

单程波方程偏移算子高阶辛格式

杨 辉 刘 洪 李幼铭

中国科学院地质与地球物理研究所, 北京 100101

摘 要 针对地震偏移算法中单程波算子中 e 指数项的近似, 提出一种高阶辛格式算法. 与非辛格式的近似、一阶辛格式近似和两步法进行数值对比表明, 文中提出的高阶辛格式具有更高的精度. 脉冲响应的计算也表明文中的近似方法具有降低频散效应和适应横向变速的能力. 用 Marmousi 模型验证了对复杂构造的成像的能力, 实际资料计算表明本文方法适合于较大深度的稳定准确成像.

关键词 辛格式 单程波方程算子 Padé 近似 偏移

文章编号 0001-5733(2003)04-0533-06 **中图分类号** P631 **收稿日期** 2001-02-09, 2003-01-30 **收修定稿**

HIGH ORDER SYMPLECTIC SCHEME FOR ONE-WAY WAVE EQUATION OPERATOR

YANG HUI LIU HONG LI YOU MING

Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101, China

Abstract In this article, a higher order symplectic scheme approximation to the complex exponential function in the one-way wave equation is used in the seismic migration algorithm. The symplectic method is compared with the two-step method developed by Clearbout and several non-symplectic methods. The result shows that the symplectic scheme has an higher accuracy. The impulse response on even velocity model and simple lateral variable velocity model shows that the symplectic method can decrease the frequency dispersion and adapt to the lateral velocity variation. Results on Marmousi model and field data show that the method can also be used in seismic migration, especially for the deeper section.

Key words Symplectic scheme, Padé approximations, One-way wave equation operator Migration.

1 引 言

基于波动方程的叠前深度偏移, 具有较高精度、保持振幅属性和能够处理复杂构造的特点^[1~3]. 处理横向均匀介质, 在频率波数域可对单程波方程算子的 e 指数进行准确计算, Gazdag 的相移法精确而有效^[4]. 为处理横向变速介质, 研究者相继开展对单程波方程平方根算子的不同近似的多种方法的研究. 在频率波数域利用参考速度处理横向变速的方

法, 有相移加插值 (PSPI)^[5] 和分裂步相移法 (SSF)^[6], 但分裂步相移法仅适用于弱横向变速条件, 相移加插值法的精度取决于插值精度且计算量较大^[7~10].

与相移法不同, 显式有限差分法利用对 e 指数的 Taylor 公式展开和约束优化, 由设计算子滤波器的方法来直接近似单程波方程算子. 这种做法是在 McClellan 变换和算子表驱动的基础上进行的, 易于扩展, 并已用于三维叠前深度偏移中^[11~13]. 在实际应用中为保证递归滤波算子的稳定性, 必须采用较

基金项目 中国科学院知识创新工程重大项目 (KZCX1-Y01)、国家自然科学基金九五重大项目 (49894190), 国家高性能计算基金 (000123).

作者简介 杨 辉, 男, 1972 年生, 1995 年毕业于长春科技大学 (现为吉林大学), 2001 年于中国科学院地质与地球物理所获博士学位. 现在联想 (北京) 有限公司工作. 主要从事高性能计算技术和地震波成像研究. E-mail: liuhong@mail.igcas.ac.cn

多格点数算子设计,因而该方法不利于处理横向剧烈变速^[14]. 频率空间域隐式有限差分法用 Crank-Nicolson 差分格式近似计算 e 指数具有恒稳特征,且也便于处理横向变速^[15-17],但因其精度较低而难以实用. 文献[18,19]介绍了高阶辛格式方法.

2 算子的近似

- k_x 域向下延拓单程波方程为^[15,20],

$$u_{z+z} = e^{ik_z z} u_z \quad k_z = Y/v, \quad (1)$$

$$Y = \sqrt{1 - v^2 k_x^2 / \omega^2},$$

式中 k_z 是 z 方向波数, Y 为归一化单平方根算子, ω 是圆频率, v 是介质的速度, k_x 为 x 方向的波数, u_z 是 z 处的波场值, u_{z+z} 是深度 $z+z$ 的波场值.

(1) 式中的平方根采用连分式,化为部分分式展开时,可近似地表示为^[15]

$$Y = Y_{2n} \prod_{j=1}^n \frac{1 + iS}{1 + jS},$$

$$S = v^2 k_x^2 / \omega^2 = k_x^2 / k^2, \quad k = \omega / v. \quad (2)$$

式中 j, j 为 Lee 的经过优化的系数^[20]. 将(2)式代入(1)式后,可得

$$u_{z+z} = u_z \exp \left\{ \pm i \frac{z}{v} \left[\prod_{j=1}^n \frac{1 + iS}{1 + jS} \right] \right\}, \quad (3)$$

(3) 式即为高阶近似方程的分裂算法表示式. 其深度方向上的 Crank-Nicolson 差分格式为

$$\frac{u_{z+z} - u_z}{z} = ik_z \frac{u_{z+z} + u_z}{2}, \quad (4)$$

为达到对 $e^{ik_z z}$ 的近似^[17]

$$u_{z+z} = \left[\frac{1 + ik_z z/2}{1 - ik_z z/2} \right] u_z, \quad (5)$$

本文采用 e 指数函数的四阶精度辛格式近似(即 $L = M$) 表示式 Padè^[18,21,22]:

$$e^i \frac{12 + 6i - \omega^2}{12 - 6i - \omega^2}, \quad (6)$$

(6) 式可以表示为两个分式的乘积形式

$$e^i \frac{1 + i \omega_1/2}{1 - i \omega_1/2} \cdot \frac{1 + i \omega_2/2}{1 - i \omega_2/2}, \quad (7)$$

式中 $\omega_1 = (3 + \sqrt{3}i)/6$, $\omega_2 = (3 - \sqrt{3}i)/6$, ω_1^* 、 ω_2^* 分别为 ω_1 、 ω_2 的共轭. 将(2)式代入(7)式并取 $\omega = k_z z$, 则得

$$e^{ik_z z} = \prod_{j=1}^n \left[\frac{1 + i \frac{jS}{v} \frac{z}{2}}{1 - i \frac{jS}{v} \frac{z}{2}} \right] \times$$

$$\left. \frac{1 + i \frac{jS}{v} \frac{z}{2}}{1 - i \frac{jS}{v} \frac{z}{2}} \right\}. \quad (8)$$

将式(8)中的 S 表示为差分形式,并利用 Claerbout 减小频散的 1/6 策略,即可对上式进行计算. 式(8)亦为高阶辛格式的单程波算子近似式^[23].

3 数值比较

根据式(6),可得以下一级对角 Padè/1 逼近^[24]

$$e^i \frac{2 + i}{2 - i} \quad (9)$$

为二阶精度辛格式梯形格式,即通常的 Crank-Nicolson 格式. 若取 $L = 1, M = 2$,则对应二阶非辛格式的 Padè近似,即 Padè/2 有

$$e^i \frac{6 + 2i}{6 - 4i - \omega^2}, \quad (10)$$

取 $L = 2, M = 1$ 对应 Padè/1^[24] 有

$$e^i \frac{6 + 4i - \omega^2}{6 - 2i}, \quad (11)$$

虽然 Padè/2、Padè/1 每一步是非辛的,但它们的组合 Padè/2 × Padè/1 是辛的. 即

$$\frac{6 + 2i}{6 - 4i - \omega^2} \frac{6 + 4i - \omega^2}{6 - 2i} = \frac{6 + 2i}{6 - 2i} \frac{6 + 4i - \omega^2}{6 - 4i - \omega^2}.$$

Claerbout^[17] 提出 e 指数两步法可近似表示为

$$e^i = e^{i/2} e^{i/2} = \frac{e^{i/4}}{e^{-i/4}} \cdot \frac{e^{i/4}}{e^{-i/4}}, \quad (13)$$

对上式进行 Taylor 展开并取其二阶近似时,可得

$$e^i = \frac{1 + i/4}{1 - i/4} \cdot \frac{1 + i/4}{1 - i/4}. \quad (14)$$

假如对(14)式作幂级数展开,与 Crank-Nicolson 格式(9)幂级数展开对比,可发现(14)的余式阶数小,因此(14)式比(9)式精确. 但(14)式需要对同一深度步长进行两步计算,故称为两步法. 虽然该方法也具有辛特征,但其仅具有二阶精度,而高阶辛格式即式(6)具有四阶精度.

利用公式(9)~(12)对这几种近似格式进行数值对比,见图 1. 图 1a 给出复 e 指数与二阶 Padè近似的相位在一个周期内的值,图 1b 为二阶辛 Padè近似和二阶非辛 Padè近似与复 e 指数的相位误差. 可见对复 e 指数采用同样的二阶 Padè近似时,辛格式与非辛格式的数值结果之间有着相当大的偏差. 而两种二阶非辛格式 Padè/2 和 Padè/1 具有相同

的相位数值与复 e 指数的相位偏差.

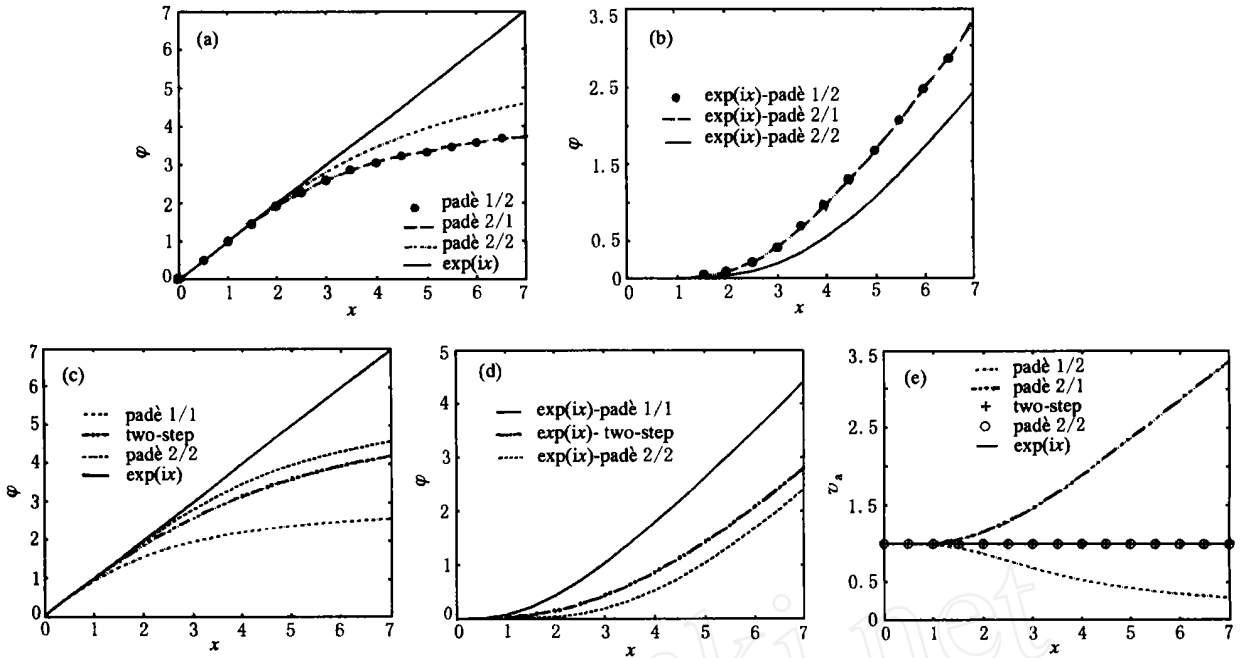


图 1 指数函数的 padé 近似精度对比

- (a) $\exp(ix)$, Padé 2/2, Padé 2/1 和 Padé 1/2 的相位;
- (b) Padé 2/2, Padé 2/1 与 $\exp(ix)$ 间的相位偏差;
- (c) $\exp(ix)$, Padé 2/2, Padé 1/1 和两步法的相位;
- (d) Padé 2/2, Padé 1/1 和两步法与 $\exp(ix)$ 间的相位偏差;
- (e) $\exp(ix)$, Padé 2/2, Padé 1/1, Padé 1/2 和两步法的振幅. φ 为相位, v_a 为绝对值.

Fig. 1 Comparison of different order Padé approximations

由图 1c 和图 1d 可见两步法的精度高于一阶辛格式 Padé 1/1, 而二阶辛格式对 $\exp(ix)$ 的相位近似程度又显著地高于一阶辛格式 Padé 1/1 和两步法.

由图 1e 可见一阶辛格式 Padé 1/1、二阶辛格式 Padé 2/2 和两步法近似式的幅度均保持为单位 1, 而二阶非辛格式 Padé 2/2, Padé 1/1 的幅度在一周期内随着角度的增加, 偏离单位 1 的程度亦增加. 这说明, 辛格式的近似式具有保持振幅的特点, 从而有利

于保持在深度方向上递归计算的稳定性. 而非辛格式则因无法保持振幅, 而难以保证深度方向上递归计算的稳定性. 因此, 对相同的深度采样间隔 z , 高阶辛格式具有高精度和保持幅度的优点.

4 脉冲响应的计算

为检查高阶辛格式算子在均匀介质条件下的效

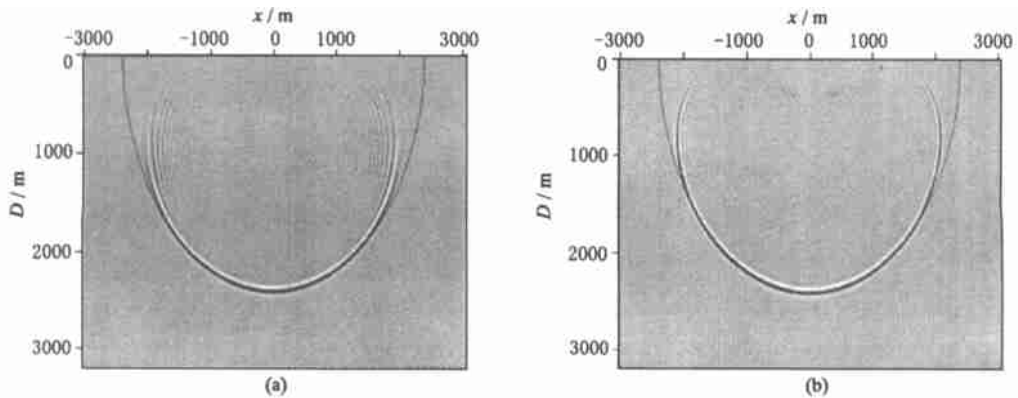


图 2 脉冲响应的比较

- (a) Crank-Nicolson 的脉冲响应;
- (b) 辛格式的脉冲响应.

Fig. 2 Comparison of Pulse response

果,分别计算 Crank-Nicolson 差分格式和高阶辛格式的源脉冲响应. 图 2 中的速度模型采用横向 407 个点,采样间隔 15m;纵向 161 个点,采样间隔 20m,速度 3000m/s. 主频 15Hz 的 Ricker 子波作为点脉冲放置在 1.6s 处,时间采样间隔为 0.004s.

图 2a 为 Crank-Nicolson 差分格式的 45 近似的脉冲响应,从中可看有明显的频散效应;而图 2b 显示的高阶辛格式的源脉冲响应表明,频散效应显著降低. 两图中的实线均为理论计算结果,可见,高阶辛格式的源脉冲响应具有更高的拟合程度.

图 3 显示高阶辛格式与分裂步相移法在横向变

速情况的点源脉冲响应比较. 与图 2 采用相同的参数,图中实线给出理论计算的结果,可见,匀速情况下分裂步相移法成像角度可至 90° . 由图 3b 可见其脉冲响应与理论曲线相差较大,表明基于小扰动理论的分裂步相移法难以处理强横向变速. 图 3c 与理论曲线拟合很好. 图 3d 楔形内为 5000m/s,楔形外为 3000m/s. 图 3e 为分裂步相移法在楔形速度模型上的点源脉冲响应,图 3f 中两相交实线为速度模型的分界面. 从分裂步相移法、高阶辛格式在速度分界面处的差别可见,前者在较强横向变速情况下难以给出准确成像位置. 对高阶辛格式成像角度至 90° 时,顶部仍可见有轻微频散.

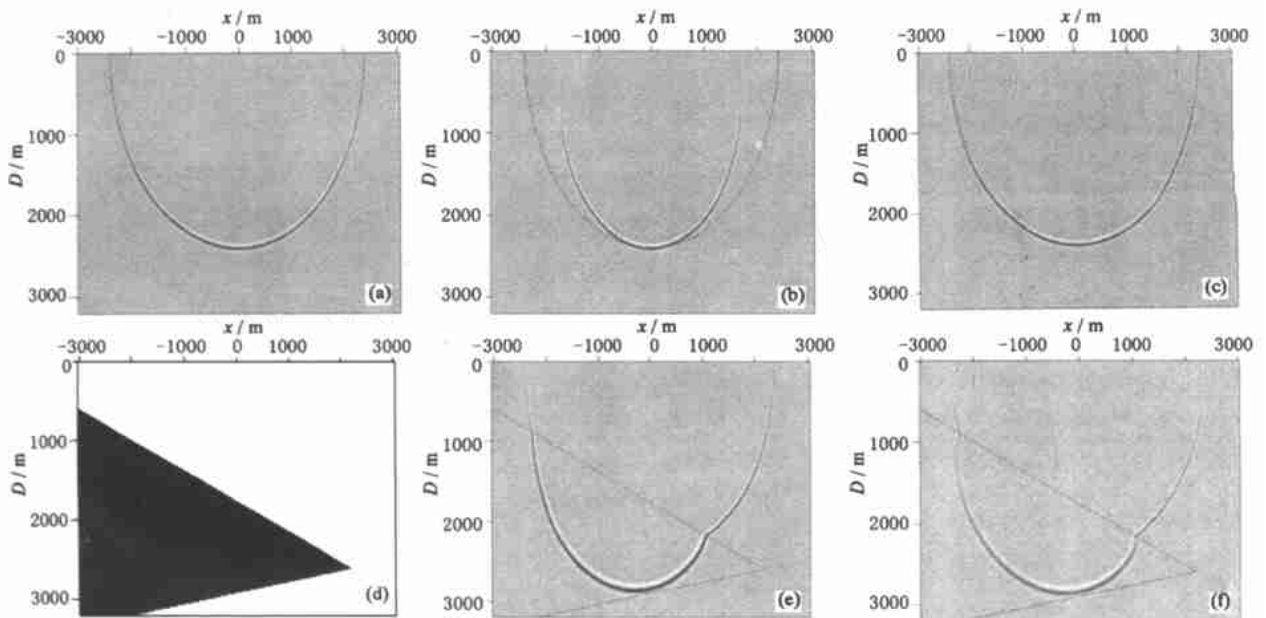


图 3 点源脉冲响应在横向变速情况的比较

(a) 分裂步相移法; (b) 参考速度为 1000m/s 时分裂步相移法;
(c) 高阶辛格式拟合角度至 90° 时; (d) 简单的横向变速楔形速度模型; (e) 分裂步相移法在楔形速度模型上; (f) 高阶辛格式在楔形速度模型上.

Fig. 3 Comparison of pulse response in lateral variable velocity medium

5 模型计算与实际效果

为进一步验证高阶辛格式的效果,利用 Marmousi 模型^[25]的合成记录来测试该方法对复杂构造的适应能力. 从图 4 可见,高阶辛格式叠前深度偏移结果能够体现出原始速度模型的详细构造.

利用辛方法在大庆进行了 4 条二维剖面的计算. 所有的数据都是 1750 个采样点,4ms 的采样率,每炮 40 道,炮间隔和道间隔都为 40m. 由于数据体较大,利用微机组成分布式并行机群,使用 Linux 操

作系统和 MPI 并行环境,大大地提高了计算效率.

如图 5a 为 82 线的速度剖面. 横向采样点数和间隔为 995 个和 12.5ms,纵向采样点和间隔为 2250 个和 4ms. 利用 Kirchhoff 叠前偏移方法建立初始速度模型,然后利用辛方法偏移,并仔细修改以获得最终速度模型. 图 5b 为 82 线的 Kirchhoff 叠前深度偏移结果,图 5c 为辛方法的偏移结果. 比较两图可以看出,辛方法的效果明显,特别是在矩形框的区域内,以及在 T4 层(深度约 2km)和 T5(深度 3.6~4.2km)层构造更加明显. 而且在较深(深于 4.5km)区域辛方法远较 Kirchhoff 方法成像清晰. 利用该方

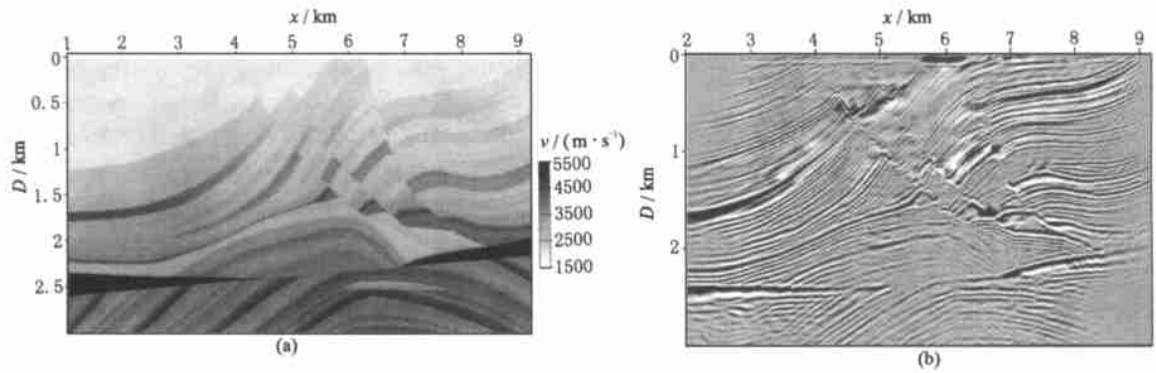


图 4 理论模型的试验

(a) Marmousi 速度模型;(b)辛格式偏移结果.

Fig. 4 Theoretical data test on line 82 in Dq area

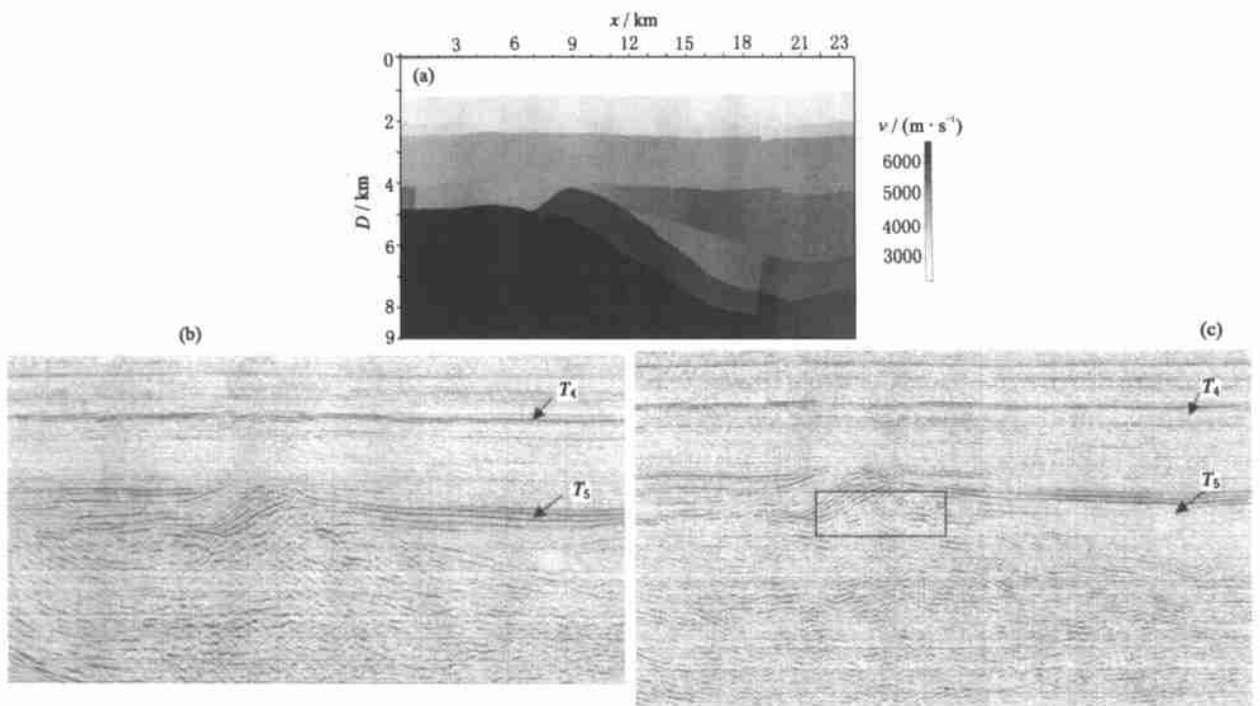


图 5 某区 82 线处理效果

(a) 速度模型;(b) Kirchhoff 叠前深度偏移结果;(c) 辛方法叠前深度偏移结果.

Fig. 5 Field data test on line 82 in Dq area

法已处理了大庆研究院四条二维深反射地震资料,深度达 12km,均能够得到稳定的成像效果¹⁾.

6 结 论

针对地震偏移算法中单程波算子的 e 指数近似算子,本文提出一种高阶辛格式.与非辛格式的近似方法、两步法和一阶辛格式近似进行数值对比.

结果表明本文方法具有更高的精度.脉冲响应的计算结果也表明本文的近似方法具有降低频散效应和适应横向变速的能力.本文还用 Marmousi 模型验证了该算法复杂构造的成像的能力,实际资料计算表

1) 中国科学院地质与地球物理研究所油储项目办公室.二维叠前深度偏移辛几何方法并行计算软件在大庆徐家围子地区的试用效果.

明高阶辛方法对深层成像效果更稳定.

对大庆油田吴永刚、迟元林、陈树民、张尔华、王春梅和毕民在数据准备、结果对比工作中给予的大力支持和协助,谨致谢意.

参考文献

- [1] Wushan Wu, Shengwen Jin. Windowed GSP (Generalized Screen Propagators) Migration Applied to SEG EAEG Salt Model Data. 68th Annual Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 1998
- [2] 张关泉. 利用低阶偏微分方程组的大倾角差分偏移. 地球物理学报, 1986, 29(3): 273 ~ 282
ZHANG Guanquan. Steep dips difference migration with low order partial differential equation. *Chinese J. Geophys. (Acta Geophysica Sinica)*, 1986, 29(3): 273 ~ 282
- [3] Stolt R H. Migration by Fourier transform. *Geophysics*, 1978, 43: 23 ~ 48
- [4] Gazdag J. Wave-equation migration with the phase shift method. *Geophysics*, 1978, 43: 1342 ~ 1351
- [5] Gazdag J, Sguazzero P. Migration of seismic data by phase shift plus interpolation. *Geophysical Prospecting*, 1984, 49: 124 ~ 131
- [6] Stoffa P L, Fokkema J T, Freire R M, et al. Split-step Fourier migration. *Geophysics*, 1990, 55: 410 ~ 421
- [7] Lianjie Huang, Michael Fehler and Rushan Wu. Extended local Born Fourier migration method. *Geophysics*, 1999, 64(1): 1535 ~ 1545
- [8] 张叔伦, 刘淑珍. 共跑检距剖面模型的相位移算法. 石油地球物理勘探, 1997, 32(6): 573 ~ 582
ZHANG Shulun, LIU Shuzhen. Phase shift algorithm for common offset profile model. *Oil Geophysical Prospecting*, 1997, 32(6): 573 ~ 582
- [9] 杨文采, 李幼铭. 应用地震层析成像. 北京: 地质出版社, 1993
YANG Wencai, LI Youming. Applied Seismic Tomography. Beijing: Geological Publishing House, 1993
- [10] 王华忠, 马在田, 曹景忠. 优化系数旁轴近似方程三维一步法偏移. 石油地球物理勘探, 1998, 33(2): 170 ~ 184
WANG Huazhong, MA Zaitian, CAO Jingzhong. 3D one step migration with optimization coefficient paraxis approximation. *Oil Geophysical Prospecting*, 1998, 33(2): 170 ~ 184
- [11] Biondi B, Palacharla G. 3D depth migration by rotated McClellan filters. *Geophysics Prospecting*, 1995, 43: 1005 ~ 1006
- [12] Hale D. Stable explicit depth extrapolation of seismic wave fields. *Geophysics*, 1999, 56(6): 1770 ~ 1777
- [13] 张剑峰, 李幼铭. 三维叠前深度偏移的显式差分法. 见: 同济大学海洋地质与地球物理系编. 反射地震学论文集. 上海: 同济大学出版社, 2000. 121 ~ 126
ZHANG Jianfeng, LI Youming. Explicit difference method for 3-D prestack depth migration. In: Department of Marine Geology and Geophysics, Tongji University ed. Reflection seismology paper collection. Shanghai: Tongji University Press, 2000. 121 ~ 126
- [14] 刘洪, 李建勇, 杨辉等. 用谱分解构造单程波算子. 见: 同济大学海洋地质与地球物理系编. 反射地震学论文集. 上海: 同济大学出版社, 2000. 170 ~ 174
LIU Hong, LI Jianyong, YANG Hui, et al. Construction one way symplectic operator by spectrum factorization. In: Department of Marine Geology and Geophysics, Tongji University ed. Reflection seismology paper collection, Shanghai: Tongji University Press, 2000. 170 ~ 174
- [15] 马在田. 高阶方程偏移的分裂算法. 地球物理学报, 1983, 26(4): 377 ~ 388
MA Zaitian. Splitting algorithm for high order equation migration. *Chinese J. Geophys. (Acta Geophysica Sinica)*, 1983, 26(4): 377 ~ 388
- [16] 马在田. 地震成像技术—有限差分法偏移. 北京: 石油工业出版社, 1989
MA Zaitian. Seismic Imaging Technique: Finite-difference Method Migration. Beijing: Petroleum Industrial Press, 1989
- [17] Claerhout J F. Imaging the Earth's Interior. New York: Blackwell Scientific Publications, 1985
- [18] Feng K. On difference schemes and symplectic geometry. In: Feng K. ed. Proc 1984, Beijing, Symp Diff Geometry and Diff Equations. Beijing: Science Press, 1985. 42 ~ 58
- [19] 杨孔庆, 罗明秋, 李幼铭等. 地震波传播的微分几何描述. 地球物理学进展, 1998, 13(3): 32 ~ 37
YANG Kongqing, LUO Mingqiu, LI Youming, et al. Differential geometric description of seismic wave propagation. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 1998, 13(3): 32 ~ 37
- [20] Lee M W, Suh S Y. Optimization of one-way wave equations. *Geophysics*, 1985, 50: 1634 ~ 1637
- [21] 罗明秋, 刘洪, 李幼铭. 地震波传播的哈密顿表述及辛几何算法. 地球物理学报, 2001, 44(1): 120 ~ 128
LUO Mingqiu, LIU Hong, LI Youming. Hamiltonian description and symplectic method of seismic wave propagation. *Chinese J. Geophys.* 2001, 44(1): 120 ~ 128
- [22] 罗明秋, 刘洪, 李幼铭. 基于螺旋坐标的地震波场隐式辛算法. 地球物理学报, 2001, 44(3): 379 ~ 388
LUO Mingqiu, LIU Hong, LI Youming. Seismic wave modeling with implicate symplectic method based on spectral factorization on helix. *Chinese J. Geophys.* 2001, 44(3): 379 ~ 388
- [23] 杨辉, 刘洪, 李幼铭等. 一种单程波方程算子的辛格式描述. 见: 同济大学海洋地质与地球物理系编. 反射地震学论文集. 上海: 同济大学出版社, 2000. 298 ~ 302
YANG Hui, LIU Hong, LI Youming. An symplectic description. In: Department of Marine Geology and Geophysics, Tongji University ed. Reflection seismology paper collection. Shanghai: Tongji University Press, 2000. 298 ~ 302
- [24] George A, Baker Jr. Peter Graves-Morris Encyclopedia of Mathematics and Its Applications, Pad è Approximants. Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, 1981
- [25] Aminzadeha. EAEG Workshop report: Practical aspects of seismic data inversion. *First Break*, 1991, 9(2): 75 ~ 78
- [26] YANG Hui, LIU Hong, LI Youming, et al. The Application of Symplectic Depth Prestack Migration in Daqing XWZ Area, 2000, 70th Annual Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 882 ~ 885