

Wang M Y, Di Q Y, Xu K, et al. Magnetization vector inversion equations and 2D forward and inversed model study. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2004, 47(3): 528 ~ 534

磁化强度矢量反演方程及二维模型正反演研究

王妙月 底青云 许 琨 王 若

中国科学院地质与地球物理研究所, 北京 100029

摘 要 推导了磁化强度矢量层析成像方程, 并与磁化强度标量层析成像方程进行了对比. 使该矢量层析成像方程既适用于三维的也适用于二维, 既适用于使用磁场垂直分量资料, 也适用于使用磁场总强度资料. 本文采用改进的高斯-赛德尔迭代求解磁化强度矢量层析成像方程, 在求解方程中引进了与深度有关的权系数. 并对二维模型开展了正反演研究. 当模型层数为二层, 且每层 51 个柱体时, 采用零初始模型就能获得较好的磁化强度垂直分量和水平分量反演结果, 除了异常体外部, 磁化方向比较可靠. 当模型层数为五层, 且每层 51 个柱体时, 采用零初始模型不能得到较好结果, 改用接近背景值的均匀初始模型, 反演的磁化强度垂直分量和水平分量大致接近真实, 但不能刻画某些细节.

关键词 磁化强度 矢量 反演 层析成像

文章编号 0001-5733(2004)03-0528-07 中图分类号 P631 收稿日期 2003-04-17, 2003-12-26 收修定稿

MAGNETIZATION VECTOR INVERSION EQUATIONS AND 2D FORWARD AND INVERSED MODEL STUDY

WANG Miao-Yue DI Qing-Yun XU Kun WANG Ruo

Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China

Abstract We derive magnetization vector tomography imaging equations and compare them with the magnetization scalar tomography imaging equations. The derived equations are applicable to 3D and 2D magnetization vector inversion problems, to vertical component magnetic data or total magnitude of magnetic data. In the inversion process, an improved Gauss-Sadel iterative method with a weight coefficient determined according to prism's buried depth is introduced. 2D model forward and inversed studies show that when the model consists two layers, each has 51 prisms, the inversed vertical and horizontal magnetization component with the zero magnetization initial model are consistent well with the model's parameters, except the edge effect near the boundary. When the model consists five layers, each has 51 prisms, the inversed vertical and horizontal magnetization components can be obtained with a homogeneous initial magnetization model instead of the zero initial magnetization one, and the boundary effect all so exists instead. But we can not get detail fine magnetization structures from the inversion results. These problems should to further studied in the future.

Key words Magnetization, Vector, Inversion, Tomography imaging.

基金项目 国家自然科学基金项目(49974015).

作者简介 王妙月,男,1941年生,研究员,1965年毕业于中国科学技术大学物理系固体地球物理专业,长期从事震源物理和重、磁、电、震成像研究. E-mail: mywang@mail.igcas.ac.cn

1 引言

层析成像研究是位场反问题研究中的一个重要方面。早在 20 世纪 70 年代已经开始了位场层析成像方法研究^[1~4]。80 年代开始,国内科学家也开始有关研究^[5~7]。90 年代,位场层析成像研究有了很大进展,不仅可以处理模型资料,而且可以处理实际资料^[8~13]。然而这些研究只涉及密度和磁化强度幅值的层析成像,因而是标量层析成像。本论文提出磁化强度矢量层析成像,这是磁化强度层析成像研究的一个新方向。

岩石的磁化强度方向为剩磁方向和感磁方向的矢量和。感磁方向取决于磁化率的性质和地磁场方向。当磁化率各向同性时,磁化率为标量,感磁方向和地磁场方向一致。当磁化率各向异性时,磁化率为张量,感磁方向和地磁方向可以不一致。古地磁研究表明,地球磁场的极性方向在地质历史时期内发生过十分频繁的变化。不同的构造事件板块漂移的方向各不相同。因此不同地质时期、不同构造事件、不同地点形成的岩石剩磁方向各不相同。此外磁化率的各向异性和磁性物质的有限形状、矿物晶体的排列以及磁性物质的结构和构造有关。磁化率的各向异性使岩石磁化强度的方向性复杂化,同时也使磁场的特征复杂化。有关各向异性和磁场特征的关系停留在理论研究阶段^[14]。

岩石的磁化强度方向携带有岩石物质组成、结构、各向异性、岩石演化过程、构造演化过程的十分丰富的地质信息。如何从观测的磁场数据确定岩石的磁化强度方向,一直是地球物理学家需要解决的问题。古地磁在板块构造、大陆动力学、磁性地层、古环境变迁研究中的成就使这种要求更加强烈。古地磁标本的采集受到很大的地理限制、深度限制和经济代价限制。由观测的磁场数据确定岩石的磁化强度方向可以突破这些限制,而同时可为反演剩磁方向以及岩石磁化率各向异性提供基础,因此磁化强度矢量层析成像的研究是非常有意义的。

早在 1967 年,在海山剩磁方向的研究中,由水下测深探明海山的位置和几何形状,然后通过磁异常特征的分析确定磁化方向,并消去感磁方向后可以得到剩磁方向^[15]。也可以通过重力场和磁异常的比较中确定剩磁方向,重力场用来确定异常体的形

状,磁场用来确定磁化强度的方向^[16,17]。在国内,也有已知铁矿体形态后,由观测的磁场确定磁化方向的研究^[1]。这些方法不是层析成像方法,因此难于得到磁化强度方向分布的细结构。

本文试图开展磁化强度矢量层析成像的尝试性研究,推导磁化强度矢量层析成像方程,开展正反演模型研究。

2 磁化强度矢量层析成像方程的推导

对于一个矩形柱体产生的磁场,已有解析表达式^[2]。仔细研究这些解析表达式,要获得数值解,代入积分限时需要考虑各种复杂情况,实际上是相当繁琐的,对于矩形柱体产生重力场的例子,已有作者讨论了这些情况^[18]。此外矩形柱体产生磁场的解析表达式的数值计算并不省时,要获得地下磁化强度矢量分布的细节,需要足够多的柱体来描述,因此对每个柱体贡献的计算机时也是很重要的。这促使我们采用如下的计算矩形柱体场的近似数值解。由于地面任一点的场是由一系列柱体的贡献组合而成的,只有邻近计算点的柱体的贡献才会产生有意义的误差,且这种误差对所有计算点差不多是共同的,所有柱体的组合将降低这种误差的影响,在精确计算时,这种误差才需要仔细研究。由于本文的重点是发展一个磁矢量反演成像的方法,暂时不讨论这种近似计算对结果造成的影响。

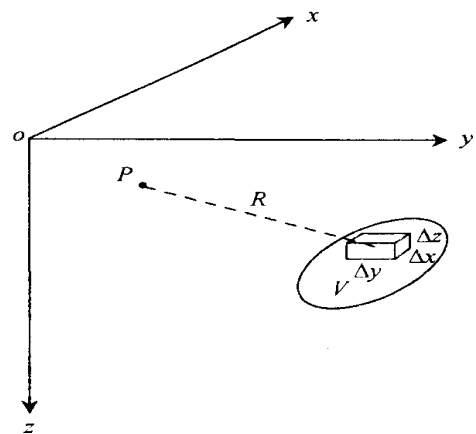


图 1 磁性体几何及坐标系

Fig. 1 Geometry and coordinates of the magnetic object

根据文献[19~21],一个磁化强度为 m 的体元 dV 在笛卡儿坐标系内 P 点(如图 1 所示)产生的

1) 朱 连. 白象山铁矿的磁化强度和磁化方向. 1978,个人通讯

2) 黄树棠,顾学新. 地球物理与地球化学探矿研究报告文集(二). 原地质部地球物理与地球化学勘探研究所

磁位为

$$\begin{aligned} dU &= \frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{R}}{R^3} dV \\ &= \frac{m(m_{0x}x + m_{0y}y + m_{0z}z)}{R^3} dV, \quad (1) \end{aligned}$$

式中 m_{0x}, m_{0y}, m_{0z} 为磁化强度矢量 \mathbf{m} 相应的单位矢量 \mathbf{m}_0 的分量, x, y, z 为积分点到 P 点的坐标差, R

$$U_{ji} = m_i \frac{m_{0x}(x_j - x_i) + m_{0y}(y_j - y_i) + m_{0z}(z_j - z_i)}{[(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2]^{3/2}} abc, \quad (2)$$

其中 m_i 表示 i 点或第 i 个柱体的磁化强度矢量 \mathbf{m}_i 的幅值.

若将计算区域 V 分割成一系列的矩形柱体, 每个柱体的几何尺寸一致, 柱体内的磁化强度分布均

$$U_j = \sum_i U_{ji} = \sum_i m_i \frac{m_{0x}(x_j - x_i) + m_{0y}(y_j - y_i) + m_{0z}(z_j - z_i)}{[(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2]^{3/2}} abc, \quad (3)$$

P 点的磁场 F_j 可表示成

$$F_j = - \sum_i m_i \frac{m_{0x}(x_j - x_i) + m_{0y}(y_j - y_i) + m_{0z}(z_j - z_i)}{[(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2]^{3/2}} abc, \quad (4)$$

记 s_0 为磁场观测方向的单位矢量

$$s_0 = s_x \mathbf{i} + s_y \mathbf{j} + s_z \mathbf{k}, \quad (5)$$

则

$$\begin{aligned} F_{js} &= s_0 \cdot F_j = s_0 \cdot (- \sum_i U_{ji}) \\ &= - s_x \frac{\partial U_j}{\partial x_j} - s_y \frac{\partial U_j}{\partial y_j} - s_z \frac{\partial U_j}{\partial z_j} \\ &= \sum_i B_{ji} m_i, \quad (6) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} B_{ji} &= - V_0 \left[\frac{s_0 \cdot \mathbf{m}_0}{R_{ji}^3} - \frac{3(\mathbf{R}_{ji} \cdot s_0)(\mathbf{m}_0 \cdot \mathbf{R}_{ji})}{R_{ji}^5} \right], \\ s_0 &= s_x \mathbf{i} + s_y \mathbf{j} + s_z \mathbf{k}, \\ \mathbf{m}_0 &= m_{0x} \mathbf{i} + m_{0y} \mathbf{j} + m_{0z} \mathbf{k}, \\ \mathbf{R}_{ji} &= (x_j - x_i) \mathbf{i} + (y_j - y_i) \mathbf{j} + (z_j - z_i) \mathbf{k}, \\ R_{ji} &= |\mathbf{R}_{ji}| \\ &= \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}, \\ V_0 &= abc. \quad (7) \end{aligned}$$

其中, $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 分别为坐标轴 x, y, z 的方向矢量. 将 (6) 式写成矩阵形式成为

$$F_s = \mathbf{B} \mathbf{m}. \quad (8)$$

(8) 式即是磁化强度标量层析成像的基本方程, 为了由观测的磁场资料 F_s 组成的列矢量 F_s 求得磁化强度分布 m_i 组成的列矢量 \mathbf{m} , 必须首先知道矩阵 \mathbf{B} 的各个元素 B_{ji} 的值, \mathbf{B} 称为磁化强度标量层析成像相应的雅可比矩阵或灵敏度矩阵. (7) 式表明, 灵

为积分点到 P 点的距离.

对于如图 1 中的一个矩形柱体 i , 若柱体内磁化强度 m_i 分布均匀, 柱体的边长 $a = x, b = y, c = z$ 相对于 R 足够小, 将 P 点的坐标写成 x_j, y_j, z_j , 柱体中心的坐标写成 x_i, y_i, z_i , 则柱体 i 在 P 观测点产生的磁位近似地为

匀, 只是各个柱体的磁化强度矢量 \mathbf{m}_i 可能各不相同, 于是一系列矩形柱体在 P 点产生的总磁位可近似地表示为

敏度矩阵的元素 B_{ji} 是由观测方向 s_0 , 第 i 个柱体的磁化强度矢量的方向 \mathbf{m}_0 , 以及观测系统和柱体分布的相对空间位置关系决定的. 为了求得 B_{ji} 必须事先知道 \mathbf{m}_0 , 在磁化强度标量层析成像方法中, 假定 \mathbf{m}_0 方向为地磁场方向. 而在磁化强度矢量层析成像中, \mathbf{m}_0 实际上是待求的, 需改写 (8) 式.

取

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_i &= m_i \mathbf{m}_0 = m_i m_{0x} \mathbf{i} + m_i m_{0y} \mathbf{j} + m_i m_{0z} \mathbf{k} \\ &= m_{ix} \mathbf{i} + m_{iy} \mathbf{j} + m_{iz} \mathbf{k}, \quad (9) \end{aligned}$$

则 (6) 式为

$$F_{js} = \mathbf{A}_{ji} m_i, \quad (10)$$

其中

$$\begin{cases} A_{ji1} = - V_0 \left\{ \frac{s_x}{R_{ji}^3} - \frac{3(x_j - x_i)}{R_{ji}^5} B_i \right\}, \\ A_{ji2} = - V_0 \left\{ \frac{s_y}{R_{ji}^3} - \frac{3(y_j - y_i)}{R_{ji}^5} B_i \right\}, \\ A_{ji3} = - V_0 \left\{ \frac{s_z}{R_{ji}^3} - \frac{3(z_j - z_i)}{R_{ji}^5} B_i \right\}, \end{cases} \quad (11)$$

$$B_i = s_0 \cdot \mathbf{R}_{ji} = s_x(x_j - x_i) + s_y(y_j - y_i) + s_z(z_j - z_i).$$

写成矩阵形式

$$F_s = \mathbf{A} \mathbf{m}. \quad (12)$$

(12) 式即为所求的磁化强度矢量层析成像方程, (11) 式表明, 灵敏度矩阵 \mathbf{A} 只和观测方向 s_0 以及观测系统和柱体分布的空间位置有关. 通过 (12) 式由一系列 j 点的观测资料 F_s 可以获得各个柱体的磁化

强度分量 m_{ix} , m_{iy} , m_{iz} 的分布,从而不仅可以获得各个柱体磁化强度的幅值,而且可以获得它们的方向,即

$$m_i = \sqrt{m_{ix}^2 + m_{iy}^2 + m_{iz}^2},$$

$$m_0 = \frac{m_{ix}}{m_i} i + \frac{m_{iy}}{m_i} j + \frac{m_{iz}}{m_i} k. \quad (13)$$

当使用磁场垂直分量资料作为观测资料时, $s_x = s_y = 0$, $s_z = 1$, 灵敏度矩阵的元素退化为

$$A_{ji1} = 3 \frac{(x_j - x_i)(z_j - z_i)}{R_{ji}^5} V_0,$$

$$A_{ji2} = 3 \frac{(y_j - y_i)(z_j - z_i)}{R_{ji}^5} V_0, \quad (14)$$

$$A_{ji3} = \left[3 \frac{(z_j - z_i)(z_j - z_i)}{R_{ji}^5} - \frac{1}{R_{ji}^3} \right] V_0.$$

当使用磁场的总强度资料作为观测资料时,磁场是在地球的主磁场方向上测量的^[22]. 因此可以认为 $s_0 = t_0$, t_0 为地磁场方向的单位矢量,于是

$$A_{ji1} = -V_0 \left\{ \frac{t_x}{R_{ji}^3} - \frac{3(x_j - x_i)}{R_{ji}^5} C_i \right\},$$

$$A_{ji2} = -V_0 \left\{ \frac{t_y}{R_{ji}^3} - \frac{3(y_j - y_i)}{R_{ji}^5} C_i \right\},$$

$$A_{ji3} = -V_0 \left\{ \frac{t_z}{R_{ji}^3} - \frac{3(z_j - z_i)}{R_{ji}^5} C_i \right\}, \quad (15)$$

$$C_i = t_x(x_j - x_i) + t_y(y_j - y_i) + t_z(z_j - z_i).$$

t_x, t_y, t_z 为地磁场方向单位矢量的方向余弦.

3 磁化强度矢量层析成像方程求解方法

比较(12)式和(8)式,可知磁化强度矢量层析成像方程和磁化强度标量层析成像方程在形式上是类似的,在求解中,可以借鉴求解磁化强度标量层析成像方程的经验^[12].

求解成像方程已经有许多方法,例如阻尼最小二乘法,共轭梯度法,广义逆法,奇异值分解法,高斯-赛得尔迭代法等.我们将按照方程(12)中灵敏度矩阵 A 的特点来选择.

方程(11)表明,矩阵 A 的每一个元素都是非零的.当柱体分割较多时,它是一个大型非稀疏矩阵,当柱体个数相同时,磁化强度矢量层析成像方程的未知数是标量层析成像方程的三倍,灵敏度矩阵的元素个数扩大了九倍,因此相对于标量层析成像方程矢量层析成像方程的灵敏矩阵是一个规模更大的大型非稀疏矩阵.然而对于埋藏很深的柱体,它对

场点的贡献很小,贡献大小反比例于 R_{ji}^3 . 因此,其相应的灵敏度矩阵的元素的值将很小,甚至接近于零.因此选用的方法既要适应求解大型方程组的特点,又要便于处理矩阵元素值随深度减小引起的反演结果不稳定问题.此外,当希望反演磁化强度矢量的细结构时,问题常常是欠定的,选用的方法也要适应这个特点.

高斯-赛得尔迭代法采用降维技术,计算起来快速、省内存,而且对于欠定形式效果也很好^[23]. 为此,我们将选用此方法,并针对磁化强度矢量层析成像方法的特点,作某些改进.

将(12)式改写成

$$F = AM, \quad (16)$$

其中 F 是由观测资料组成的列矢量, M 是需要反演的由各个柱体的磁化强度矢量分量组成的列矢量, A 为灵敏度矩阵.解(16)式时引进辅助矢量 X , 其分量可迭代求得

$$X_k^{(new)} = \frac{F_k - \sum_{j=1}^{M_p} A_{kj} M_j^{(new)} + X_k^{(old)} \sum_{j=1}^{M_p} A_{kj}^2}{1 + \sum_{j=1}^{M_p} A_{kj}^2}, \quad (17)$$

式中 old 表示上一次迭代的值, new 表示本次迭代的值, A_{kj} 为 A 的第 k 行第 j 列元素, M_j 为迭代地求得的未知数的增量,即

$$M_j^{(new)} = M_j^{(old)} + A_{kj} (X_k^{(new)} - X_k^{(old)}), \quad (18)$$

$$M_j^{(new)} = M_j^{(old)} + M_j^{(new)}, \quad (19)$$

F_k 为观测资料和上一次迭代解的理论资料之间的差值, k 表示资料的第 k 个值, M_p 为总的未知数个数, 为一个阻尼系数,用于增加解的稳定性.迭代过程(17), (18), (19)表明,对于每一个 k , 只用到 A 的一列元素的值 (M_p 个), 因此求解过程是降维的, 无需同时存储同时使用 A 的所有元素值 ($M_p \times M_p$ 个).

考虑到磁化强度矢量层析成像 A_{kj} 的特点,即对于埋藏很深的柱体 A_{kj} 将很小,有可能导致解不稳定,或导致深部解的误差较大,为此我们将 A_{kj} 修改成新的 A_{kj} , 即让

$$A_{kj} = A_{kj} R_1, \quad (20)$$

其中 R_1 为和深度有关的比例因子,对于同一个深度, R_1 有相同的值,随着深度的增加, R_1 增加. R_1 和深度的比例关系可通过模型实验获得,也可通过钻井地区野外资料反演结果的比对获得.按照我们初

步试验, R_1 比例于柱体中心埋深的立方分之一。

最后的解答为最后的迭代解乘以 R_1 , 即

$$M_j^{(\text{Solution})} = M_j^{(\text{final})} R_1. \quad (21)$$

4 二维模型试验

(10) 式正演和 (17)、(18)、(19) 式反演公式是在三维情况下求得的。当第三维方向上除了中心部分以外, 其余部分的柱体磁性很弱, 对这些柱体的积分近似可略, 在这种情况下可让第三维方向的柱体数取 1, 问题退化为二维情况, 此时 (10)、(17)、(18)、(19) 式同样适用。但需注意, 它和传统意义上第三维方向均匀无限延伸退化的二维问题是不同的, 传统意义上沿走向方向无限延伸的整个长度上都是均匀的, 以及这里所说的在无限远的整个长度上磁化

强度都为零, 只在计算的地方不为零, 在真实地球介质中是很难找到的。前者如正交于很长走滑断层走向的截面上对应此种二维问题, 后者如火成岩岩墙对应此种二维问题。不论哪一种二维模型都只是真实情况的某种近似。在这里讨论的二维问题的情况下, 我们对 (10)、(17)、(18)、(19) 式自编了程序。为了检验方法和程序的可靠性, 设计了若干模型进行了试验。试验中, 只考虑了垂直分量资料的情况。

4.1 正演

图 2 为一个不同磁化类型的柱体分布在地表产生的磁场垂直分量的正演结果。

图 2 表明不同磁化方向的磁性柱体在地面产生的磁场的垂直分量 M_z 记录与正演程序是可靠的。

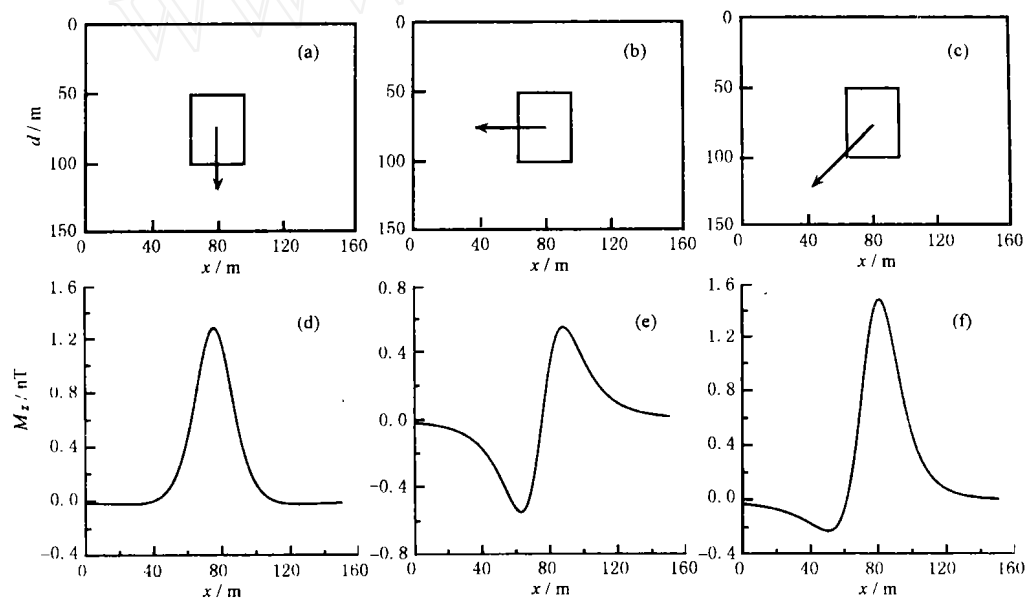


图 2 模型一及其响应

(a) 垂直磁化模型; (b) 水平磁化模型; (c) 斜磁化模型; (d) 垂直磁化地面垂直分量记录; (e) 水平磁化地面垂直分量记录; (f) 斜磁化地面垂直分量记录。

Fig. 2 Model one and its response

4.2 反演

对于水平方向有 5 个柱体的一层、二层、三层的模型反演结果见文献 [24]。为了进一步探讨方法实用化的可能性, 使用较大模型试验。图 3 为一个二层模型, 每层 51 个柱体, 其中 5 个柱体磁化强度的水平分量和垂直分量分别是 50 和 80×10^{-6} nT, 而其余柱体磁化强度水平分量和垂直分量分别是 10 和 20×10^{-6} nT。

对比模型和反演结果表明, 磁化强度和磁化方向异常都得到了较好的反演, 但是在异常体的边部

反演值有较大误差。

图 4 为一个由不同磁化类型的柱体组合成的另一个二层模型, 水平方向 51 个柱体, 其中存在左右二个异常体, 宽度为 5 个柱体, 其磁化强度和磁化方向与其他柱体不同。

对比模型和反演结果表明, 对于二个异常体的磁化强度和磁化方向也能得到较好的反演, 同样在异常体的边部, 反演值有较大误差。图 3、图 4 中的反演结果是用零初始模型获得的。图 5 为一个由不同磁化类型的柱体组合成的一个五层模型, 水平方

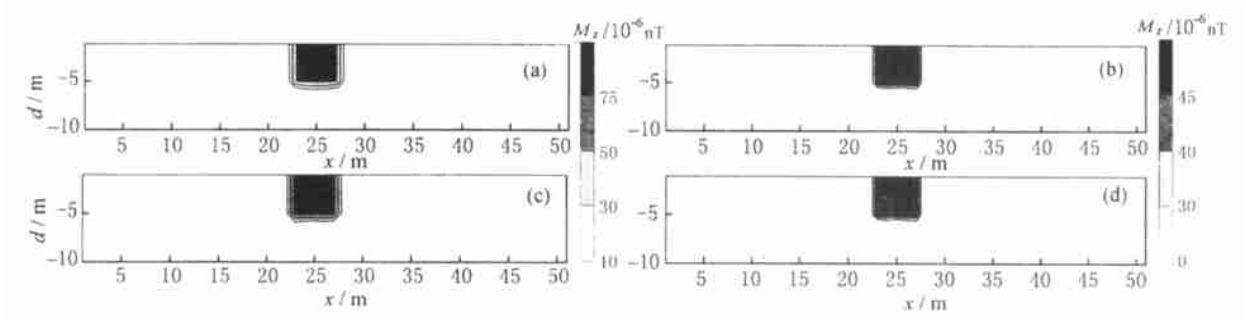


图 3 磁化强度 M_z 分布模型二及其反演结果

(a) 模型垂直分量;(b) 模型水平分量;(c) 反演垂直分量;(d) 反演水平分量.

Fig. 3 The model two of magnetization distribution and its inverse result

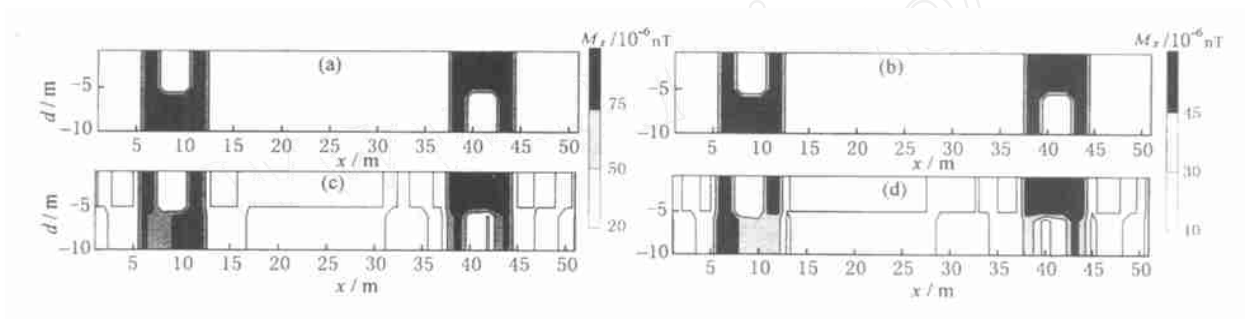


图 4 磁化强度分布模型三及其反演结果

(a) 模型垂直分量;(b) 模型水平分量;(c) 反演垂直分量;(d) 反演水平分量.

Fig. 4 The model three of magnetization distribution and its inverse result

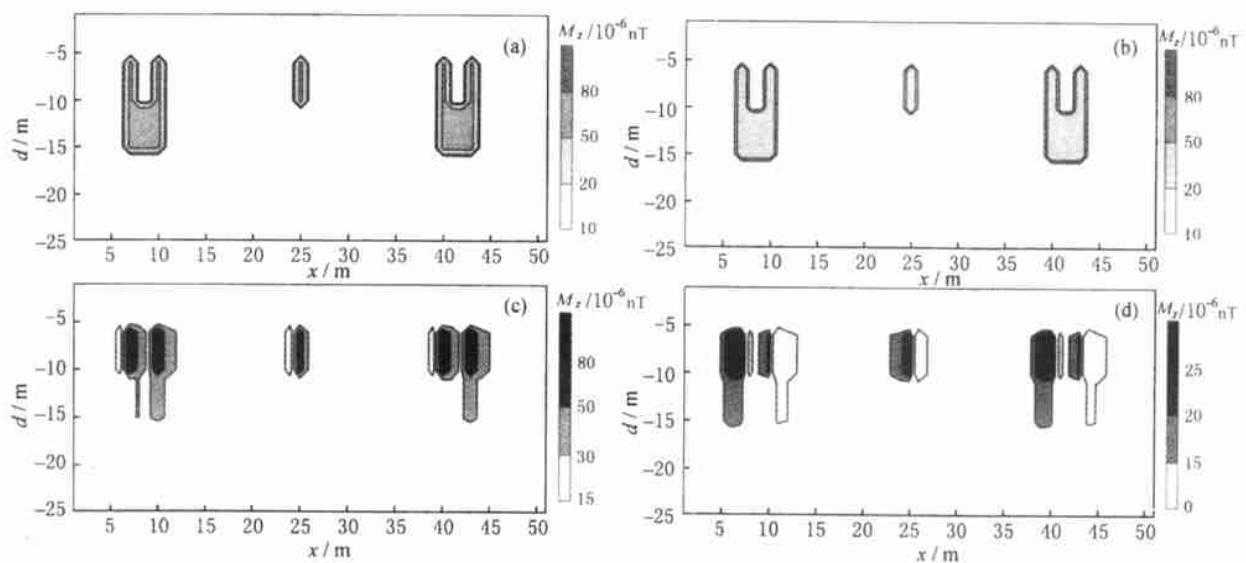


图 5 磁化强度分布模型四及其反演结果

(a) 模型垂直分量;(b) 模型水平分量;(c) 反演垂直分量;(d) 反演水平分量.

Fig. 5 The model four of magnetization distribution and its inverse result

向 51 个柱体.

对于此五层模型,用零初始模型难以获得较好结果,我们改用接近于背景值的均匀初始模型,结果表明,对于五层模型采用均匀初始模型后反演的异

常体的磁化强度和磁化方向和模型有较好的对应性,但在反演的异常体结构的细节上尚存在较大误差,需进一步克服.

5 结论和讨论

模型试验表明本文提出的磁化强度矢量层析成像方法在理论和方法上是可行的,目前对二层的较大模型能得到较好的结果,对五层模型的结果尚需进一步改进.结果表明,对某些地质情况比较简单的实际问题已经可以用本方法开展试验性研究,为了使方法实用化,尚需在以下几方面加强研究,首先是开展扩大模型的研究,例如七层,八层或更多层的模型研究,以便适应反复复杂地磁结构的实际需要,其次是开展抗干扰能力的研究.

参考文献

- [1] William R. Green inversion of gravity profiles by use of a Backus-Gilbert approach. *Geophysics*, 1975, **40**(5):765~772
- [2] Grib J. Application of generalized linear inverse to the inversion of static potential data. *Geophysics*, 1976, **41**(6):1365~1369
- [3] Braile L. Inversion of gravity data for two-dimensional density distributions. *J. G. R.*, 1974, **79**:2021~2025
- [4] Bott M H P. Solution of the linear inverse problem in magnetic interpretation with application to oceanic anomalies. *Geophys. J. R. Astron.*, 1976, **13**(2):313~323
- [5] 申宁华,禹惠民,许延清. 线性反演求磁源分布. 物化探电子计算技术,1980,(1):15~23
Shen N H, Yu H M, Xu Y Q. Get magnetic source distribution using linear inversion. *Geophysical and Chemical prospecting electronic calculation techniques* (in Chinese), 1980, (1):15~23
- [6] 于德伍. 用超定方法求磁异常线性反演. 长春地质学院学报, 1982,(2):115~128
Yu D W. A solutions for magnetic linear inversion with the aid of over-determined system of equations. *Journal of Changchun University of Science and Technology* (in Chinese), 1982,(2):115~128
- [7] 冯 锐. 三维物性分布的位场计算. 地球物理学报,1986, **29**(4):399~406
Feng R. A computation method of potential field three-dimensional density and magnetization distributions. *Chinese J. Geophys. (Acta Geophysica Sinica)* (in Chinese), 1986, **29**(4):399~406
- [8] Veloria Cristina, Barbosa F. Generalized compact inversion. *Geophysics*, 1994, **59**(1):57~68
- [9] Bear G W. Linear inversion of gravity data for 3-D distribution. *Geophysics*, 1995, **60**(4):1354~1364
- [10] Li Y G. 3-D inversion of magnetic data. *Geophysics*, 1996, **61**(2):394~408
- [11] Mark Pilkington. 3-D magnetic imaging using conjugate gradients. *Geophysics*, 1997, **62**(3):1132~1142
- [12] 刘长风,王妙月. 磁性层析成像——塔里木盆地(部分)地壳磁性结构反演. 地球物理学报,1996, **39**(1):89~96
Liu C F, Wang M Y. Magnetic tomography——Inversion of crust magnetic structure in Tarim basin. *Chinese J. Geophys. (Acta Geophysica Sinica)* (in Chinese), 1996, **39**(1):89~96
- [13] Maurizio Fedi. 3-D inversion of gravity and magnetic data with depth resolution. *Geophysics*, 1999, **64**(2):452~460
- [14] 王书惠. 关于用有限元方法作磁法勘探正演计算的理论问题. 地球物理学报,1981, **24**(2):207~217
Wang S H. On the theory using the finite element method to solve direct problem of magnetic exploration. *Chinese J. Geophys. (Acta Geophysica Sinica)* (in Chinese), 1981, **24**(2):207~217
- [15] Richards M L. Calculations of the magnetization of uplifts from combining topographic and magnetic surveys. *Geophysics*, 1967, **32**(4):678~707
- [16] Cordell I. Investigation of magnetization and density of a North American seamount using Poisson's theorem. *Geophysics*, 1971, **36**(5):919~967
- [17] Shurtct D H. Remnant magnetization from comparison of gravity and magnetic anomalies. *Geophysics*, 1976, **41**(1):56~61
- [18] Dezsó Nagy, The gravitational attraction of a right rectangular prism. *Geophysics*, 1966, **31**(2):362~371
- [19] Mark Tawani. Computation with the help of a digital computer of magnetic anomalies caused by bodies of arbitrary shape. *Geophysics*, 1965, **30**(5):797~817
- [20] Barnett, C. T. Theoretical modeling of the magnetic and gravitational fields of an arbitrarily shaped three-dimensional body. *Geophysics*, 1976, **41**(6):1353~1364
- [21] Bhattharyya B K. A Generalized multibody model for inversion of magnetic anomalies. *Geophysics*, 1980, **45**(2):255~270
- [22] Grant F S, West G F. *Interpretation Theory in Applied Geophysics*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1965
- [23] Cutler R T. A tomographic solution to the travel-time problem in general inversion seismology. *Advance in Geophysical Data Processing*, 1985, **2**:199~221
- [24] Wang M Y, Di Q Y. Magnetization vector tomography. *CT Theory and Application*, 2000, **9**(Suppl):48~50