

# 基于简化的 Pride 理论模拟声电效应测井响应

胡恒山<sup>1</sup> 刘家琦<sup>1</sup> 王洪滨<sup>1</sup> 王克协<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 哈尔滨工业大学航天学院, 哈尔滨 150001

<sup>2</sup> 吉林大学物理学院, 长春 130023

**摘要** 针对声电效应测井问题, 提出了一种全波列数值模拟方法. 该方法忽略声电效应测井时转换电场对声场的影响, 并将电场视为似稳场. 采用点声源模型, 依据 Biot 理论得出了井外孔隙介质声场的表达式, 运用这些表达式和似稳电场近似方法, 导出了声电效应测井时转换电场的计算公式. 在计算出的转换电场波形中, 有伴随斯通利波的电场、伴随纵波和横波的电场、和临界折射电磁波场. 在 25kHz 以下的频率范围内, 依据这种方法计算出来的声电转换波波形与依据完整 Pride 理论计算的波形一致.

**关键词** 声电效应 孔隙介质 测井 弹性波 电磁场

**文章编号** 0001 - 5733(2003)02 - 0259 - 06 **中图分类号** P631 **收稿日期** 2001 - 11 - 01, 2002 - 11 - 06 **收修定稿**

## SIMULATION OF ACOUSTO-ELECTRIC WELL LOGGING BASED ON SIMPLIFIED PRIDE EQUATIONS

HU HENGSHAN<sup>1</sup> LIU JIAQI<sup>1</sup> WANG HONGBIN<sup>1</sup> WANG KEXIE<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Mathematics, Harbin Institute of technology, Harbin 150001, China

<sup>2</sup> Department of Physics, Jilin University, Changchun 130023, China

**Abstract** A numerical full-waveform simulation method is proposed to study the acousto-electric well logging response. The acoustic field, taken as uninfluenced by the converted electric field, is solved separately. The electric field is taken as quasi-steady. A point pressure source is assumed to be on the borehole axis. The full Biot theory is adopted to obtain expressions of the acoustic field around the borehole. These acoustic expressions are then used to formulate the converted electric fields in and out of the borehole. In the calculated full waveforms of the converted electric field, there are electric waves that accompany the compressional, the shear and the Stoneley waves. And there is a critically refracted electromagnetic wave, which travels along the borehole wall. The waveforms are practically the same as calculated with the full Pride theory under frequency of 25kHz.

**Key words** Electrokinetic effect, Porous medium, Logging, Elastic wave, Electromagnetic field.

## 1 引言

孔隙介质中弹性波与电磁场的耦合现象称为声电效应<sup>[1]</sup>, 在 seismic 频率范围内也常称为震电效应<sup>[2]</sup>.

前苏联学者<sup>[2]</sup>把孔隙介质中弹性波导致电磁场的现象主要归结为两类, 第一类是与电阻率变化有关的电阻效应, 第二类是与带电离子在连通孔隙中的流动有关的动电效应. 此外, 戴世坤<sup>[3]</sup>提出了第三类效应. 本文的研究只限于第二类效应, 因为这类效应已

**基金项目** 国家自然科学基金项目(10272038, 40074032).

**作者简介** 胡恒山, 男, 教授. 1962 年生, 1986 年于武汉水利电力学院获固体力学专业硕士学位, 2000 年于吉林大学物理系获博士学位. 现在哈尔滨工业大学航天工程与力学系工作. 主要从事地声学及声电效应研究. E-mail: hithhs@sina.com, hithumin@hit.edu.cn

被实验证实,特别是已有利用这类效应准确测量砂岩岩样渗透率的报道<sup>[4]</sup>.在过去的10年中,关于声电效应的研究取得了较大的进展. Pride 等<sup>[5]</sup>分析了双电层中的电势分布和电荷分布,以及简谐压强作用下诱导电场对渗流的影响. Pride<sup>[6]</sup>从基本的力学和电磁学原理出发,采用体积平均法,在薄双电层条件下导出了声电耦合波的控制方程,他和 Haartsen 分析了平面耦合波场的基本特性<sup>[7]</sup>. Butler 等<sup>[8]</sup>和 Mikhailov 等<sup>[9]</sup>分别进行了浅层震电实验.在国内,刘洪<sup>[10]</sup>研究了天然电磁波引起的地震-震电转换波,严洪瑞等<sup>[11]</sup>通过野外地震实验,研究了外加静电场对地震波传播的影响.石昆法<sup>[12]</sup>比较了实验室内含油砂岩和含水砂岩的震电信号特点.

弹性波诱导的电场信号较弱,且随传播距离增大而减小.为了有效地检测和利用弹性波转换的电场信号,Haartsen 等<sup>[13]</sup>提出了井中震电剖面的想法. Mikhailov 等<sup>[14]</sup>进行了井中低频(150Hz)斯通利波转换电场的测量,并采用 Tang 的低频斯通利波近似公式<sup>[15]</sup>,在忽略斯通利波衰减的条件下进行了简化的理论分析.

人们还提出了声电效应测井方法.由于声波发射器与探测层位的距离小,转换电场到达接收器的距离也小,利用这种方法可能实现对深部地层的探测. Zhu 等<sup>[16]</sup>系统地进行了声电效应测井模型实验研究.胡恒山<sup>[17]</sup>利用油田砂岩储层的全直径岩芯制作模型井,采用 Zhu 等的实验方法,也观测到了声电转换波形.为了研究声电转换波场的特点,胡恒山等<sup>[18,19]</sup>在轴对称条件下推导出了井中点声源激发时井内外声场和电磁场的计算公式,采用实轴积分法<sup>[20]</sup>计算了井中声场和转换电场的全波波形.本文采用完整的 Biot-Rosenbaum 模型<sup>[21,22]</sup>计算声场,采用似稳电场模型计算声场的转换电场,这种方法容易理解,计算相对简单.与 Mikhailov 等的简化模型<sup>[14]</sup>不同,本文提出的方法不受 Tang 的简化斯通利波公式的局限,可计算转换电场的全波波形.

## 2 简化的 Pride 方程组

在均匀孔隙介质中,没有外加电流源和力源时,耦合弹性波-电磁波服从如下的 Pride 方程组<sup>[6]</sup>

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega \mathbf{B}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -i\omega \mathbf{D} + \mathbf{J}, \quad (2)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}, \quad (3)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad (4)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} + L(-\nabla p + \rho_f \mathbf{u}), \quad (5)$$

$$-\nabla \cdot \mathbf{w} = L \nabla \cdot \mathbf{E} + (-\nabla p + \rho_f \mathbf{u}) \cdot \mathbf{u}, \quad (6)$$

$$\rho_f \mathbf{u} = -\nabla p + \mu_f (\nabla^2 \mathbf{u} + \nabla \nabla \cdot \mathbf{w}), \quad (7)$$

$$\mathbf{u} = (K_H - 2G) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} +$$

$$C(\nabla \cdot \mathbf{w}) \mathbf{I} + G(\nabla^2 \mathbf{u} + \nabla \nabla \cdot \mathbf{u}^T), \quad (8)$$

$$-\nabla p = C \nabla \cdot \mathbf{u} + M \nabla \cdot \mathbf{w}, \quad (9)$$

其中  $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{H}$  分别是电场强度、电位移、磁感应强度和磁场强度,  $\mathbf{u}$  是固相位移,  $\mathbf{w}$  是渗流位移,  $p$  是孔隙流体压强,  $\boldsymbol{\sigma}$  是应力张量,  $\mathbf{I}$  是二阶单位张量.  $\epsilon$  和  $\mu$  分别是孔隙介质的介电常数和磁导率,  $\mu_f$  和  $\rho_f$  分别是孔隙流体黏度和密度,  $\rho$  是地层密度,  $G$  是地层剪切模量,  $K_H$ 、 $C$ 、 $M$  是孔隙介质弹性模量<sup>[7]</sup>,  $\sigma$ 、 $L$  和  $\rho_f$  分别是孔隙介质的电导率、动态渗透率和动电耦合系数<sup>[6]</sup>. (5) 式和 (6) 式体现着动电耦合,说明压强梯度和固相位移加速度可以导致电流,电场可以导致渗流.当  $L=0$  时, (1) ~ (5) 式退化为关于电磁场的 Maxwell 方程组, (6) ~ (9) 式退化为关于孔隙介质弹性波场的 Biot 方程组.

为使问题简化,作如下假设:

(1) 声电效应测井中电声效应可以忽略.声源振动引起的弹性波(一次弹性场)可诱导电场;这种电场会引起弹性波(二次弹性场).二次弹性场远小于一次弹性场,可以忽略, (6) 式简化为

$$-\nabla \cdot \mathbf{w} = (-\nabla p + \rho_f \mathbf{u}) \cdot \mathbf{u}. \quad (10)$$

这样,声场不再受电场的影响,可依据 Biot 理论独立求解.

(2) 电磁场的时间导数项可以忽略,即把电磁场看成似稳场.在似稳场条件下, (1) 式变为  $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ , 可见电场可用势函数表示为

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi. \quad (11)$$

对 (2) 式求散度,并利用 (5) 式和 (11) 式,得地层中电势的方程

$$\nabla^2 \phi = L(-\nabla^2 p + \rho_f \nabla \cdot \mathbf{u}). \quad (12)$$

这样,把求解电场的问题化为求解满足 (12) 式和一定边界条件的电势  $\phi$ .

## 3 井内外电场的形式解与边界条件

声电效应测井模型由充流体的井孔、井外孔隙地层、位于井轴上的发射声波的点声源和一个接收声波的换能器、两个用于测量井轴方向的电场强度的电极组成.为了便于理论研究,我们假定接收声波的换能器位于两个电极的正中间.依据上一节的

分析,可先计算声场,附录给出了井内、外声场的计算公式. 由于声电效应,孔隙地层中产生了电场,该电场服从(12)式. 由于井壁的边界作用,井中不仅可以接收到声场,还可以接收到电磁场. 下面取柱坐标系 $(r, \theta, z)$ ,以点声源位置为原点,以井轴为 $z$ 轴,求轴对称条件下井内外电场的解.

### 3.1 地层中的电场

现求(12)式的解. 固相位移  $u$  由梯度场和旋度场组成,设  $\phi$  是梯度场的势函数,  $\nabla \cdot u = \nabla^2 \phi$ , 则关于地层电势的方程(12)式变为

$$\nabla^2 \phi = (L/\rho) (-\nabla^2 p + \nabla^2 f). \quad (13)$$

其解为

$$\phi = \frac{1}{2} \int_0^\infty A(k, \omega) K_0(kr) \exp(ikz) dk + L(-p + \nabla^2 f),$$

其中第一项是齐次方程的通解,第二项是非齐次方程的特解. 由于井外只有向外传播的波,通解表达式中无  $I_0(kr)$  项. 特别指出,轴向波数  $k$  同时出现于  $K_0(kr)$  和  $\exp(ikz)$  中,是由于忽略了 Maxwell 方程中的时间导数项. 将上式写成频率-波数域形式,即

$$\hat{\phi} = AK_0(kr) + L(-\hat{p} + \nabla^2 \hat{f}), \quad (14)$$

将附录中声压  $\hat{p}$  和标量势函数  $\hat{f}$  的表达式(A-6)和(A-4)代入(14)式,得

$$\hat{\phi} = K_0(kr)A + (L/\rho) \sum_{j=pf,ps} K_0(jr) \times \left\{ \nabla^2 f - (C + jM) l_j^2 \right\} A_j. \quad (15)$$

场强为

$$E_z = -\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial z} = -ik\hat{\phi}. \quad (16a)$$

$$E_r = -\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial r} = kK_1(kr)A + (L/\rho) \sum_{j=pf,ps} jK_1(jr) \times \left\{ \nabla^2 f - (C + jM) l_j^2 \right\} A_j. \quad (16b)$$

将(16)式和附录中关于的声压  $\hat{p}$ 、径向位移  $\hat{u}_r$  和轴向位移  $\hat{u}_z$  的表达式(A-6)、(A-2)和(A-3)式代入(5)式,得

$$J_r = -\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial r} + L \left[ -\frac{\partial \hat{p}}{\partial r} + \nabla^2 f \hat{u}_r \right] = kAK_1(kr) - ikL \nabla^2 f A_{sh} K_1(k_{sh}r), \quad (17a)$$

$$J_z = -ikAK_0(kr) - L \nabla^2 f A_{sh} K_0(k_{sh}r), \quad (17b)$$

在(15)~(17)式中,  $k_{pf}$ 、 $k_{ps}$ 、 $k_{sh}$  分别是与快纵波、慢纵波、横波对应的径向波数,见(A-7)式,  $k_{pf}$  和  $k_{ps}$  分别是快纵波和慢纵波对应的渗流位移与固相位移之比<sup>[17]</sup>,  $A_{pf}$ 、 $A_{ps}$ 、 $A_{sh}$  可按(A-8)式求出. 从(17)式可以看出,即使在均匀孔隙介质中,横波也能诱导电流. 但由于井孔的存在,地层中的电流不只是与横波有关. 从(A-8)式可以看出,系数  $A_{pf}$ 、 $A_{ps}$ 、 $A_{sh}$  中的任意一个都与井内声压、井外纵波和横波在边界上的耦合有关. 因此,(17)式给出的电流还与井外纵波、井内声压有关. 类似地,(16)给出的电场不仅与井外纵波有关,还与井外横波、井内声压有关. 这表明,在分层介质中,横波和纵波都会诱导电流和电场.

### 3.2 井内的电场

在似稳条件下,井内电场为  $E_0 = -\nabla \phi_0$ , 其中  $\phi_0$  满足  $\nabla^2 \phi_0 = 0$ , 其通解为

$$\phi_0 = \frac{1}{2} \int_0^\infty B(k, \omega) I_0(kr) \exp(ikz) dk,$$

或写成波数域形式

$$\hat{\phi}_0 = BI_0(kr). \quad (18)$$

电场分量为

$$E_{r0} = -\frac{\partial \hat{\phi}_0}{\partial r} = -kB I_1(kr), \quad (19a)$$

$$E_{z0} = -\frac{\partial \hat{\phi}_0}{\partial z} = -ikB I_0(kr). \quad (19b)$$

电流密度为

$$J_{r0} = -\frac{\partial \hat{\phi}_0}{\partial r} = -_B kB I_1(kr), \quad (20a)$$

$$J_{z0} = -\frac{\partial \hat{\phi}_0}{\partial z} = -ik_B B I_0(kr). \quad (20b)$$

由于场的轴对称性,井轴上径向电场和径向电流为零,从(19a)和(20a)式也可以看出来.

### 3.3 边界条件

在孔隙地层和井中流体内的电场表达式中,含待定系数  $A$  和  $B$ , 它们可由井壁处( $r = a$ )的边界条件确定. 在井壁处,电势和径向电流连续,即

$$\phi_0(a, k, \omega) = \phi(a, k, \omega) \quad (21)$$

$$J_{r0}(a, k, \omega) = J_r(a, k, \omega) \quad (22)$$

以上两式中,左端为井中场,右端为井外场. 将有关表达式代入两式,写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} I_0(ka) & -K_0(ka) \\ _B k I_1(ka) & k K_1(ka) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ A \end{bmatrix}$$

$$= \left[ \begin{array}{c} (L/ ) \sum_{j=pf,ps} A_j K_0 ( j a) \left\{ \begin{array}{c} 2 \\ f - ( j M + C) l_j^2 \end{array} \right\} \\ i k^2 f L K_1 ( s h a) A_{sh} \end{array} \right], \quad (23)$$

方程右端是由声场确定的,因此,在按附录求出声场后,可确定系数 A 和 B,电场可以按(16)式和(19)式计算出来.

### 4 计算结果

采用与文献[19]相同的介质参数和声源时间函数,按本文的公式计算了井内的声压和电场,采用的声源中心频率为 6kHz.为了说明声压  $p_0$  随源距的变化,给出了源距为 3.0m、3.5m、4.0m 和 4.5m 处井轴上的声压波形  $p_0$ ,各波形均按 3.0m 处的最大声压幅度归一化,见图 1 中的 4 条虚线.图中可见 3 种速度的波包,即 B-B、C-C 和 D-D,分别是纵波、横波和斯通利波波包.为便于比较,将按类似方法归一化后的电场强度  $E_0$  的波形也画在同一幅图上,并用实线表示.可见电场强度也有对应于纵波、横波和斯通利波速度的波包.此外,电场还有 A-A 波包,这种波几乎同时到达各个接收器.图 2 显示了离声源 3m 处井轴上的压强  $p_0$  和电场强度  $E_0$  的波形,从中可以看出转换电场幅度相对于声压幅度的比值,即电声比.在本算例中,斯通利波的转换电场幅度最大,为 186 nV/m,电声比为 332 (nV/m)/Pa;纵波的转换电场幅度小,但电声比大,约 942 (nV/m)/Pa.

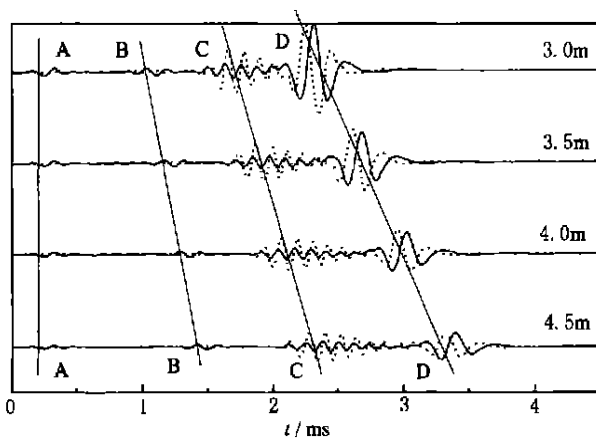


图 1 声压(虚线)与电场强度(实线)波形随源距的变化  
声压和场强均除以 3m 源距处的最大幅度;图中数字表示波形对应的接收点离声源的轴向距离.

Fig. 1 Pressure (dotted) and electric field (solid) with changing offsets

以上计算结果与文献[19]依照完整 Pride 理论

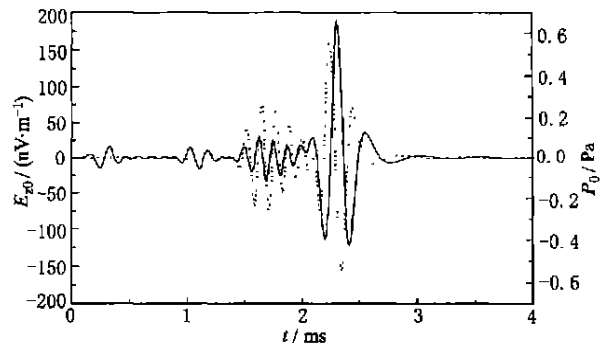


图 2 源距 3m 处井轴上的声压(虚线)与电场强度(实线)  
Fig. 2 Pressure (dotted) and electric field (solid) at 3m on the borehole axis

计算的结果是一致的.如果将图 2 与文献[19]的图 4 相比,看不出差异.若把两图中的波形显示在同一图上,则相互重合.图 1 与文献[19]的图 5 也相同.这说明本文第二部分的两个假设在频率等于 6kHz 时是成立的.事实上,不论是否考虑声电效应,都计算出相同的声波波形,表明第一个假设成立.第二个假设也是成立的,因为井中水的电导率为 0.0927S/m,相对介电常数为 80,频率为 6kHz 时电磁波速度为  $8.045 \times 10^5$  m/s,波长为 1340.8m,地层中电磁波的波长一般大于井中流体电磁波的波长,而通常测井的探测范围小于 10m,可见电磁波波长远大于声电测井时的考察范围.当频率增至 25kHz 时,计算出的波形与按完整 Pride 理论计算出的波形仍然重合.可见,在声波测井频率范围内(25kHz 以下),完全可以按本文的近似方法模拟声电效应测井响应.

现对转换电场波形作简要解释.对应于 B-B、C-C 和 D-D 的电场,具有声波的表现速度.这种现象可用 Pride 理论解释:在均匀孔隙介质内部,声波引起流动电流的同时,导致传导电流和位移电流,这 3 种电流相互抵消,不形成电流源,在声波扰动区域之外无电磁场.电场只出现在声波扰动的区域,就具有了声波的表现速度.

在两种介质的界面(比如井壁)处,这 3 种电流不能相互抵消,可形成电流源,导致辐射电磁波.图 1 中的 A-A 就是这样的波. A-A 波包几乎同时到达各个接收器,其原因如下.声波从流体入射到孔隙介质时,产生透射电磁波.由于电磁波的速度远大于井中流体声速,依据 Snell 定律,当声波的入射角接近于 0 时,可产生沿井壁滑行的临界折射电磁波(采用似稳近似时,电磁波速度被看成无限大,所以临界入射角为无穷小),它在地层中传播并返回到井

中接收器的时间可以忽略,所以 A-A 是一条竖直线.于是,临界折射电磁波到达接收器的时间,等于声波从声源(在井轴上)达到井壁的传播时间.对本算例而言,井半径为 0.1m,声速为 1500m/s, 66.6μs.计算还表明,当井径增大一倍时,A-A 线延迟约 67μs,这也说明 A-A 波包不是计算引起假信号,而是一种物理信号.

关于转换电场幅度,做两点说明.第一,声电转换信号的强弱与频率、地层电导率、井内流体的电导率、地层的动电耦合系数有关,动电耦合系数又与地层孔隙度和弯曲度、孔隙流体的介电常数、黏滞系数有关,与双电层的 zeta 势有关<sup>[15,19]</sup>,图 1 和图 2 是在特定地层参数和频率情况下计算出来的.第二,井中声波压强和电场强度的实际值还与声波换能器的发射强度有关,我们采用的是点声源,离点声源 0.01m 处的辐射压强为 100Pa,实际测井用换能器的辐射压强大于此值.从图 2 可以看出,当斯通利波压强的最大幅度为 0.56Pa 时,转换电场强度是 186 nV/m.

在按(17)和(20)式计算出电流密度之后,可以进一步按似稳磁场的计算方法求出磁场,并与文献[19]进行比较,这里从略.

### 5 结 论

在孔隙介质包围的井中发射声波时,在井内不仅会产生声场,还会产生电场.虽然在孔隙介质中声波和电磁场是耦合的,但是转换的电磁场对声波传播的影响可以忽略.因此,声场可以独立求解.由于电磁波波长远大于声电测井的探测范围,采用了似稳场方法计算电场.依据本文的分析,横波也诱导电流和电场.由于采用了依据完整 Biot 理论导出的井外孔隙介质声场的计算公式,本文提出的计算方法突破了文献[14]必须使用低频斯通利波计算公式的局限,可用于计算转换电场的全波波.与按完整 Pride 理论计算的结果相比,在不高于 25kHz 的频率范围内,误差可以忽略.

计算表明,在转换电场波形中,有伴随斯通利波的电场,伴随纵波和横波的电场,还有临界折射的电磁波.斯通利波的转换电场幅度最大,纵波的电声比最大.

### 附录 孔隙地层中井内外声场表达式

这里给出正文中要用到的井外声势、声压和位移场

的表达式,说明系数  $A_{pf}, A_{ps}, A_{sh}$  的求解方法,并进行简要地推导.我们先给出井内外场的形式解,再依据边界条件确定系数.

井内 设井轴上有一简谐点声源,其辐射声压为<sup>[18]</sup>

$$\frac{1}{2} K_0 ( m r ) \exp ( i k z - i t ) d k ,$$

其中  $k$  为轴向波数,  $\omega$  是圆频率,  $v_m = \sqrt{k^2 - ( \omega / v_m )^2}$ ,  $v_m$  是流体声速,下标  $m$  表示井中流体中的力学量.加上反射声压后,井内总声压为(省略简谐时间因子  $\exp ( - i t )$ )

$$p_0 ( r, z, ) = \frac{1}{2} \int [ 2 K_0 ( m r ) + A_m ( k, ) I_0 ( m r ) ] \times \exp ( i k z ) d k ,$$

或写成波数 - 频率域形式

$$\hat{p}_0 ( r, k, ) = [ 2 K_0 ( m r ) + A_m ( k, ) I_0 ( m r ) ] . \tag{A - 1}$$

这里  $\hat{p}_0 ( r, k, ) = \int p_0 ( r, z, ) \exp ( - i k z ) d z$ . 以下均在波数 - 频率域讨论.

井外 依据 Biot 理论<sup>[21,17]</sup>,在孔隙地层中,存在快纵波、慢纵波和横波,波数分别为  $l_{pf}, l_{ps}, l_{sh}$ . 这与 3 种体波相应,渗流位移与固相位移的比值分别为  $\eta_{pf}, \eta_{ps}, \eta_{sh}$ . 固相位移  $\hat{u}$  由梯度场和旋度场组成,对井外轴对称场而言,

$$\hat{u}_r = \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial r} - \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial z} , \tag{A - 2}$$

$$\hat{u}_z = \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial z} + \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial r} + \frac{\hat{\psi}}{r} , \tag{A - 3}$$

这里  $\hat{\phi}$  和  $\hat{\psi}$  分别是梯度场和旋度场的势函数,它们具有如下形式的解.

$$\hat{\phi} = A_{pf} K_0 ( l_{pf} r ) + A_{ps} K_0 ( l_{ps} r ) , \tag{A - 4}$$

$$\hat{\psi} = A_{sh} K_1 ( l_{sh} r ) , \tag{A - 5}$$

由(9)式,流体压强为

$$\hat{p} = C \sum_{j=pf,ps} l_j^2 A_j K_0 ( l_j r ) + M \sum_{j=pf,ps} j l_j^2 A_j K_0 ( l_j r ) , \tag{A - 6}$$

以上各式中  $l_{pf}, l_{ps}, l_{sh}$  是径向波数,

$$l_j = \sqrt{k^2 - l_j^2} , j = pf, ps, sh. \tag{A - 7}$$

边界条件 在井内、外声场的表达式中,共有 4 个待定系数,他们可依据边界条件确定,即井壁 ( $r = a$ ) 处正应力、轴向剪应力、两侧的流体压强、以及沿界面法向流动的流体体积连续,由此得到,

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_m \\ A_{pf} \\ A_{ps} \\ A_{sh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 m K_1 ( m a ) / m^2 \\ - 2 K_0 ( m a ) \\ - 2 K_0 ( m a ) \\ 0 \end{bmatrix} \tag{A - 8}$$

其中

$$\begin{aligned}
 m_{11} &= m I_1 (m a) / m^2, \\
 m_{21} &= m_{31} = I_0 (m a), \\
 m_{12} &= \rho_f (1 + \rho_f) K_1 (\rho_f a), \\
 m_{13} &= \rho_{ps} (1 + \rho_{ps}) K_1 (\rho_{ps} a), \\
 m_{14} &= i k (1 + \rho_{sh}) K_1 (\rho_{sh} a), \\
 m_{41} &= m_{24} = 0, \\
 m_{22} &= - l_{pf}^2 (C + M_{pf}) K_0 (\rho_f a), \\
 m_{23} &= - l_{ps}^2 (C + M_{ps}) K_0 (\rho_{ps} a), \\
 m_{32} &= 2 G_{pf} K_1 (\rho_f a) / a + [2 G k^2 - (K_H + \rho_f C) l_{pf}^2] K_0 (\rho_f a), \\
 m_{33} &= 2 G_{ps} K_1 (\rho_{ps} a) / a + [2 G k^2 - (K_H + \rho_{ps} C) l_{ps}^2] K_0 (\rho_{ps} a), \\
 m_{34} &= 2 G k [ \rho_{sh} K_0 (\rho_{sh} a) + K_1 (\rho_{sh} a) / a ], \\
 m_{42} &= - 2 i k \rho_f K_1 (\rho_f a), \\
 m_{43} &= - 2 i k \rho_{ps} K_1 (\rho_{ps} a), \\
 m_{44} &= (k^2 + \frac{2}{\rho_{sh}}) K_1 (\rho_{sh} a), \\
 m & \text{ 是井内流体密度.}
 \end{aligned}$$

## 参考文献

- [1] 巴莲科娃 T A, 切勒尼克 . 脉冲 - 谐波激励的电声测井. 王勋弟译. 国外测井技术, 1991, 6(1): 11 ~ 15
- Electroacoustic well logging with pulse and harmonic waves. Translated by WANG Xundi. *Foreign Well Logging Technology*, 1991, 6(1): 11 ~ 15
- [2] 波达波夫 O A 等著. 震电勘探原理. 裘慰庭、李乐天译. 北京: 石油工业出版社, 1996
- Potapov O A. Principles of Seismo-electric Exploration (in Chinese). Translated by QIU Weiting, LI Letian. Beijing: Petroleum Industry Press, 1996
- [3] 戴世坤. 双相介质中的震电效应和震电波场传播理论. [博士后研究报告]. 北京: 石油大学, 1996
- DAI Shikun. Seismo-electric effect in porous medium and seismoelectric wave theory [Post-doctorate research report] (in Chinese). Beijing: University of Petroleum, 1996
- [4] Li S X, Pengra D B, Wang P Z. Onsager's reciprocal relation and the hydraulic permeability of porous media. *Phys. Rev.*, 1995, **E51**: 5748 ~ 5751
- [5] Pride S R, Morgan F D. Electrokinetic dissipation induced by seismic waves. *Geophysics*, 1991, **56**: 914 ~ 925
- [6] Pride S R, Governing equations for the coupled electromagnetics and acoustics of porous media. *Phys. Rev.*, 1994, **B50**: 15678 ~ 15696
- [7] Pride S R, Haartsen M W. Electroseismic wave properties. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1996, **100**(3): 1301 ~ 1315
- [8] Butler K E, Russel R D, Keping A W, et al. Measurement of the seismoelectric response from a shallow boundary. *Geophysics*, 1996, **61**: 1769 ~ 1778
- [9] Mikhailov O V, Haartsen M W, Toksoz M N. Electroseismic investigation of the shallow subsurface: Field measurements and numerical modeling. *Geophysics*, 1997, **62**: 97 ~ 105
- [10] 刘洪. 利用天然电磁场高分辨率探测地下油气水的可能性. 地球物理学报, 1994, **37**(6): 828 ~ 835
- LIU Hong. The possibility of high resolution detection for subsurface oil, gas and water by means of natural electromagnetic field. *Chinese J. Geophys.*, 1994, **37**(6): 828 ~ 835
- [11] 严洪瑞, 刘洪, 李幼铭等. 震电勘探方法在大庆油田的实验研究. 地球物理学报, 1999, **42**(2): 257 ~ 267
- YAN Hongrui, LIU Hong, LI Youming, et al. Daqing oilfield experiment of seismo-electric exploration. *Chinese J. Geophys.*, 1999, **42**(2): 257 ~ 267
- [12] 石昆法. 震电效应原理和初步实验结果. 地球物理学报, 2001, **44**(5): 720 ~ 728
- SHI Kunfa. Seismoelectric effect theory and preliminary experimental results. *Chinese J. Geophys.*, 2001, **44**(5): 720 ~ 728
- [13] Haartsen M W. Coupled electromagnetic and acoustic wavefield modeling in poroelastic media and its applications in geophysical exploration [Ph. D. thesis]. Massachusetts: MIT, 1995
- [14] Mikhailov O V, Queen J, Toksoz M N. Using borehole electroseismic measurements to detect and characterize fractured (permeable) zones. *Geophysics*, 2000, **65**: 1098 ~ 1112
- [15] Tang X M, Cheng C H, Toksoz M N. Dynamic permeability and borehole Stoneley waves: A simplified Biot-Rosenbaum model. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1991, **90**: 1632 ~ 1646
- [16] Zhu Z, Haartsen W H, Toksoz M N. Experimental studies of electrokinetic conversions in fluid-saturated borehole models. *Geophysics*, 1999, **64**(5): 1349 ~ 1356
- [17] 胡恒山. 声电效应测井的理论、数值与实验研究[博士论文]. 长春: 吉林大学, 2000
- HU Hengshan. Study of the acoustic and electromagnetic fields around a borehole in acousto-electric well logging [Ph. D. thesis] (in Chinese). Changchun: Jilin University, 2000
- [18] 胡恒山, 王克协. 井孔周围轴对称声电耦合波: ( )理论. 测井技术, 1999, **23**(6): 427 ~ 432
- HU Hengshan, WANG Kexie. Coupled acoustic and electromagnetic waves around a borehole embedded in a porous formation: part 1. theory. *Well Logging Technology*, 1999, **23**(6): 427 ~ 432
- [19] 胡恒山, 王克协. 井孔周围轴对称声电耦合波: ( )声电效应测井数值模拟. 测井技术, 2000, **24**(1): 3 ~ 13
- HU Hengshan, WANG Kexie. Coupled acoustic and electromagnetic waves around a borehole embedded in a porous formation: part 2. numerical simulation of acoustically induced fields. *Well Logging Technology*, 2000, **24**(1): 3 ~ 13
- [20] Tsang L, Rader D. Numerical evaluation of transient acoustic waveforms due to a point source in a fluid-filled borehole. *Geophysics*, 1979, **44**: 1706 ~ 1720
- [21] Biot M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I - Low-frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1956, **28**: 168 ~ 178
- [22] Rosenbaum J H. Synthetic microseismograms: logging in porous formations. *Geophysics*, 1974, **39**: 14 ~ 32