被认为是恒定的. 这样,一个网格内的物性参数值可由在此网格中心位置的值来表示,下面也按照此种方式来表示速度.

经过分析以前的地质资料,可以得出结论:纵波速度或其他物性参数在一个地质体(也就是块体)中是缓慢连续变化的,可以由一个线性函数来表达^[13]. COCAD 采用其基准点放在块体边界上的样

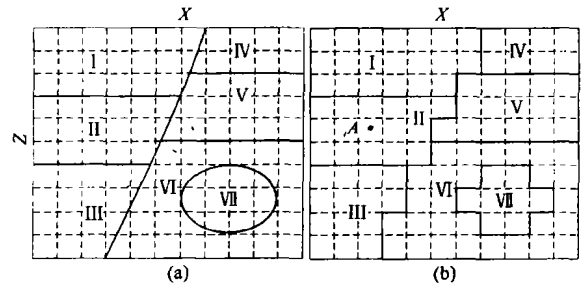


图 1 由曲线构成的块体与由折线构成的块体之比较
(a) 曲线构成的块体模型;(b) 折线构成的块体模型.

Fig. 1 The comparison between the blocks dissected by solid curve lines and by dashed fold lines

条函数来插值出在这个块体中任一点的物性参数值. 这种方法经分析是相当复杂的,它首先定义多个点为参考点. 为了插出一个块体中任一点的值,它通常将参考点定义在此块体与其他块体之间的边界线上. 由于在块体边界上的物性参数是不连续的,也就是说,物性参数在边界线上的一个点可能针对邻近不同的块体有不同的值,这样会给反演带来很大的麻烦. 另外,块体通常是不规则的,需要更多的参考点去控制,会增加反演中未知数的个数,并使插值公式更复杂. 为了解决以上这些问题,本文提出了一个新方法,在一个块体中设置一个参考点,然后从这一点展开表示物性参数的线性公式(见图 1b). 图中的块体由多个网格构成. 块体的参考点设置在 A,为某一网格的中心点,其坐标位置为 (x_0, z_0) ,在点 A 的纵波速度为 v_{P0} ,则在块体中其他网格的纵波速度 $v_P(x, z)$ 被定义为

$$v_P(x, z) = v_{P0} [a(x - x_0) + b(z - z_0) + 1], \quad (9)$$

式中 a 是纵波速度在块体中的横向梯度; b 为纵向梯度; (x, z) 为块体中其他网格的中心点.

实际应用中,根据不同的情况,也许会遇到一些地质体的物性参数有横向或纵向的不同变化,也就是横向或纵向的梯度也会发生变化,我们可以用分段线性函数拟合之. 一种情况见图 2a,平滑变化的高速异常体被虚线划分为 4 个子区域(也称子块体),每个子区域有不同的纵波速度梯度,可以将参考点 A 放在地质体的中间(4 个子块的交点),作为 4 个子块共同的参考点,然后在不同的子块里定义不同的线性函数,它们在参考点 A 上有同样的 v_{P0} ,但是不同的子块有不同速度梯度 a 或 b . 由于通常纵波速度的变化相对比较缓慢(也就是 a 和 b 较小),则纵波速度在整个高速异常体中的连续性基本

上得到了保证. 另一种情况见图 2b, 地质体是一个背斜(或向斜)体. 我们将背斜体用虚线划分为 3 个子块, 然后固定主参考点 A 在中间子块, 两个辅助参考点 B 、 C 在子块之间的分界(虚分割线)上. 在 B 、 C 的纵波速度可以通过在中间子块(也就是主子块)以 A 点出发的线性公式得到, 这样纵波速度在左边子块内可以通过从点 B 展开的另一个线性公式得到, 在右边子块也通过从点 C 展开的一个线性公式得到. 这样在整个背斜体内的纵波速度由从 A 点出发的分段线性函数表示, 其连续性也基本上得到了保证. 和以上两种情况类似, 如果地质体根据其中纵波速度梯度变化不同被划分为更多的子块体, 可以将主参考点放置在中间子块体上, 辅助参考点放置在子块体之间的辅助分割线上, 然后在不同的子块体里展开不同的线性函数, 则在这个地质体内的纵波速度的连续性就基本上得到了保证.

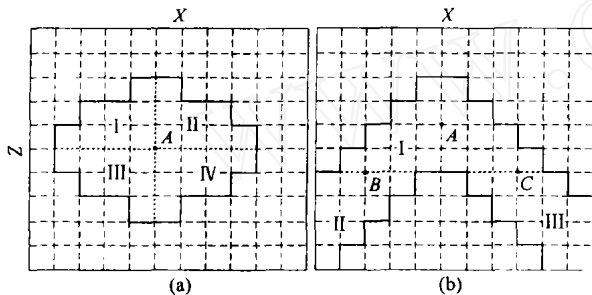


图 2 高速异常体与背斜体的块体模型
(a) 高速异常体; (b) 背斜体.

Fig. 2 The block models of the high-velocity anomaly and the anticline body

和纵波一样, 本文用同样的方法处理横波速度. 在图 1b 中块体的横波速度 $v_s(x, z)$ 表示为

$$v_s(x, z) = v_{s0} [c(x - x_0) + d(z - z_0) + 1], \quad (10)$$

式中 v_{s0} 是在参考点 (x_0, z_0) 的横波速度, c, d 分别为横向和纵向梯度.

根据以往的地质经验, 存在着密度和纵波速度的经验公式, 通常用 Gardner 公式表示^[13]为

$$\rho = 0.31 v_p^4. \quad (11)$$

可以看出密度随着纵波速度 v_p 的 $\frac{1}{4}$ 次幂线性变化, 变化比纵波速度 v_p 慢很多, 且密度的变化对正演记录波形的影响也相对较小. 因此合理地认为密度在一个地质体中保持不变.

4.3 地质规则块体建模方法在反演中的应用

在弹性波反演之前, 利用偏移剖面划分出大致的层位, 并用由速度分析或反射层析成像得到的物性参数做为初始参数进行反演. 每次反演结束, 得到新的物性参数分布, 可以利用新的更准确的物性参数分布进行深度偏移, 得到更准确的地下构造分布, 重新划分块体进行反演. 这样, 通过反复的物性和构造的同时反演、偏移, 达到满意的效果.

在弹性波反演中, 首先将地质模型划分为一些块体(假设共有 m_m 个), 每个块体由许多计算网格构成, 在每个块体中设置参考点的位置, 然后只反演 7 种类型的物性参数: v_{p0} 、 v_{s0} 、 a 、 b 、 c 和 d , 未知数的个数由 $3m_e$ 变为 $7m_m$, 因为地质模型中块体的个数 m_m 远远小于计算网格的个数 m_e , 所以反演的未知数的个数大大减少了. 通常变化梯度 a 、 b 、 c 、 d 的数量值大大小于速度和密度, 为了加强反演的稳定性, 首先反演 v_{p0} 、 v_{s0} 、 a , 当数据残差的二次模比较小时, 反演参数再加上 b 、 c 、 d , 反演能更快、更稳定地收敛.

5 频率域弹性波有限元反演的数值模拟实验与分析

为了验证反演方法, 在一个复杂的地质体模型上进行了频率域弹性波有限元正演和反演运算, 所有计算是在一台 AMD Athlon (tm) XP 1700+, CPU 1.47 GHz, 内存 256 MB 的微机上进行. 在反演中, 假设地下介质的地质构造已通过偏移等成像手段准确地知道, 也就是说已经划分好地质块体, 在反演中不需要修改地质块体的划分, 只需反演物性参数的分布.

5.1 模型参数及正演记录

此模型的网格参数为: $n_x = 50, n_z = 120, m_e = 49 \times 119 = 5831, m_f = 2 \times 50 \times 120 = 12000$; 节点的垂直和水平间隔都是 $6m$. 在频率域进行正演计算时, 计算了包括所有地震波场频率, 从 $0.48828 \sim 63.4764 Hz$, 间隔 $0.48828 Hz$, 共 130 个离散频率; 为了适合快速傅氏变换, 时间步上的采样点数设为 2048 个, 采样间隔为 $1ms$. 震源是爆炸震源, 爆炸源的左上角坐标水平方向为从第 11 个节点到第 38 个节点, 每炮间隔 3 个节点, 垂直方向都为第 7 个节点, 一共 10 炮. 震源子波函数由 Ricker 子波函数给出, 子波长度为 131 个采样点, 主频为 $20 Hz$. 检波器

模仿地面二分量记录,布置在垂直方向第 9 个节点的水平方向所有的节点分量上. 为了消除顶部地面多次反射波对记录的“污染”,人工边界的顶部也加入了吸收边界条件.

模型为包含高速异常体和断层的三层弹性介质(图 3a),其中高速异常体中的纵波与横波速度都是渐变的,其中心速度最高,向周围方向速度逐渐降低. 用公式(9)和(10)来参数化此类较常见的渐变速度模型. 对于高速异常体,参考点设在其中心,由于变化

梯度 a、b、c 和 d 在参考点的不同方向是不同的,有正负号的差异,将高速异常体划分为 4 个子块,此模型共被划分为 6 个块体(图 3a). 6 个块体的物性参数见表 1. 表中坐标系的原点(0,0)在模型的左上角,为了方便,坐标位置和速度梯度的单位都以每个网格的长度(6m)为基准,如横向第 i_x 个,纵向第 i_z 个的网格中心点的坐标为 $(i_x - 0.5, i_z - 0.5)$. 序号为 2、3、4、5 的块体为高速异常体划分出的 4 个子块,参考点设在高速异常体的中心网格点上,坐标为(26,42).

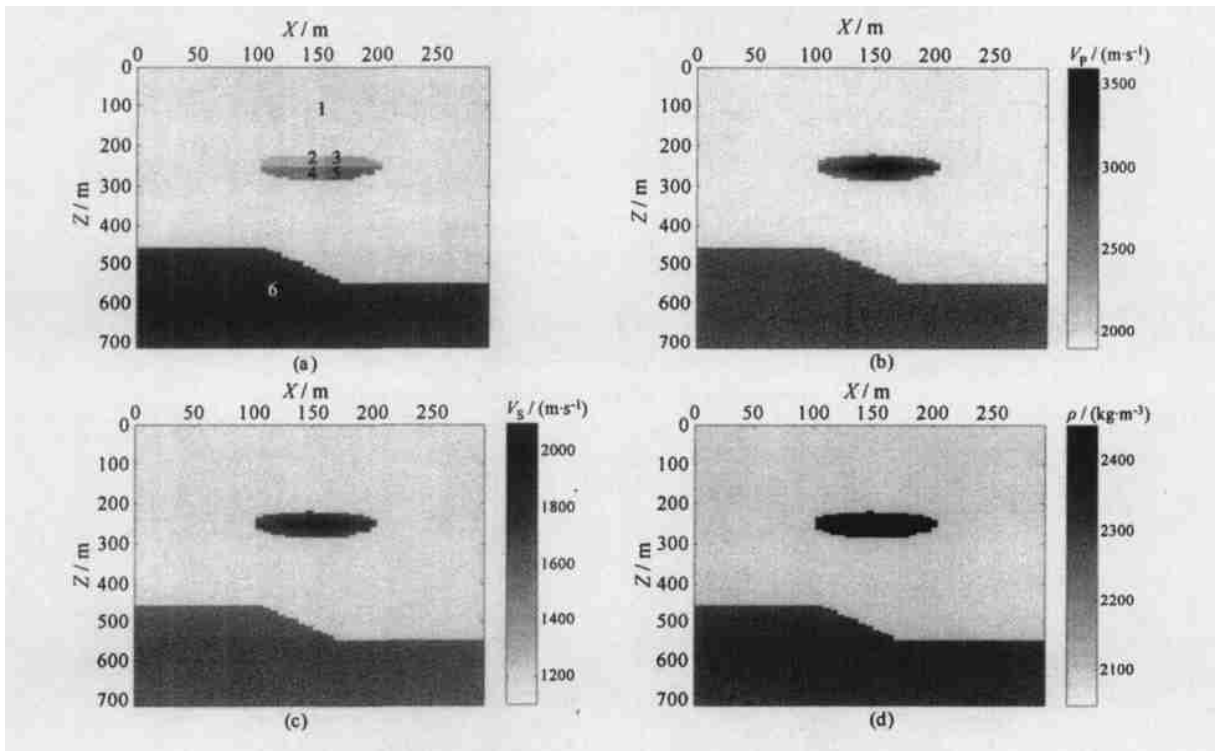


图 3 介质模型图

(a) 模型的块体划分;(b) 原始纵波速度图;(c) 原始横波速度图;(d) 原始密度图.

Fig. 3 The media model

表 1 图 3 中模型的物性参数

Table 1 The material coefficients of the model in Fig. 3

序号	(x_0, z_0)	$v_{P0}/(m \cdot s^{-1})$	$v_{S0}/(m \cdot s^{-1})$	$\rho/(kg \cdot m^{-3})$	$a/\left(\frac{m \cdot s^{-1}}{6m}\right)$	$b/\left(\frac{m \cdot s^{-1}}{6m}\right)$	$c/\left(\frac{m \cdot s^{-1}}{6m}\right)$	$d/\left(\frac{m \cdot s^{-1}}{6m}\right)$
1	(24.5, 27.5)	2000	1200	2100	0	0	0	0
2	(26, 42)	3500	2000	2400	0.02	0.03	0.015	0.02
3	(26, 42)	3500	2000	2400	-0.02	0.03	-0.015	0.02
4	(26, 42)	3500	2000	2400	0.02	-0.03	0.015	-0.03
5	(26, 42)	3500	2000	2400	-0.02	-0.03	-0.015	-0.03
6	(24.5, 99.5)	2800	1600	2300	0	0	0	0

图 4 是爆炸源的左上角坐标在水平方向第 20 个节点,垂直方向第 7 个节点的单炮垂直和水平分量记录,为了突出有效波场的显示效果,只显示了 1000 个采样点长度的时间记录(为突出剖面显示效

果,对它作了单道振幅增益处理).

图 5 是图 4 炮集记录的振幅谱 w ,从振幅谱可看出频率在 50Hz 以下的波场为集中了绝大部分能量的有效波场.

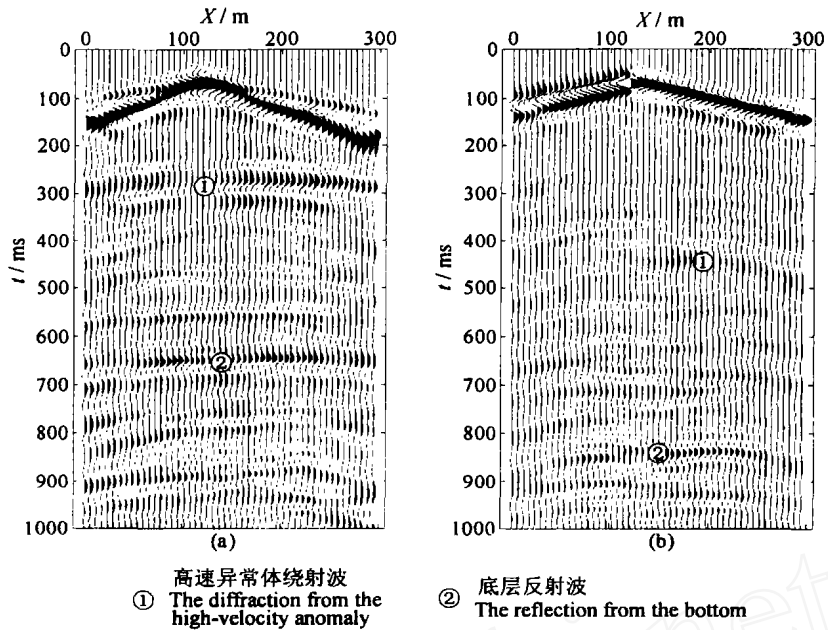


图 4 原始炮集记录 (没加噪声)

(a) 垂直分量; (b) 水平分量.

Fig. 4 The original shot profile (not contaminated with noise)

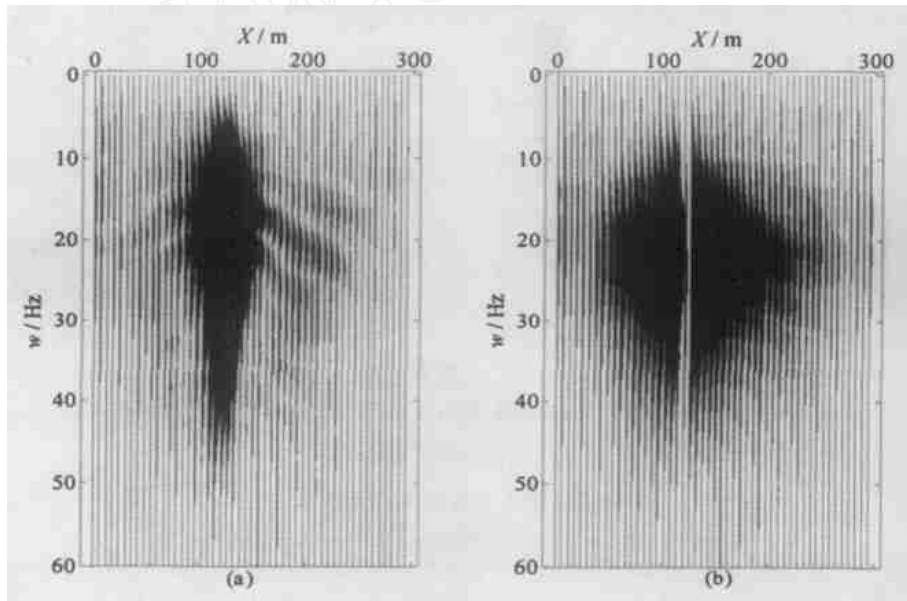


图 5 图 4 炮集记录的振幅谱

(a) 垂直分量; (b) 水平分量.

Fig. 5 The amplitude spectrum of the shot profile in Fig. 4

图 6 是图 4 炮集记录加上 50% 随机噪声的记录 (为突出剖面显示效果, 对它作了单道振幅增益处理), 可看出噪声干扰很严重, 深层的反射波同相轴基本上“湮没”在随机噪声中.

图 7 是图 4 炮集记录的振幅谱, 可看出随机干扰由于是随机过程, 其振幅谱布满整个频谱, 能量因此分散; 但在 5 ~ 50 Hz 去除了面波等低频干扰波的

有效波场内 (此模型由于顶边界加了吸收边界条件, 没有面波干扰), 有效波能量集中, 有效波振幅谱波形清晰可见, 受随机干扰影响很小, 依然保持着极高的信噪比.

从图 4 ~ 7 中也可以看出频率域反演的固有优越性, 在频率域中, 不同波的频谱会分离开, 利用有效波占优势的频段作反演, 比时间域反演的抗干扰

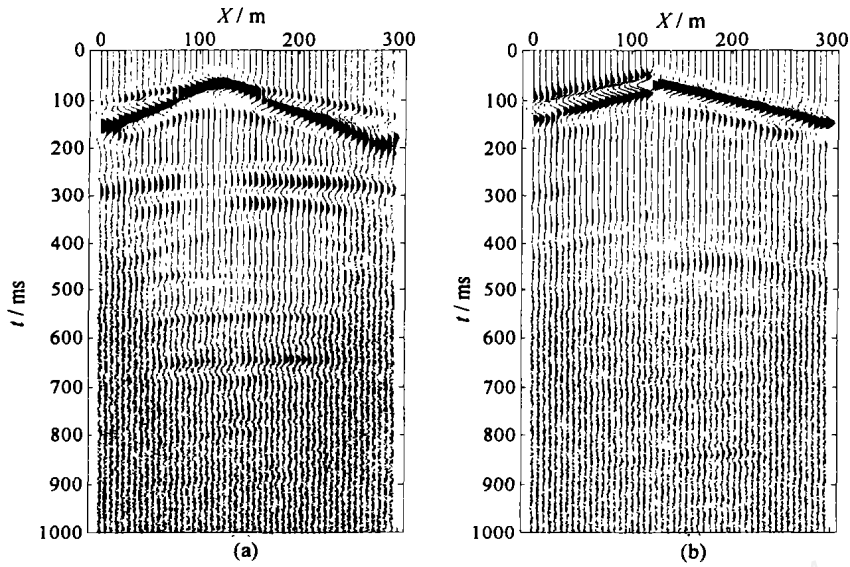


图 6 原始炮集记录加上 50% 的随机噪声

(a) 垂直分量; (b) 水平分量.

Fig. 6 The profile of the original shot profile contaminated with 50 % random noise

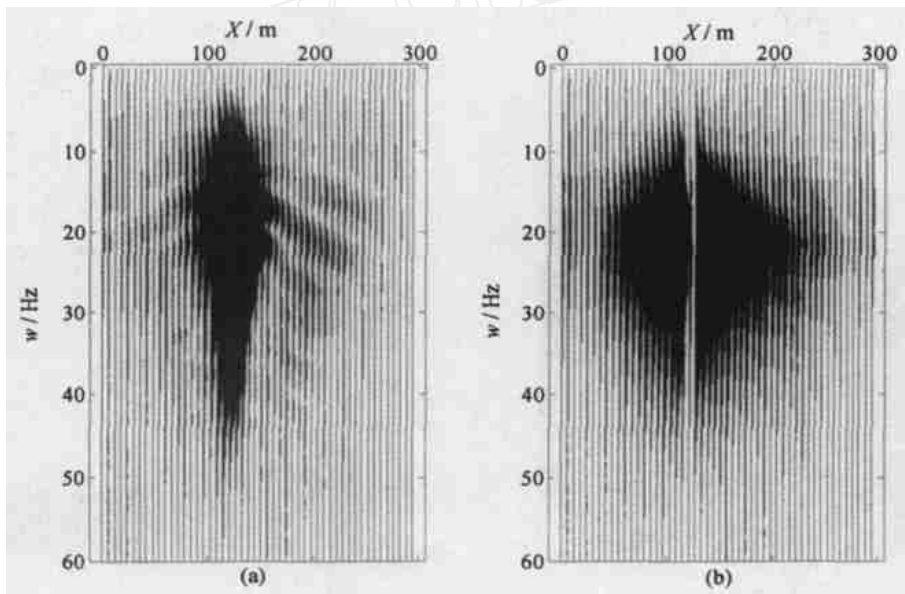


图 7 加上 50% 随机噪声的炮集记录的振幅谱

(a) 垂直分量; (b) 水平分量.

Fig. 7 The amplitude spectrum of the original shot profile contaminated with 50 % random noise

性要强很多.

5.2 频率域弹性波有限元反演结果

本节在做频率域弹性波有限元反演时,假设已知模型块体的精确划分.反演所用的炮集资料包括直达波、折射波、反射波、衍射波等全波场资料(面波在理论上也可用于此反演,但它会严重地影响深层的物性参数反演,在此不包括在反演中),都可作为有效波来参与反演.在选取反演所用频率时,考虑到 5Hz 以

下一般有面波等低频干扰波(此模型由于顶边界加了吸收边界条件,没有面波干扰),所以选取 5.8594 ~ 49.3164Hz 之间的有效波频谱范围,间隔 0.48828Hz,共 90 个离散频率进行反演.反演所用的初始模型为均匀弹性介质,其介质参数为: $v_p = 3000\text{m/s}$ 、 $v_s = 1600\text{m/s}$ 、 $\rho = 2200\text{kg/m}^3$ 、 $a = b = c = d = 0$.

首先用没有噪声干扰的原始炮集记录(见图 4)进行反演,共进行了 20 次迭代,花费了大约 10h 的

时间,其反演结果见表 2. 从表 2 可看出其反演所得物性参数基本为真实的物性参数,基本上没有误差;用反演得到的物性参数作为模型参数进行正演,所得记录与真实记录的数据残差的平方和与真实记录的数据平方和之比 $\left(\frac{d^T d}{d^T d}\right)$ 接近于零,这也从另一

方面说明反演所得物性参数基本为真实的物性参数. 其反演所得的层析成像图基本上和真实图像(图 3)一样.

再用加上 50 % 随机噪声的炮集记录(图 6)进行反演,也进行 20 次迭代,用时 10h,其反演结果见表 3. 从表 3 可看出频率域反演抗噪性很好,反演所

表 2 没有噪声的原始炮集记录反演结果

Table 2 The inverse results using the original shot profile not contaminated with noise

序号	$v_{P0}/(m \cdot s^{-1})$	$v_{S0}/(m \cdot s^{-1})$	$\rho/(kg \cdot m^{-3})$	$a/\left(\frac{m \cdot s^{-1}}{6m}\right)$	$b/\left(\frac{m \cdot s^{-1}}{6m}\right)$	$c/\left(\frac{m \cdot s^{-1}}{6m}\right)$	$d/\left(\frac{m \cdot s^{-1}}{6m}\right)$	$\frac{d^T d}{d^T d}$
1	2000	1200	2100	9.336×10^{-11}	-1.13×10^{-10}	-6.818×10^{-11}	-3.13×10^{-10}	
2	3500	2000	2400	0.02	0.03	0.015	0.02	
3	3500	2000	2400	-0.02	0.03	-0.015	0.02	2.802×10^{-15}
4	3500	2000	2400	0.02	-0.03	0.015	-0.03	
5	3500	2000	2400	-0.02	-0.03	-0.015	-0.03	
6	2800	1600	2300	4.921×10^{-8}	-6.25×10^{-8}	5.538×10^{-8}	-2.405×10^{-8}	

得参数依然很接近真实的物性参数;数据残差的平方和与数据平方和之比 $\frac{d^T d}{d^T d}$ 依然很小. 用误差公式

$$\text{误差} = \frac{\text{反演所得参数的平方和} - \text{真实物性参数的平方和}}{\text{真实物性参数的平方和}}$$

(12)

计算每个网格中反演所得 v_P 、 v_S 、 ρ 值与真实的 v_P 、 v_S 、 ρ 值之间的误差图(为方便,将 3 个物性参数的误差放在一起估算). 图 8 是此次反演所得的物性参数层析成像图及误差图,可以看出误差依然非常小,反演精度依然很高.

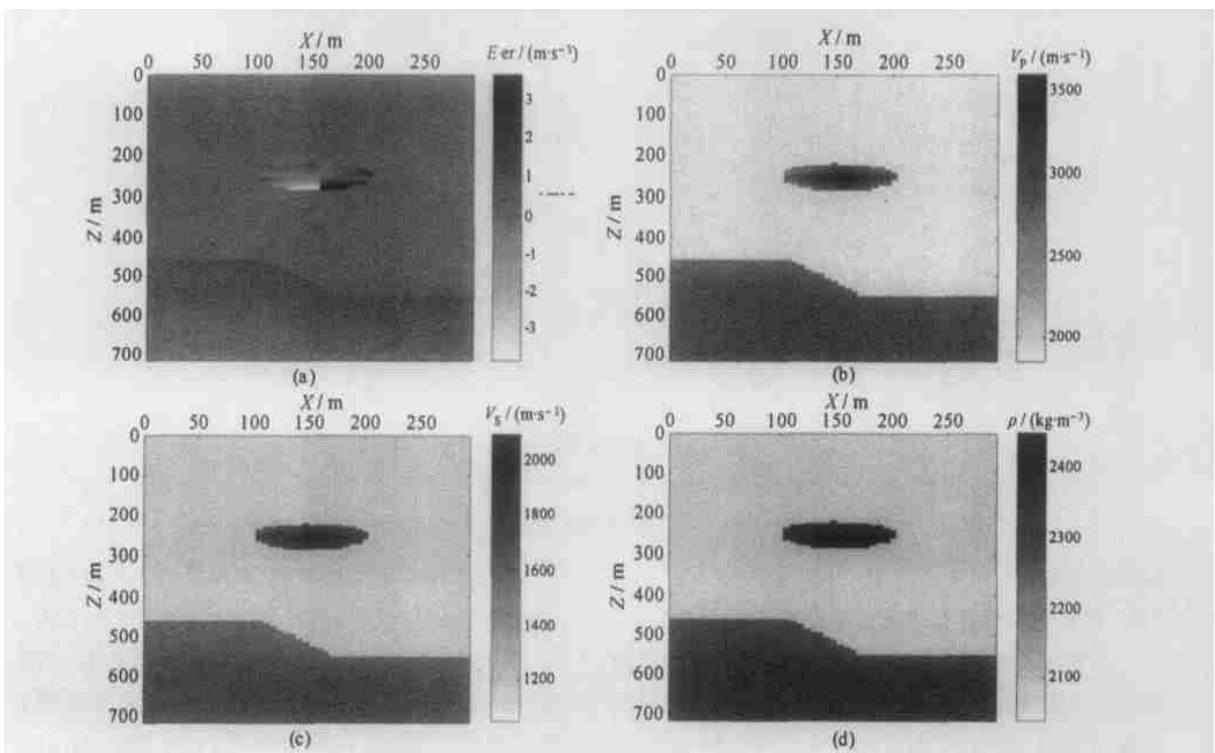


图 8 用加 50 % 噪声的炮集资料反演的结果图

(a) 物性参数平方和误差 E_{er} 图; (b) 反演的纵波速度图; (c) 反演的横波速度图; (d) 反演的密度图.

Fig. 8 The inverse results using the original shot profile contaminated with 50 % random noise

表 3 加上 50% 随机噪声的炮集记录反演结果

Table 3 The inverse results using the original shot profile contaminated with 50% random noise

序号	$v_{P0}/(m \cdot s^{-1})$	$v_{S0}/(m \cdot s^{-1})$	$\rho/(kg \cdot m^{-3})$	$a/\left(\frac{m \cdot s^{-1}}{6m}\right)$	$b/\left(\frac{m \cdot s^{-1}}{6m}\right)$	$c/\left(\frac{m \cdot s^{-1}}{6m}\right)$	$d/\left(\frac{m \cdot s^{-1}}{6m}\right)$	$\frac{d^T d}{d^T d}$
1	1999.9	1200.0	2099.9	-3.368×10^{-7}	-1.168×10^{-6}	-2.923×10^{-6}	-3.208×10^{-7}	
2	3498.2	2000.2	2397.9	1.994×10^{-2}	2.984×10^{-2}	1.511×10^{-2}	1.964×10^{-2}	
3	3498.2	2000.2	2397.9	-1.975×10^{-2}	2.995×10^{-2}	-1.481×10^{-2}	2.022×10^{-2}	6.871×10^{-8}
4	3498.2	2000.2	2397.9	1.975×10^{-2}	-3.05×10^{-2}	1.508×10^{-2}	-2.018×10^{-2}	
5	3498.2	2000.2	2397.9	-1.991×10^{-2}	-2.943×10^{-2}	-1.512×10^{-2}	-1.92×10^{-2}	
6	2800.3	1600.6	2298.8	1.387×10^{-5}	-3.689×10^{-5}	5.125×10^{-6}	2.186×10^{-6}	

6 结 论

经过前面的数值实验与分析,验证了本方法可以直接利用地震波的全波场记录(不包括面波)进行反演,省去了分离波场与识别反射波同相轴的麻烦;由于在频率域,有效波和干扰波频段有比较好的分开,其抗噪性也表现得很好;在离散频率域用 LU 分解法解矩阵的方式来求解地震波场,分解后的矩阵可供以后多次调用,大大节省了反演时逆散射波场的反传播(计算 Jacobi 矩阵)与同时反演多炮记录的计算时间;变阻尼因子 Levenberg-Marquard 方法的引入提高了反演的稳定性;而地质规则块体建模方法充分利用了地下介质物性参数的分布规律,用很少的参数尽量真实的参数化地下介质模型,大大减少了未知数的个数,提高了反演的稳定性与精度。但本方法依然存在着对计算机的内存要求过大,不利于在微机上反演大型地质模型的问题。

本方法相当于对地下物性参数进行层析成像,在实际应用时可与对地下构造进行成像的叠前深度偏移等方法相结合,深度偏移等方法为反演提供更精确的地下构造,而反演也可以为深度偏移等方法提供更精确的物性参数,反复迭代可同时得到地下更精确的物性参数与地质构造。

本反演方法在模型实验中已取得很好的效果,但为了能将本法走向实用,在下一步应从两方面考虑改进:一方面是在反演时不但能修改块体内物性参数,还能修改块体的形状,同时得到地下介质的物性参数与地质构造;另一方面,也可以考虑能通过偏移剖面自动划分出真实反映地下地质构造的块体来,实现反演与深度偏移迭代进行的自动化。

参考文献

[1] Tarantola A 著,张先康译. 反演理论 - 数据拟合和模型参数估算方法. 北京:学术书刊出版社,1989

Tarantola A. Inverse Problem Theory: Methods for Data Fitting and Parameter Estimation. Elsevier, 1987

- [2] Mora P R. Nonlinear two-dimensional elastic inversion of multioffset seismic data. *Geophysics*, 1987, **52**: 1211 ~ 1228
- [3] 陈小宏,牟永光. 二维地震资料波动方程非线性反演. *地球物理学报*, 1996, **39**(3): 401 ~ 408
Chen X H, Mou Y G. 2-Dimensional nonlinear wave equation inversion of seismic data. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 1996, **39**(3): 401 ~ 408
- [4] 张美根,王妙月,李小凡. 时间域全波场各向异性弹性参数反演. *地球物理学报*, 2003, **46**(1): 94 ~ 100
Zhang M G, Wang M Y, Li X F. Full wavefield inversion of anisotropic elastic parameters in the time domain. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2003, **46**(1): 94 ~ 100
- [5] Pratt R G, Changsoo Shin, Hicks GJ. Gauss-Newton and full Newton methods in frequency-space seismic waveform inversion. *Geophys. J. Int.*, 1998, **133**: 341 ~ 362
- [6] Changsoo Shin, Kwangjin Yoon, Kurt J Marfurt, et al. Efficient calculation of a partial-derivative wavefield using reciprocity for seismic imaging and inversion. *Geophysics*, 2001, **66**: 1856 ~ 1863
- [7] 许 琨,王妙月. 声波方程频率域有限元参数反演. *地球物理学报*, 2001, **44**(6): 852 ~ 864
Xu K, Wang M Y. Finite element inversion of the coefficients of acoustic equation in frequency domain. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2001, **44**(6): 852 ~ 864
- [8] Mallet J L. Discrete smooth interpolation in geometric modeling. *CAD*, 1992, **24**: 177 ~ 191
- [9] Lines L R, Treitel S. Tutorial: A review of least-squares inversion and its application to geophysical problems. *Geophysical Prospecting*, 1984, **32**: 159 ~ 186
- [10] Marfurt KJ. Accuracy of finite-difference and finite-element modeling of the scalar and elastic wave equations. *Geophysics*, 1984, **49**: 533 ~ 549
- [11] Sarma G S, Mallick K, Gadhinglajkar V R. Nonreflecting boundary condition in finite-element formulation for an elastic wave equation. *Geophysics*, 1998, **63**: 1006 ~ 1016
- [12] Tarantola A. A strategy for nonlinear elastic inversion of seismic reflection data. *Geophysics*, 1986, **51**: 1893 ~ 1903
- [13] 陆基孟. 地震勘探原理. 东营:石油大学出版社,1993
Lu J M. Seismic Exploration Theory. Dongying: University of Petroleum Press, 1993