

多相流动电磁波成像测井测量敏感场计算

赵 亮¹ 吴锡令²

1 中国科学院地质与地球物理研究所,北京 100029

2 石油大学(北京)资源与信息学院,北京 102249

摘 要 在多相流动电磁波成像测井研究中,测量敏感场是设计测量仪器和研究图像重建算法的前提工作.本文用数值方法计算多相流动电磁波成像测井测量敏感场.根据测量探头电极阵列的对称性,将三维敏感场问题划分为轴向和横向两个平面问题,然后应用有限元算法求解两个平面电势分布问题,对于不同介质模型,计算各种测量条件下测量区域内电势分布,进而根据电势分布计算测量敏感场.结果表明测量敏感区域为发射电极到测量电极的弧形区域,在发射电极到测量电极的电势梯度线上,测量敏感函数近似于一个指数函数.

关键词 多相流 电磁波 成像测井 敏感场

文章编号 0001-5733(2003)06-0870-05 中图分类号 P631 收稿日期 2002-07-22,2003-06-03收修定稿

CALCULATION OF SENSITIVITY FIELD FOR ELECTROMAGNETIC TOMOGRAPHY IN MULTIPHASE FLOW WELL LOGGING

ZHAO LIANG¹ WU XILING²

1 Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China

2 Department of Resource and Information, University of Petroleum, Beijing 102249, China

Abstract The sensitivity field is of great importance for the optimal design of the Electromagnetic Tomography (EMT) in multiphase flow well logging tools and images reconstruction. We calculate using a numerical method. For the facility of analysis, the calculation is performed in 2 planes based on the symmetry of the sensor, though the sensitivity field is 3 dimensional. The analysis contains 2 connected steps. First, the potential distribution within the measure array is calculated using FEM (Finite Element Method). Then, the gradient of the potential is acquired according to the numerical computation. The result shows that the sensitivity field has an arc-shape within the region from transmitting electrode to measuring electrode, and it can be expressed approximately using an exponential function.

Key words Electromagnetic tomography, Multiphase flow, Imaging logging, Sensitivity field.

1 引 言

流体电磁层析成像技术是一种根据流体电磁性质差异重建流体流动图像的非线性测量方法^[1,2],已在许多工业领域得到了成功应用^[3-6].吴锡令

等^[7,8]针对油井多相流动的特殊情况,将地面流动电磁波层析成像技术应用到石油测井领域,根据油井中油/气水电性质差异,提出了多相流动电磁波成像测井的基本方法.油井管道中的流体一般是非均匀混合的油气水多相流体,应用传统的流动测井技术很难准确描述井下流体的流动特性,层析成像技

基金项目 国家自然科学基金项目(40174038).

作者简介 赵 亮,男,1975年生,2002年于石油大学(北京)获得地球探测与信息技术专业博士学位.主要从事地球深部构造方向的研究.

E-mail: zhaoliang@mail.igcas.ac.cn

术为解决多相流测量问题提供了一个有效途径^[9, 10].

多相流动电磁波成像测井以 Radon 变换对为理论基础. 在 Radon 正变换中, 测量信号可以表示为测量域内各流体体元电磁场响应对空间元的积分. 因此要获得井下流体流动图像, 必须首先获得测量域内各流体体元对测量信号的贡献量的空间分布函数, 即敏感场函数 (Sensitivity Field Function). 尽管已有研究^[9, 10] 探讨过多相流动电磁波成像测井敏感场函数, 但由于成像测井技术的迅速发展, 其研究结果无法适用于目前的成像测井方法, 主要原因在于两个方面: 首先以往的研究局限于流动截面的二维区域, 忽略了测量敏感场是三维场的实质, 从而为流动图像重建带来一定的系统误差; 其次由于采用了全新的组合式多层测量电极阵列探头, 新测量方法的敏感场函数比以往测量方法的敏感场函数复杂许多. 实验表明, 如果直接应用以往的敏感场函数, 则获得的流动图像与实际流动相差甚远^[11]. 在此背景下, 本文针对多相流动电磁波成像测井电极阵列探头, 采用数值方法在三维空间域计算测量敏感场函数.

2 多相流动电磁波成像测井物理、数学模型

如图 1 所示, 多相流动电磁波成像测井测量探头是一个具有立体结构的复合电极阵列, 电极阵列具有 3 层电极, 每层在圆周上等角排列 16 个电极, 中间层为主电极层, 上下两层为屏蔽电极层. 测量时对主电极和屏蔽电极馈以相同相位和幅度的电磁波信号. 测量时依次选择中间层某一电极作为发射电极, 其上下电极作为屏蔽电极, 左右电极作为聚焦电极; 再依次选择其余电极作为测量电极, 测量电极上下左右 4 个电极全部接地. 每一个测量周期共有 $16 \times (16 - 5) / 2 = 88$ 种测量组合.

油管管道的直径通常为 100mm 左右, 当电磁波频率在 3MHz 以下时, 可以证明电磁场在直径为 100mm 的测量区域内是近场^[12], 属于准静态情况下的时变电场. 根据无旋场的性质, 定义

$$E(r) = - \nabla \phi, \quad (1)$$

式中 $E(r)$ 为电场强度, r 为矢径, ϕ 为电势, ∇ 为 Laplace 算子. 通过变换可以建立波动方程

$$\nabla^2 \phi(r) = 0, \quad (2)$$

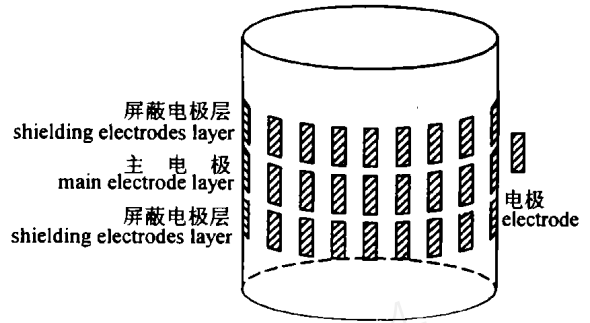


图 1 成像测井探头电极阵列示意图

Fig. 1 Schematic diagram of electrodes array

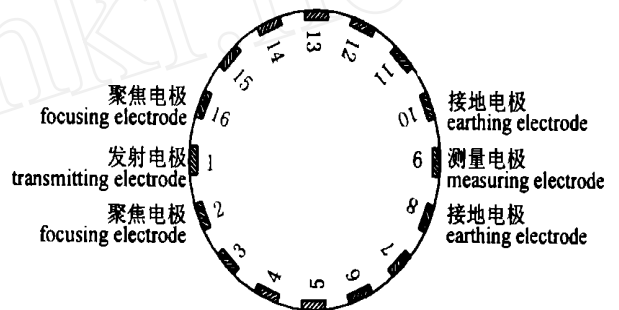


图 2 主电极层的测量电极组合

Fig. 2 Combination of electrodes in measuring

式中 $\sigma^* = \sigma + i\omega\epsilon$, 为等效复电导率.

建立如图 3 所示笛卡尔坐标系, 图中 Z 为井轴方向, XY 平面为与井轴垂直. 为了计算方便, 同时考虑物理近似性, 根据电极阵列的对称特征, 方程 (2) 的求解分为纵向上 ZX 平面和横向上 XY 平面的电磁场计算问题. ZX 和 XY 平面电势分布的定解问题为

$$\begin{cases} \nabla^2 \phi(r) = 0 & (\phi \text{ 在 } D), \\ \phi = 1 & (\phi \text{ 在 } \Gamma_1), \\ \phi = 0 & (\phi \text{ 在 } \Gamma_2, \Gamma_3), \end{cases} \quad (3)$$

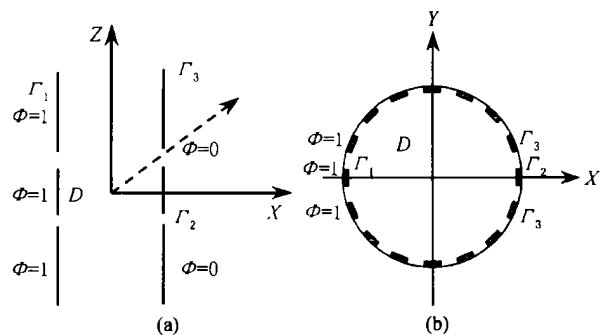


图 3 坐标系

(a) ZX 平面; (b) XY 平面.

Fig. 3 Coordinate system

其中 D 为求解区域, Γ_1 为发射电极和屏蔽电极边界, Γ_2 为测量电极边界, Γ_3 为接地电极边界. 两平

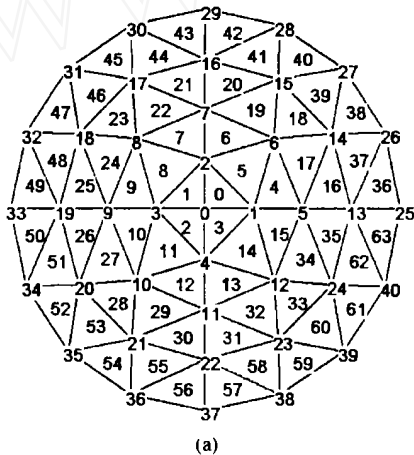
面定解问题、方程求解方法和过程完全相同,但求解区域、边界条件不同.

根据测量电极阵列的对称性,所有测量组合中只有 6 种典型的独立测量组合,其他测量组合均通过 6 种典型组合旋转一定角度获得. 电极编号如图 2,各独立测量组合的电极选择如表 1 所示.

表 1 独立测量电极组合电极选择

Table 1 Independent measure combination of poles

测量组合序号	主电极	聚焦电极	测量电极	接地电极
1	1	16,2	4	3,5
2	2	1,3	5	4,6
3	3	2,4	6	5,7
4	4	3,5	7	6,8
5	5	4,6	8	7,9
6	6	5,7	9	8,10



3 电磁场电势分布有限元计算方法

由于 ZX、XY 平面解问题的相似性,本文仅以 XY 平面问题为例阐述计算方法. 将偏微分方程组 (3) 变换为变分方程,XY 平面定解问题的等价变分为

$$\begin{cases} D: J(\phi) = \iint_{\Omega} \frac{1}{2} \sigma(r) \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy, \\ \phi|_{\Gamma_1} = 1, \\ \phi|_{\Gamma_2} = 0, \end{cases} \quad (4)$$

三角单元划分求解域见图 4,XY 平面于圆形域自圆心开始 (图 4a),逆时针自里向外逐个划分; ZX 平面矩形区域 (图 4b) 自矩形左下角开始,自左向右,自下向上逐个划分,划分精度任意设定. 三角节

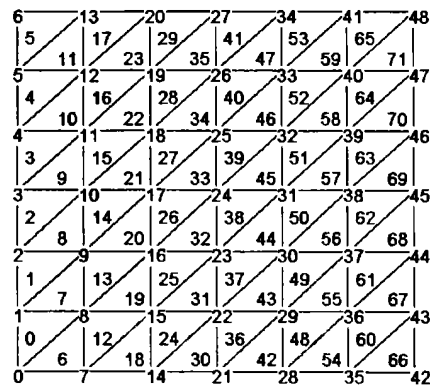


图 4 XY 平面圆形域三角单元划分 (a) 和 ZX 平面矩形区域划分 (b)

Fig. 4 Measuring regions are partitioned with triangle element

点处数字为节点编号,三角单元内数字为单元编号.

根据单元划分,二次泛函可表示为遍及所有单元的能量积分的总和^[13],即

$$J(\phi) = \sum_{e=1}^{e_0} J_e[\phi]. \quad (5)$$

要使上述泛函达到最小值,必须满足

$$\begin{aligned} \sum_{e=1}^{e_0} \frac{\partial J_e}{\partial \phi_1} &= 0, \\ \sum_{e=1}^{e_0} \frac{\partial J_e}{\partial \phi_2} &= 0, \\ &\dots \\ \sum_{e=1}^{e_0} \frac{\partial J_e}{\partial \phi_{n_0}} &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

式中 e 为任意一个三角单元, e_0 为划分单元的总数, n_0 为单元节点的总数. 任意取一个单元 e ,其节点分别为 i, j, m ,节点处电位函数为 ϕ_i, ϕ_j, ϕ_m ,给定

e 内 ϕ 的线性插值函数为

$$\tilde{\phi}_e(x, z) = \phi_1 + \phi_2 x + \phi_3 y, \quad (7)$$

式中 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 由 e 上节点的 ϕ 值及节点处坐标确定. 因为在相关单元的公共边及公共节点上函数取值相同,将每个三角单元上构造的函数 $\tilde{\phi}_e(x, z)$ 拼合起来,从而得到区域上的分片插值函数 $\tilde{\phi}(x, z)$.

假定单元足够小,在单元内 σ 为常数,有

$$\frac{\partial J_e}{\partial \phi_i} = \frac{\partial}{\partial \phi_i} \iint_{\Omega_e} \frac{1}{2} \sigma \left[\left(\frac{\partial \tilde{\phi}_e}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{\phi}_e}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy, \quad (8)$$

可以得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\phi}_e}{\partial x} &= \frac{b_i \phi_i + b_j \phi_j + b_m \phi_m}{2}, \\ \frac{\partial \tilde{\phi}_e}{\partial y} &= \frac{c_i \phi_i + c_j \phi_j + c_m \phi_m}{2}, \end{aligned} \quad (9)$$

式中 $b_i, b_j, b_m, c_i, c_j, c_m$ 为与节点坐标相关的系数, Ω_e 为单元面积,因此有

$$\iint_{\epsilon} \left[\left(\frac{\partial \Phi_e}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_e}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy = \begin{bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_m \end{bmatrix} K_e \begin{bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_m \end{bmatrix}, \quad (10)$$

式中 K_e 为单位电场能系数矩阵,且满足

$$K_e = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_m + c_i c_m \\ b_j b_i + c_j c_i & b_j b_j + c_j c_j & b_j b_m + c_j c_m \\ b_m b_i + c_m c_i & b_m b_j + c_m c_j & b_m b_m + c_m c_m \end{bmatrix}. \quad (11)$$

对(10)式根据函数极值理论应用公式(6)可以得到有限元方程

$$\sum_{i=1}^{n_0} K_{ij} \phi_j = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n_0). \quad (12)$$

待求解的离散方程(12)是一个大型稀疏对称正定的代数方程组. 代入边界条件,求解线性方程组,即可得到各个节点电势分布值.

4 电势分布计算结果

应用上述计算方法,计算 ZX 平面空气单相分布情形下的电势分布,计算结果如图5所示,图中

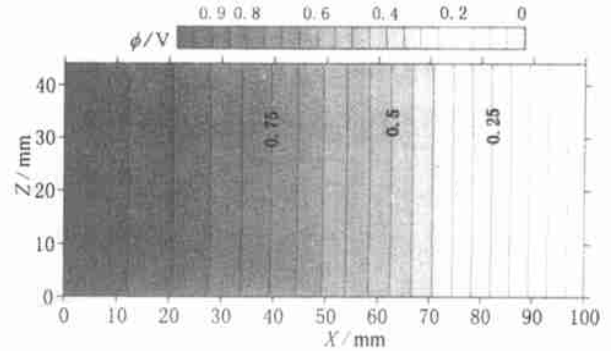


图 5 纯空气介质情形 ZX 平面电势分布

Fig. 5 Potential distribution of ZX plane

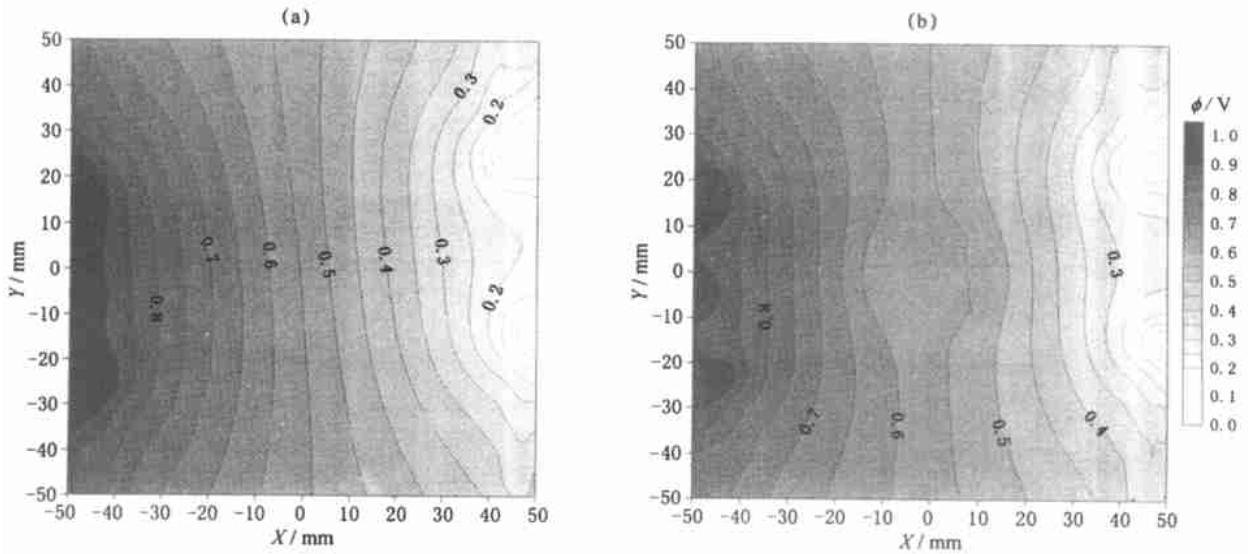


图 6 测量组合 6 在 XY 平面的电势分布

(a) 纯空气介质情形; (b) 有异常体存在情形.

Fig. 6 Potential distribution of measuring combination 6 on XY plane is calculated

横坐标和纵坐标分别为 X 和 Z 向空间坐标,等值线反映电势大小分布,单位为 V .

对于 XY 平面,分别将各独立测量组合的边界条件代入变分问题(4),可以得到各独立组合的电势分布.设置不同介质模型,还可以得到有异常体存在情形下的电势分布(图 6),假设在测量圆形域中心,包含一个半径为 15mm 的异常体,异常体的介电常数为基底介质介电常数的 10 倍,则其电势分布如图 6b 所示.可以看出,在测量区域内电势的分布随流体介质分布变化而变化,这反映了测量敏感场的“软场特性”^[7,11].

5 敏感场计算分析

分析 ZX 平面电势分布,可以看到在主发射电极附近处电势在 Z 向上均匀分布,即满足 $\partial\phi/\partial z = 0$,这说明上下屏蔽电极能起到压制主电极电场的作用,使得主电极激发的电场在 Z 向均匀分布,因此三维敏感场函数 $C(x, y, z)$ 可以降维为 XY 平面的二维函数,以 $C(x, y)$ 表示.

同理分析 XY 平面电势分布.在每一三角单元内电场强度 E^e 满足方程

$$E^e = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 (b_j^e x + c_j^e y) \phi_j^e, \quad (13)$$

式中 x 、 y 为单位矢量。

根据公式 (13) 计算电势分布梯度曲线, 表明在 XY 平面敏感场区域不是主发射电极到测量电极的直线带, 而是具有一定曲率的弧线带。设主发射电极和测量电极之间电势梯度线为 L , L 为一条弧线, 以 L 上各点到主发射电极中心点的弧线长度 l 为横坐标, 以各点的电势值为纵坐标, 曲线见图 7 中实线, 作一条以 $(0, 1/2)$ 为周期的余弦函数曲线, 对比两条曲线可以发现电势值与 l 的关系大致符合 $\phi_l = \phi_0 \cos kl$, 又可表示为 $\phi_l = \text{Re}(\phi_0 e^{kl})$, Re 为复数的实部。对该函数取 l 的导数即得到空间各个体元对测量信号的贡献量, 即测量敏感场函数。其中 k 为与介质电磁特性相关的常数, 可以通过实验测量获得^[11]。

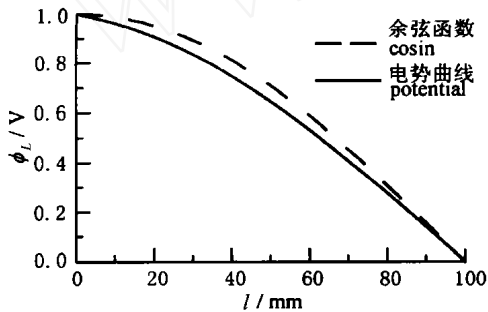


图 7 电势分布函数与余弦函数比较

Fig. 7 Comparison of potential distribution function and a cosine function

6 结 论

6.1 发射电极中点附近处在 Z 向上电势梯度为 0, 因此可以将测量电极阵列三维测量敏感场简化为二维敏感场进行分析。

6.2 多相流动电磁波成像测井测量敏感区域是一个从主发射电极到测量电极的弧线带, 在主发射电极到测量电极的电势梯度线上, 电势值与 l 近似符合函数关系 $\phi_l = \text{Re}[\phi_0 e^{kl}]$, 这一结论与电磁场正演研究中的 Rytov 近似公式相似。

对中国地震局地质研究所白登海研究员给予本文的建设性意见表示衷心的感谢。

参考文献

[1] Yu Z Z, Peyton A J, Conway W F, et al. Imaging system based on Electromagnetic Tomography (EMT). *Electronics Letters*, 1993, 29 (7): 625 ~ 626

[2] Yu Z Z, Worthington P F, Stone S, et al. Electromagnetic screening of inductive tomography sensors. In: European Concerted Action on Process Tomography conference. Bergen: Norway, 1995. 300 ~ 310

[3] 张小章. 基于流动电磁测量理论的流场重建. 计量学报, 1998, 19(1): 39 ~ 43
ZHANG Xiaozhang. Flow pattern reconstruction based on the theory of electromagnetic flow measurement. *Acta Metrological Sinica* (in Chinese), 1998, 19(1): 39 ~ 43

[4] Peyton A J, Beck M S, Borges A R, et al. Development of electromagnetic tomography (EMT) for industrial applications. Part 1: Sensor design and Instrumentation. In: 1ST World Congress on Industrial Process Tomography. Buxton: Great Manchester, 1999, 306 ~ 312

[5] Thorn R, Johansen G A, Hammer E A. Three-phase flow measurement in the offshore oil industry, is there a place for process tomography. In: 1st World Congress on Industrial Process Tomography. Buxton: Great Manchester, 1999, 228 ~ 235

[6] 黄志尧. 层析成像在多相检测中的应用[博士学位论文]. 杭州: 浙江大学, 1997
HUANG Zhiyao. Applications of tomography in multiphase flow measurement [Ph. D. thesis] (in Chinese). Hangzhou: Zhejiang University, 1997

[7] 景永奇. 多相流动电磁波成像测井方法研究[硕士学位论文]. 荆州: 江汉石油学院, 1997
JING Yongqi. Research on the electromagnetic imaging logging for multiphase flow [M. thesis] (in Chinese). Jingzhou: Jianghan Petroleum University, 1997

[8] 吴锡令, 景永奇, 吴世旗. 多相管流电磁成像测井方法研究. 地球物理学报, 1999, 42(4): 557 ~ 563
WU Xiling, JING Yongqi, WU Shiqi. Electromagnetic imaging logging method in multiphase pipe flow. *Chinese J. Geophys* (in Chinese), 42(4): 557 ~ 563

[9] Thorn R, Johansen G A, Hammer E A. Recent developments in three-phase flow measurement *Meas. Sci. Technol.*, 1997, 8(7): 691 ~ 701

[10] 顾春来. 多相流检测技术在石油工业中的应用. 石油大学学报(自然科学版), 1999, 23(6): 110 ~ 111
GU Chunlai. Applications of multiphase flow measurement in oil industrial. *Journal of the University of Petroleum, China* (in Chinese), 1999, 23(6): 110 ~ 111

[11] 赵亮. 电磁波流动成像测井方法研究[博士论文]. 北京: 石油大学, 2002
ZHAO Liang. Study on flow imaging logging using electromagnetic wave [Ph. D. thesis] (in Chinese). Beijing: Petroleum University, 2002

[12] 毕德显. 电磁场理论. 北京: 电子工业出版社, 1985
BI Dexian. *Electromagnetic Field Theory*. Beijing: Electronic Industry Press, 1985

[13] 曾余庚. 电磁场有限单元法. 北京: 科学出版社, 1993
ZENG Yugeng. *Finite Element Method for Electromagnetic Field*. Beijing: Science Press, 1993