Weng A H, Li Z B, Wang X Q. A study on surface nuclear magnetic resonance over layered conductive earth. *Chinese J*. *Geophys*. (in Chinese) ,2004,47(1):156 \sim 163

层状导电介质中地面核磁共振响应特征理论研究

翁爱华 李舟波 王雪秋

吉林大学 应用地球物理系,长春 130026

摘 要 水平层状导电大地中层状含水层地面核磁共振响应的数值计算技术涉及到导电介质中回线源磁场的计 算以及地下含水层中质子磁矩在线圈中产生感应信号的体积积分.文中采用直接数值积分技术,对具有振荡核函 数的 Hankel 变换进行积分,以求取回线源磁场的径向与垂向分量,计算并研究了回线产生的径向与垂向磁场分量 随空间位置的变化规律.基于磁场空间分布特点,利用不等间距空间剖分技术计算地面核磁共振的体积积分,模拟 了不同模型的地面核磁共振响应并讨论了其影响因素.结果表明,结合能对任意层状导电介质中磁场进行稳定快 速计算的直接数值积分技术与不等距空间模型剖分技术,可正确模拟地面核磁共振响应.导电性是产生地面核磁 共振信号相位的先决条件,但影响响应振幅强度与相位的因素还有含水层的埋深、厚度以及装置大小等.

关键词 地面核磁共振 层状导电模型 Hankel 数值积分 数值模拟 **文章编号** 0001 - 5733 (2004) 01 - 156 - 08 **中图分类号** P631 **收稿日期** 2002 - 05 - 07 ,2003 - 04 - 20收修定稿

A STUDY ON SURFACE NUCLEAR MAGNETIC RESONANCE OVER LAYERED CONDUCTIVE EARTH

WENG Ai-Hua LI Zhou-Bo WANG Xue-Qiu Jilin Unversity, Department of Applied Geophysics, Changchun 130026, China

Abstract Numerical simulation technique of surface nuclear magnetic resonance (NMR) responses from stratified groundwater formation with finite conductivity is concerned with two problems. One is the integration of Hankel transform of a rapidly oscillating kernel function, and another is the volume integration of surface NMR signal induced in a receiver loop from the protons in buried aquifer. In this paper, a direct numerical integration method is applied to the oscillating kernel function integration to obtain radial and vertical components of magnetic fields from a large loop source, and the spatial characteristics of the fields are described. Due to the distribution of magnetic fields, an ununiform space interval subdivision method has been developed to estimate surface NMR response in the receiver loop in order to save computing time. The surface NMR responses from different models have been evaluated, and influences of model conductivity, aquifer depth and its thickness, and loop size have been discussed. Numerical results show that the combination of direct numerical integration and ununiform space interval subdivision is feasible to get surface NMR signal. And the conductivity of formation is the key to generate the phase of surface NMR signal, but other factors, such as groundwater depth and its thickness, loop size, can make the amplitude and phase of surface NMR response greatly different. **Key words** Surface NMR ,Layered conductive earth ,Hankel integration ,Numerical simulation.

基金项目 国家自然科学基金项目 (49874028) ,吉林大学青年基金资助项目.

作者简介 翁爱华,男,1969年生,2001年毕业于吉林大学地球探测与信息技术专业,获博士学位,讲师. 从事电磁法勘探与地面核磁共振勘探 理论与方法研究. Email:wengaihua @email.ilu.edu.cn

1 引 言

1期

地面核磁共振方法在地下水勘探方面的有效 性,而备受地球物理工作者的关注,并已进行了许 多试验和应用研究^[1~5].有很多因素影响地面核磁 共振的勘探效果^[6],地层导电性便是其中一个重要 的因素. 地层导电性导致地面核磁共振的信号强度 和勘探深度明显减小^[7].目前,关于地层导电性对 地面核磁共振影响的理论研究,主要在均匀导电半 空间模型和在导电半空间插入特殊电性层的简单三 层模型中进行^[7~10].对于较为复杂的多层导电模 型,则采用某种平均方法获得与整个地电断面等效 的均匀导电半空间模型,并以此进行导电性影响讨 论^[6,7].

由于回线源在实际层状介质中与和其等效的 导电均匀半空间中产生的磁场分布不一样,在这两 种模型上获得的地面核磁共振响应也必然不同. 因此,必须计算任意层状介质中回线源激发的磁场 及对应的地面核磁共振响应. 由于回线源产生的 磁场为实数^[11],因此自由空间的地面核磁信号为 实数. 地层导电性使磁场表现为复数,导致地面核 磁共振信号为复数,从而出现相位,但影响地面核 磁共振相位的因素不仅有导电性,在导电地层中, 含水层参数与线圈大小对相位也会产生明显的影 响.

层状导电介质中磁场的计算 2

2.1 磁场分量理论表达式

设柱坐标系的坐标原点 o 置于半径为 a 的回线 中心,z轴垂直向下,切向坐标 顺时针变化,且令 地磁场方向 =0° 位于地表的水平圆回线源在层 状导电介质中任意一点(r,z)处产生的磁场具有柱 对称性,而与 无关, r 是径向坐标. 具体计算模型 见图 1.

回线源产生的电磁场满足 Maxwell 方程,通过引 入辅助函数,可求解出第 i 层中的点(r,z)处磁场垂 向分量 H_i与径向分量 H_i,其积分表达式为^[12]

$$H_{ir}(r,z) = \frac{Ia}{2} \left[a_i e^{-u_i z} - b_i e^{u_i z} \right] u_i J_1(r) J_1(a) d ,$$
(1)

$$H_{iz}(r,z) = \frac{Ia}{2} [a_i e^{-u_i z} + b_i e^{u_i z}] J_0(r) J_1(a) d$$



图 1 地表回线源磁场计算模型



其中 I 为回线中电流强度 $u_i^2 = \frac{1}{2} - k_i^2$, 是积分变 $= k_i$ 为复波数且 $k_i^2 = -i \mu_0 / i_i$ 是线圈中谐变 电流角频率,µ₀为真空磁导率,/₂为第 i 层电阻率. $J_0(x)$ 与 $J_1(x)$ 为第一类的0阶与1阶 Bessel 函数. *a*; 与 *b*; 是与整个地电断面电性参数有关的待定系 数,可采用循环递推算法进行快速求取^[13].

2.2 磁场分量数值计算

从(1)式与(2)式可见,核磁共振数值模拟涉 及的磁场各分量可写成如下一般表达式

$$f(\mathbf{r}, z) = f(\mathbf{r}, z, \mathbf{h}) \mathbf{J}_{i}(\mathbf{r}) \mathbf{J}_{i}(\mathbf{a}) \mathbf{d}$$
. (3)

(3)式可看成关于核函数 $f(, z, , h)J_i(r)$ 的 Hankel 变换, = (1, 2, ..., N) 为层电阻率矢量, $h = (h_1, h_2, ..., h_{N-1})$ 为层厚度矢量,而 N 是总电性 层数,*i*,*j*=0,1.

通常采用数字滤波方法计算 Hankel 变换,但数 字滤波方法要求被积核函数在积分变量 时单 调衰减为 0^[14]. 然而当积分参变量 r 0 时,对于 (3) 式中的被积核函数将含有振荡的 Bessel 函数,从 时表现出振荡特点,因此,数字滤波方法 而在 将不适用于回线源在层状介质中任意一点处产生的 磁场的计算.对于振荡核函数的 Hankel 积分, Chave^[15]提出采用直接数值积分的算法,在积分过程 中为了加快积分的收敛速度,利用连分式技术用快 速收敛级数代替慢收敛的数值积分部分和. Goldman^[16]提出利用将实积分路径变换到复平面中 的方法计算快速振荡函数的 Hankel 变换,得到适用 于具有任何振荡特点的函数的精确积分技术,克服 Chave 方法在某些条件下精度不够的问题. 但在感

(2)



图 2 均匀半空间回线源磁场 H_{1z} 与 H_1 , 随 r, z 变化情况 (a) $H_{1z}(r)$ 沿 r方向; (b) $H_{1z}(z)$ 沿 z方向; (c) $H_{1r}(r)$ 沿 r方向; (d) $H_{1r}(z)$ 沿 z方向. Fig. 2 H_{1z} and H_{1r} from loop source over half space as function of r and z

应数 r/较小时, Goldman 指出, Chave 计算方法的精度还是较高的,其中 是电磁波的趋肤深度.对于地面核磁共振,一般情况下可以保证上述条件.因此,本文采用 Chave 的数值积分方法计算回线源的各个磁场分量.图2给出了各磁场分量在柱坐标中从起点(r,z) = (0.1,0.1)(单位为 m)分别沿径向坐标与垂向坐标的变化情况.图中地电模型是均匀导电半空间,其电阻率 =50 m.地表上半径 a = 50m的大回线被馈以强度 I = 3A、频率约为 2110Hz 的电流.该频率相当于质子在 50000nT 的地磁场中的Larmor 进动频率^[1].图中实线为实部,虚线为虚部.

图 2a 是磁场垂向分量 H_{1z} 在 z = 0.1m 时沿 r 方 向变化情况. 首先,在起点(0.1,0.1)处 $H_{1z} =$ (0.0285935,0.00423619).对于均匀大地,在回线中 心处磁场的垂直分量有解析解^[17]. 在频率为 2110Hz 时,该 H_{1z} 解析解 $H_{1z} =$ (0.0285916, 0.0041978).可见两者非常接近. 从图 2a 可见,在线 圈中部 H_{1z} 接近均匀场,靠近线圈场值急剧变大,且 在线圈两侧出现实部极性变化,这样的变化符合物 理规律. 因此,数值计算的结果是合理且可靠的. 此外,在图 2a 与图 2c 中,在靠近线圈时 H_{1z} 与 H_{1r} 强 度都逐渐变大,并且在线圈两侧变化最为剧烈.

从图 2b 与图 2d 可见,对于较小的回线,在回线 中心附近,如图中 r=0.1m 处, H₁;与 H₁,随着深度增 加,总的趋势是减小.但对于 H₁,在线圈下方较浅 处存在一个极大点.对于 H₁;在地表附近变化较 缓,随着深度的增加, Hiz迅速衰减.

3 地面核磁共振数值模拟

3.1 基本理论

对于有旋核子,比如地面核磁共振勘探研究对 象氢质子,在外加稳定磁场中将被极化而沿该外磁 场方向排列. 如果再施加一个与该稳定磁场垂直的 交变磁场(称为射频磁场),那么当该交变磁场的频 率等于核子在该稳定磁场中的Larmor 进动频率时, 将产生核磁共振现象. 表现为核子极化方向将发生 偏转.对于多个核子系统同时出现相位集中,从而在 宏观上产生垂直于稳定磁场的磁化强度. 若撤去该 交变磁场 偏转的核子磁矩将恢复到沿稳定磁场方 向排列的平衡位置,在该过程中利用检测线圈可观 测到核子磁矩变化产生的自由感应信号[18].在地面 核磁共振勘探中,以地磁场作为稳定磁场,而射频磁 场是由位于地表,被馈以合适频率的交流脉冲的水 平回线产生的. 在断电后用同一回线接收地下水产 生的自由感应信号,并通过改变脉冲电流强度 / 与 供电持续时间 的乘积达到测深的目的^[4,6].

假设发射线圈为圆回线,在地面核磁共振勘探 中,当激发脉冲电流停止后,回线中将产生随时间 *t* 变化的自由感应信号 *E*(*t*,*Q*),其理论计算公式 为^[6]

$$E(t,Q) = E_0(Q)e^{-t/T_2}\cos(t + \phi_0), \quad (4)$$

式中 Q = I 称为激发电流脉冲强度, T_2 为地下水的 核磁共振横向弛豫时间常数, e_0 是观测到的地面核 磁共振信号初始相位. 这里角频率 = B_0 ,为质子 在地磁场中的Larmor 进动频率, 是质子的磁旋比, 其值为 2. 67522 ×10⁸ s⁻¹·T⁻¹, B_0 为地磁场磁感应 矩,单位 T. 其中信号振幅 $E_0(Q)$ 如下

$$E_0(Q) = -\frac{1}{I} M (r, Q) \cdot B_1 (r) dV, \quad (5)$$

式中 B_1 (r) = $\mu_0 H_1$ (r), H_1 (r) 是回线源在位置 *r* 产生的磁场强度垂直于地磁场的分量,在导电情 况下 H_1 (r)则是电性分布的函数. *M* 是地下含水 层中质子磁矩被射频磁场作用后垂直于地磁场的分 量,为

$$M = M_0 \sin (r, Q) , \qquad (6)$$

$$(r, Q) = \frac{1}{2} \frac{B_1(r)}{I}Q,$$
 (7)

*M*₀ 为地下含水层单位体积中质子在地磁场中总的 平衡磁矩,显然 *M* 也将是地下电性结构的函数.

通过观测地面核磁共振信号振幅 *E*₀(*Q*)随激发电流脉冲强度 *Q* 的变化,可确定地下含水层的厚度与埋藏深度等参数.结合信号的弛豫速度分析,还可确定含水层的渗透性等参数.

当地下含水层呈层状分布时, E₀ (Q) 可化为对 变量 z 的积分形式,即

$$E_0(Q) = K(Q,z) n(z) dz, \qquad (8)$$

式中 n(z)是地层含水量, K(Q,z)称为积分核, 并有 如下表达式

$$K(Q, z) = \frac{1}{I} M_0 B_1 (r) \sin[(r, Q)] dr d .$$
(9)

3.2 数值计算

对于水平层状介质模型,假设地层含水量函数 n(z)可以表示为

$$f(z) = \begin{cases} n(z) = n_j f(z) , \\ 1, z_j & z & z_j + z_j , \\ 0, & \ddagger 0 , \end{cases}$$
(10)

其中 n_j 为第 j 个含水层的含水量,且 0 n_j 1.0. z_j 分别为第 j 含水层顶面埋深, z_j 为对应的含水层 厚度. 这样 (8) 式可离散化为

$$E_0(Q_i) = K(Q_i, z_j) n_j z_j, \qquad (11)$$

 Q_i 为第 i 个电流脉冲强度, $i = 1, 2, ..., I_N$, I_N 为电流脉冲强度总个数.考虑到磁场分布的柱对称性, 在柱坐标系中对(9)式离散化,有

$$K(Q_{i}, z_{j}) = M_{0} \sum_{m=1 \ n=1}^{m} b_{1} \sum_{m=1 \ m=1}^{m} \sin i_{mnj} r_{m} r_{m} n, \qquad (12)$$

其中 $b_1 = B_1 / I$, r_m , "为点(r_m , ")处剖分单 元的径向与切向剖分单元长度,M,N 为径向与切向 剖分单元数目.

为了保证数值结果的精确性,在空间坐标离 散化时,主要考虑前面讨论的回线源产生的磁场 各分量在空间的分布规律,该规律决定了地面核 磁共振信号垂向敏感区域主要在线圈下方相当于 线圈半径的深度之上,在径向上线圈附近的含水 层贡献较大.

原积分区间为全空间,但根据上述分析和数值 结果可以将积分区间限制为0 z = 2D, $(x^2 + y^2)$ $(2D)^2$, D 为回线的直径^[19].

其次,前面讨论了圆回线源磁场沿,方向空间 变化特点.实际上,数值结果表明,随深度增加,磁 场随,的变化具有相似的特点,只是线圈的奇异性 影响减小,场值变化更加平缓.因此,在径向上,宜 采用不等间距剖分,在线圈附近剖分单元较密,在线 圈中心及外侧较远处单元剖分较稀,以保证数值积 分的计算精度,同时有较高的计算效率.

对于切向单元剖分大小 ",可从如下的角度 考虑. 假设地磁倾角为 0°,此时由线圈激发的垂直 地磁场方向的磁场分量 b₁ 与 有如下的关系

$$b_1^2 = b_{1z}^2 + b_{1r}^2 \sin^2 , \qquad (13)$$

其中 *b*₁₂,*b*₁₇分别为电流归一化的圆回线产生的垂 向与径向磁感应强度.可见,当 =90 或 270 时垂 直分量最大,当0 或 180 时最小.因此,对 在0 ~ 90 区间采用对数等间隔剖分,在 =90 附近剖分较 细, =0 附近剖分较粗.从而由对称性就可得到 =0 到 360 全方位的不等距剖分.

对于 z 方向,主要考虑磁场垂向变化情况和含 水层剖分网格大小对计算精度影响.在正演计算 时,将每个含水层至少进行 8 等分的均匀剖分.综 合上述考虑得到的剖分模型参见图 1.

4 计算结果

4.1 层状导电性对地面核磁共振响应的影响

图 3 给出了两层导电模型中存在一层含水层时 计算得到地面核磁共振响应.图中线圈半径 a = 50m,含水层埋深 $z_1 = 10m$,厚度 $z_1 = 10m$,含水量 n = 20%.第一层电阻率为 $_1 = 50$ m,厚度 $H_1 = 10m$.第二层电阻率 $_2$ 从5 m变化到70 m.当第 二层电阻率为50 m时,该地电模型实际是均匀导 电半空间模型. 从图 3a 振幅强度变化曲线可见,随 着下伏地层电阻率的降低,由于低阻层对磁场的屏 蔽效应,地面核磁共振信号振幅强度 $| E(Q_0) |$ 明显 降低. 当第二层电阻率变大,并超过 50 m时, $| E(Q_0) |$ 与对应的均匀半空间核磁共振响应振幅 强度 $| E(Q_0) |$ (以下简称振幅)的差异减小. 从图 3b 可以看出,信号的相位 ϕ 随下伏地层导电性增加 而显著变大. 显然,地面核磁共振信号的相位比振 幅强度对电阻率变化要敏感得多.

图 4 给出了一层含水层位于 3 个不同的三层导



图 3 含水层位于两层导电模型中的地面核磁共振响应 (a)振幅;(b)相位.





电介质模型的地面核磁共振响应.图中各模型的含 水量 n = 20 %.各模型的电性结构如表 1 所示. 水层参数均相同,其埋深 z = 20 m,厚度 z = 10 m,含 表 1 中 3 个模型的总体导电性中等,但电阻率 12000

表1 图4中的电阻率模型参数

Table 1	Geoelectrical	model	in	Fig. 4
 1		1		1

模型	1/ m	h_1/m	2/ m	h_2/m	₃ / m
Ι	50	20	100	20	100
	50	20	20	10	100
	50	20	100	10	50

分布差异明显. 从图 4a 可见,3 种模型地面核磁共 振响应的振幅强度基本一致,这表明此时地面核磁 共振响应的振幅强度对地下介质电阻率分布反应不 灵敏. 在图 4b 中,地面核磁共振响应的相位存在较 为明显差异,总的表现为较低阻地层信号相位明显 变大,高阻地层的相位较小.因此,为由地面核磁共 振测量同时获得地下含水性与导电性的分布,必须 同时获得地面核磁共振响应的振幅强度与相位信 息.

4.2 含水层参数对地面核磁共振响应的影响

4.2.1 含水层埋深的影响

图 5 给出了电阻率 = 10 m 的均匀导电半空 间中 z = 10m 厚的含水层在埋深 z 不同时计算得 到的地面核磁共振信号.回线半径 a = 50m,含水层



图 5 含水层埋深不同对地面核磁共振模型响应的影响

(a) 振幅; (b) 相位.

Fig. 5 Influence of aquifer depth on surface NMR responses



Fig. 6 Effect of aquifer thickness on surface NMR responses

的含水量为 *n* = 20 %. 从图可见,随着含水层埋深 变大,核磁信号振幅强度减小,而信号的相位增大, 且相位变化趋于平缓,甚至在含水层较深时表现为 一条直线.

4.2.2 含水层厚度的影响

图 6 给出了回线半径 a = 50 m,电阻率 = 50 m 的均匀导电半空间中存在一层含水量 n = 20 %,埋 深 z = 20m 的含水层时地面核磁共振响应随厚度 z变化规律. 从图 6a 可见,随着含水层厚度的加大, 地面核磁响应的振幅强度增加. 在图 6b 中,信号的 相位也随含水层厚度增加而增大,同时其形态变化 较大.

4.3 发射线圈大小对地面核磁共振响应的影响

图 7 中均匀导电半空间的电阻率 = 100 m,含 水层埋深 z = 10m,厚度 z = 10m,含水量 n = 20%. 从图 7a 可见,随线圈半径增大,核磁信号振幅变大. 这是由于对于层状介质,随着线圈增大,地层中受激 发的质子也增多. 从图 7b 可见,随着线圈变大,观 测到的地面核磁信号相位不仅形态发生明显的变 化,相位的大小也逐渐变大.



Fig. 7 Surface NMR responses generated from different loop size

5 结 论

5.1 对任意层状导电介质中磁场的计算表明,更深 与更远处的激发磁场相对较弱,激发的含水层中质 子的磁矩很弱,对核磁信号的贡献可以忽略,因此地 面核磁共振信号主要灵敏区在发射线圈附近.

5.2 地面核磁共振勘探中观测到的信号含有振幅 强度与相位,相位的产生是由于地层存在导电性. 随地层导电性增加,地面核磁共振信号振幅强度明 显降低,相位变大.相对而言,相位相对振幅强度对 电性分布更为敏感.

5.3 随着含水层埋深变大,核磁信号振幅强度减 小,相位增大,且相位变化趋于平缓,甚至在含水层 较深时表现为一条直线.而当含水层厚度增加时, 核磁响应的振幅强度和相位都随之增大,且相位形 态变化较大.

5.4 随线圈半径增大,观测到的地面核磁共振信号振幅变大,相位在变大的同时形态也发生明显变化.

5.5 值得指出的是,地层导电性导致观测的地面核 磁共振信号为一个复量,其振幅强度实际是含水性 分布的非线性函数.这样自由空间中地面核磁共振 响应与含水性分布之间的常规的线性关系不完全适 用于实际的数据.仍然采用这种线性关系进行数据 的反演,反演的结果只能是实际情况的一个非常粗 糙的近似.因此,仅由地面核磁信号振幅强度反演 导电条件下含水性的分布,必须研究非线性反问题.

参考文献

- Schirov M, Legchenko A. A new direct non-invasive groundwater detection technology for Australia. *Exploration Geophysics*, 1991, 22(2): 333 ~ 338
- [2] Goldman M, Rabinovich B, Rabinovich M, et al. Application of the integrated NMR-TDEM method in groundwater exploration in Israel. *Journal of Applied Geophysics*, 1994, **31**(4): 27 ~ 52
- [3] Yaramanci U, Lange G, Knödel K. Surface NMR within a geophysical study of an aquifer at Haldensleben (Germany). Geophysical Prospecting, 2000, 47 (5): 923 ~ 943
- [4] 万乐,袁照令,潘玉玲. 地面核磁共振感应系统(NUMIS)及其

在找水中的应用. 物探与化探,1999, **23**(5): 330~334 Wan L, Yuan ZL, Pan YL. The Nuclear Magnetic Induced System (NUMIS) and its applications to the ground water exploration. *Geor physical and Geochemical Exploratin*, 1999, **23**(5)330~334

[5] 潘玉玲.利用核磁共振方法探查基岩裂隙水.CT理论与应用研究,2000,9(1):22~25
 Pan YL. Detecting bedrock fissure water with Nuclear Magnetic Rsonance (NMR) method. CT Theory and Applications, 2000,9(1):

1期

China , 2000

22~25
[6] 潘玉玲,张昌达.地面核磁共振找水理论和方法.武汉:中国 地质大学出版社,2000
Pan YL, Zhang CD. Theories and Methods of Surface Nuclear Magnetic Resonance. Wuhan: Publishing House of Geology University of

- [7] Trushkin D V, Shushakov O A, Legchenko A V. Surface NMR applied to an electro-conductive medium. *Geophysical Prospecting*, 1995, 43 (4): 623 ~ 633
- [8] Shushakov O A, Legchenko A V. Goundwater proton magnetic resonance in the horizontally stratified media of different electrical conductivity. *Geology and Geophysics* (In Russian), 1994, 35(10): 140 ~ 145
- [9] Shushakov O A, Legchenko A V. Calculation of underground water proton magnetic resonance signal with regard to conductivity. *Geology* and Geophysics (in Russian), 1994, 35(3): 130 ~ 136
- [10] Shushakov O A. Goundwater NMR in conductive water. Geophysics , 1996 , 61(4) : 998 ~ 1006
- [11] Keller G V, Frischknecht F C. Electrical methods in geophysical

prospecting. Scotland: Pergamon Press, 1966

- [12] Patra H P, Mallick K. Geosounding principles 2: Time-varying geoelectric soundings. Netherland: Elesiver Scientific publishing, 1980
- [13] 翁爱华,李舟波,王雪秋. 地表大回线源在任意层状介质中产 生磁场的计算. 物探化探计算技术,2000,22(3):245~249
 Weng A H, Li Z B, Wang X Q. The magnetic field computation for large loop source. *Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration*, 2000,22(3):245~249
- [14] 朴化荣. 电磁测深法原理. 北京:地质出版社, 1990
 Piao H R. Principles of Electromagnetic Soundings. Beijing: Geology
 Publishing House, 1990
- [15] Chave A D. Numerical integration of related Hankel transforms by quadrature and continued fraction expansion. Geophysics, 1983, 48(12): 1671 ~ 1686
- Goldman M. Non-conventional methods in geoelctrical prospecting.
 England: Ellis Horwood Limited, 1990
- [17] Nabighian 著,赵经祥等译. 电磁法勘探 理论卷. 北京: 地质 出版社,1992
 Nabighian N M, Electromagnetic methods in Applied Geophysics (Volume 1) (in Chinese). Translated by Zhao J X, et al. Beijing: Geology Publishing House, 1992
- [18] 陈文升. 核磁共振地球物理仪器原理. 北京: 地质出版社, 1992

Chen W S. Principles of Nuclear Magnetic Resonance Instruments in Geophysics. Beijing: Geology Publishing House, 1992

[19] Legchenko A V, Shushakov O A. Inversion of surface NMR data. Geophysics, 1998, 63(1): 75 ~ 84