

# 传统 Spar 平台垂荡主共振时非线性耦合响应的研究

赵晶瑞 唐友刚 冯丽梅 张若瑜

(天津大学 300072 天津)

**摘要:** 考虑瞬时波面影响,建立了 Spar 平台垂荡-纵摇运动的参数激励耦合运动方程,应用多尺度法导出了波浪频率接近垂荡固有频率时响应方程的一阶摄动解并做数值验证。计算结果显示:当波浪高度达到一定值时,纵摇运动中出现大量的亚谐频率成分;随着波浪高度进一步增大,纵摇运动将出现明显的幅值跳跃现象。研究结果表明,能量渗透现象是纵摇运动失稳的主要原因,波浪激励力矩对于纵摇本身的贡献很小。由于垂荡模态存在能量饱和现象,多余的垂荡能量将会向纵摇模态转移,导致出现大幅值的纵摇运动。

**关键词:** Spar 平台; 参数激励耦合方程; 亚谐运动; 渗透现象

**中图分类号:** P751 **文献标识码:** A

## 1 引 言

传统 Spar 平台主体是一个大直径、大吃水且具有规则外形的圆柱式浮桶结构,由于垂向上波浪载荷较小,且垂荡固有频率远低于波浪卓越频率,因此可以将垂荡运动控制在很小范围内。同时由于采用了系泊索固定,其运动响应对水深变化不敏感,更适宜于在深水海域应用,目前已投入使用的 Spar 平台均表现出良好的运动特性<sup>[1]</sup>。

传统 Spar 平台具有较长的垂荡自然周期,具有良好的动力稳定性,然而在某些海洋环境下(例如西非),一年中的长周期涌浪工况占据了一定比例,会使主体产生线性激励的垂荡共振运动,从而产生

大幅值的耦合纵摇运动<sup>[2]</sup>,这逐渐成为动力响应研究的热点。

Spar 的壳体设计通常由最大纵摇(横摇)角决定,要求在百年一遇的风暴中,最大纵摇(横摇)角小于  $10^\circ(0.175\text{rad})$ <sup>[3]</sup>。当 Spar 平台处于垂荡主共振区域时,平台垂荡幅值可达到波高的 8~10 倍<sup>[4]</sup>。大幅值垂荡运动可导致平台浮心位置发生较大变化从而改变纵摇初稳性高 GM 值,同时引起不稳定纵摇运动。文献[5]对有垂荡板的 Spar 平台模型在规则波作用下的垂荡和纵摇运动进行了试验模拟,当波浪频率接近垂荡固有频率时, Spar 平台极易发生耦合非线性运动,在此过程中,垂荡模态能量向纵摇模态传递;文献[6]在对规则波中经典式 Spar 平台的马休类型不稳定性研究时发现,阻尼装置能增加阻尼,减小平台的垂荡运动,改善平台的运动稳定性,

基金项目: 国家“863”高技术研究发展计划(2007AA09Z30); 国家自然科学基金(50639030; 50879057)

来稿日期: 2008-11-06 修回日期: 2010-01-15

第一作者简介: 赵晶瑞,男,1983年生,天津大学建筑工程学院暨港口与海洋工程教育部重点实验室,博士生;研究方向——船舶与海洋工程研究。  
E-mail: peterzhaojr@126.com

但并不能改变垂荡固有周期和纵摇固有周期的比例关系。数值分析和试验结果表明, 当调整模型的重量参数使纵摇与垂荡固有周期为 2:1 或近似这种比例关系时, 即使波高较小, 也将发生纵摇不稳定运动。

作为大直径深吃水的结构, 采用 Morison 方程确定 Spar 平台水动力系数将不再适用。本文根据三维绕射理论计算一阶波浪激励力, 考虑瞬时波面引起的静水恢复力的变化以及对于纵摇运动的参数激励作用, 建立垂荡-纵摇非线性耦合方程, 应用多尺度法进行求解, 得到了方程的一阶近似摄动解。以试验平台为算例, 得到了当平台处于垂荡主共振状态时垂荡-纵摇运动幅值随波浪高度的变化曲线和频响变化曲线, 做出了不同波高下平台响应的时间历程图和频谱图。

## 2 运动方程的建立

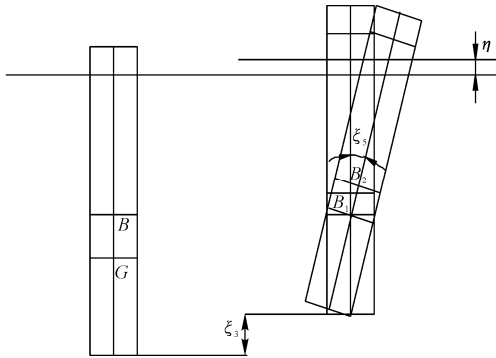


图1 Spar 平台垂荡-纵摇耦合示意图

当 Spar 平台发生垂荡-纵摇耦合运动时, 垂荡静水恢复力和纵摇静水恢复力矩会受到各自运动的影响。如图 1 所示, 平台垂荡静水回复力  $F_{HS}$  可表示为

$$F_{HS} = \rho g A_w [(H_g - \xi_3 + \eta) \frac{1}{\cos \xi_5} - H_g] \quad (1)$$

其中:  $H_g$  为平台重心与静水面的距离;  $\eta$  为瞬时波面升高;  $\xi_3$  为垂荡位移;  $\xi_5$  为纵摇位移;  $A_w$  为平台水线面面积。

纵摇静水恢复力矩主要依赖于平台的瞬时排水体积与稳性高度, 其中平台瞬时排水体积为

$$\nabla_{\text{new}} = A_w \left[ (H_g + \eta - \xi_3) \frac{1}{\cos \xi_5} - H_g \right] + \nabla \quad (2)$$

其中  $\nabla$  为 Spar 平台的静排水量。而影响新稳性高  $\overline{GM}_{\text{new}}$  最主要的因素是浮心  $B$  相对于重心  $G$  沿平台轴线距离  $\overline{BG}$ , 因为  $\overline{BM}$  值较小 (水线面惯性矩相对于平台整体的排水量较小), 因此

$$\begin{aligned} \overline{GM}_{\text{new}} &\approx \overline{GM} + dB \\ &= \overline{GM} + \frac{1}{2} [(H_g + \eta - \xi_3) \frac{1}{\cos \xi_5} - H_g] \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $dB$  表示浮心  $B$  沿平台轴向的移动距离。由于通常平台吃水远大于  $\overline{GM}$ , 因此  $\overline{GM}$  是影响纵摇静水回复力的关键, 可近似认为  $\nabla_{\text{new}} \approx \nabla$ , 此时纵摇静水恢复力矩可表示为

$$\begin{aligned} M_{HS} &= -\overline{GM}_{\text{new}} \nabla \xi_5 \\ &= -\left( \overline{GM} + \frac{1}{2} [(H_g + \eta - \xi_3) \frac{1}{\cos \xi_5} - H_g] \right) \nabla \xi_5 \end{aligned} \quad (4)$$

根据小角度假设, 垂荡波浪激励力与纵摇波浪激励力矩在纵摇角较小时可被近似表示为

$$\begin{cases} F_{HS} = \rho g A_w (\frac{\xi_5^2}{2} H_g - \xi_3 + \eta) \\ M_{HS} = -[\overline{GM} + \frac{1}{2} (\frac{\xi_5^2}{2} H_g - \xi_3 + \eta)] \nabla \xi_5 \end{cases} \quad (5)$$

耦合运动方程可表示为

$$\begin{aligned} (m + m_{33}) \ddot{\xi}_3 + B_3 \dot{\xi}_3 + \rho g A_w [\xi_3 - \frac{\xi_5^2}{2} H_g - \eta(x, t)] &= F_w, \\ (I + I_{33}) \ddot{\xi}_5 + B_5 \dot{\xi}_5 + \nabla [\overline{GM} - \frac{1}{2} \xi_3 + \frac{\xi_5^2}{4} H_g + \frac{1}{2} \eta(x, t)] \xi_5 &= M_w \end{aligned} \quad (6)$$

其中:  $m$  为平台质量;  $m_{33}$  为平台垂荡附加质量;  $I$  为平台纵摇转动惯量;  $I_{33}$  为平台附加转动惯量。

由于 Spar 平台工作水深较大, 选取线性 Ariy 波计算波面, 同时忽略平台静水面处波面高度的差别。在考虑一阶波浪力后, 波面、垂荡波浪激励力和纵摇激励力矩可分别表示为

$$\begin{cases} \eta(x, t) = \eta_0 \cos \Omega t \\ F_w = K_3 \eta_0 \cos(\Omega t + \theta_1) \\ M_w = K_5 \eta_0 \cos(\Omega t + \theta_2) \end{cases} \quad (7)$$

其中： $\eta_0$ 为波浪幅值； $K_3$ 、 $K_5$ 分别为平台在单位波幅作用下受到的一阶垂荡激励力、纵摇波浪力矩； $\Omega$ 为波浪激励频率； $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 分别为垂荡、纵摇激励力相对于波面的滞后相位角。在考虑辐射阻尼力、静水恢复力、系泊张力和一阶波浪力条件下，平台垂荡-纵摇耦合方程可表示为

$$\begin{cases} (m+m_{33})\ddot{\xi}_3 + B_3\dot{\xi}_3 + \rho g A_w (\xi_3 - \frac{\xi_5^2}{2} H_g - \eta_0 \cos \Omega t) = K_3 \eta_0 \cos(\Omega t + \theta_1) \\ (I+I_{55})\ddot{\xi}_5 + B_5\dot{\xi}_5 + \nabla(\overline{GM} - \frac{1}{2}\xi_3) + \frac{\xi_5^2}{4} H_g + \frac{1}{2}\eta_0 \cos \Omega t \xi_5 = K_5 \eta_0 \cos(\Omega t + \theta_2) \end{cases} \quad (8)$$

忽略式(8)中的高阶非线性项，方程可简化为

$$\begin{cases} \ddot{\xi}_3 + 2\bar{\mu}_3\dot{\xi}_3 + \omega_{30}^2 \xi_3 - a_3 \xi_5^2 - b_3 \eta_0 \cos \Omega t = k_3 \eta_0 \cos(\Omega t + \theta_1) \\ \ddot{\xi}_5 + 2\bar{\mu}_5\dot{\xi}_5 + \omega_{50}^2 \xi_5 - a_5 \xi_3 \xi_5 + a_5 \xi_5 \eta_0 \cos \Omega t = k_5 \eta_0 \cos(\Omega t + \theta_2) \end{cases} \quad (9)$$

其中

$$\bar{\mu}_3 = \frac{B_3}{2(m+m_{33})}, \quad \omega_{30}^2 = \frac{\rho g A_w}{m+m_{33}},$$

$$k_3 = \frac{K_3}{m+m_{33}}, \quad a_3 = \frac{\rho g A_w H_g}{2(m+m_{33})},$$

$$b_3 = \frac{\rho g A_w}{m+m_{33}}, \quad \bar{\mu}_5 = \frac{B_5}{2(I+I_{55})},$$

$$\omega_{50}^2 = \frac{\nabla \overline{GM}}{I+I_{55}}, \quad k_5 = \frac{K_5}{I+I_{55}}, \quad a_5 = \frac{\nabla}{2(I+I_{55})}$$

从式(9)中可以看出，在垂荡方程中波面、纵摇运动可看作强迫激励项，而在纵摇方程中，波面、垂荡运动均作为参数激励项影响方程。

以文献[6]试验平台作为算例，平台的技术参数如表1所示。根据文献[7]程序求解平台受到的一阶波浪激励力得到 $k_3$ 和 $k_5$ ，进而平台在不同频率波浪作用时，单位波幅作用下受到的一阶垂荡激励力矩

和纵摇激励力矩如图2、图3所示。

表1 平台参数表

平台长度/m	212.9	GM/m	10.08
平台直径/m	37.2	水深/m	1018
平台吃水/m	198.1	垂荡固有周期/s	29.3
平台排水量/m <sup>3</sup>	215872.2	纵摇固有周期/s	57.2
KB/m	99.1	垂荡阻尼比	0.012
KG/m	89	纵摇阻尼比	0.019

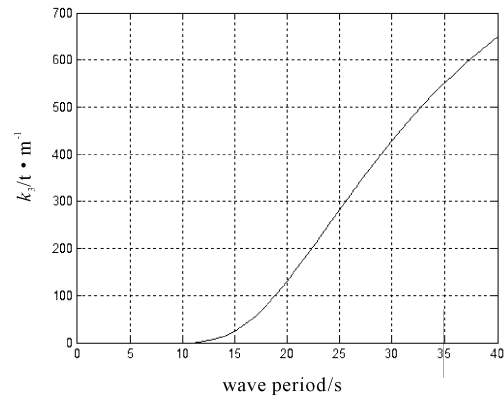


图2 单位波幅垂荡激励力 $k_3$

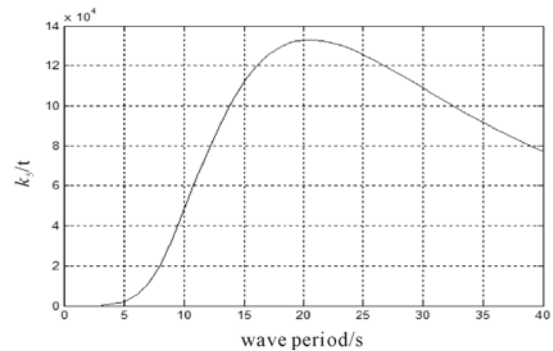


图3 单位波幅垂荡激励力 $k_5$

### 3 垂荡主共振时耦合方程的一阶摄动解

由于两自由度数值和各参数相差较大，现对式(9)的变量进行线性变换<sup>[8-9]</sup>，令

$$\xi_3 = \frac{1}{a_5} x_3, \quad \xi_5 = \frac{1}{\sqrt{a_3 a_5}} x_5 \quad (10)$$

通过对于波浪计算发现, 当波浪周期较大时,  $\theta_1 \approx 0$ , 即在长周期涌浪下垂荡激励力与波面间没有相位差, 因此式(9)可转化为

$$\begin{cases} \ddot{x}_3 + 2\bar{\mu}_3\dot{x}_3 + \omega_{30}^2 x_3 - x_5^2 - \\ a_5 b_3 \eta_0 \cos \Omega t = a_5 k_3 \eta_0 \cos \Omega t \\ \ddot{x}_5 + 2\bar{\mu}_5\dot{x}_5 + \omega_{50}^2 x_5 - x_3 x_5 + \\ a_5 x_5 \eta_0 \cos \Omega t = \sqrt{a_3 a_5} k_5 \eta_0 \cos(\Omega t + \theta_2) \end{cases} \quad (11)$$

再令

$$F_3 = a_5 (k_3 + b_3) \eta_0, F_5 = \sqrt{a_3 a_5} k_5 \eta_0, D = a_5 \eta_0 \quad (12)$$

得到

$$\begin{cases} \ddot{x}_3 + \omega_{30}^2 x_3 = -2\bar{\mu}_3\dot{x}_3(t) + x_5^2 + F_3 \cos \Omega t \\ \ddot{x}_5 + \omega_{50}^2 x_5 = -2\bar{\mu}_5\dot{x}_5(t) + x_3 x_5 + \\ D x_5 \cos \Omega t + F_5 \cos(\Omega t + \theta_2) \end{cases} \quad (13)$$

由于  $\bar{\mu}_3$ ,  $\bar{\mu}_5$ ,  $D$ ,  $F_3$ ,  $F_5$  均较小, 引入小参数  $\varepsilon$ , 并根据主共振形式, 令

$$\bar{\mu}_3 = \varepsilon \mu_3, \bar{\mu}_5 = \varepsilon \mu_5, D = \varepsilon d, F_3 = \varepsilon^2 f_3, F_5 = \varepsilon f_5 \quad (14)$$

将式(14)代入到式(13)中, 得到

$$\begin{cases} \ddot{x}_3 + \omega_{30}^2 x_3 = -2\varepsilon \mu_3 \dot{x}_3(t) + x_5^2 + \varepsilon^2 f_3 \cos \Omega t \\ \ddot{x}_5 + \omega_{50}^2 x_5 = -2\varepsilon \mu_5 \dot{x}_5(t) + x_3 x_5 + \\ \varepsilon d x_5 \cos \Omega t + \varepsilon f_5 \cos(\Omega t + \theta_2) \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} D_0^2 x_{32} + \omega_{30}^2 x_{32} = & (-2i\omega_{30})(D_1 A_{31} + \mu_3 A_{31}) \exp(i\omega_{30} T_0) + A_{51}^2 \exp(2i\omega_{30} T_0) + \\ & 2A_{51} B_{51} \exp[i(\Omega T_0 + \omega_{50} T_0 + \theta_2)] + A_{51} \bar{A}_{51} + B_{51}^2 \exp[2i(\Omega T_0 + \theta_2)] + \\ & \frac{1}{2} f_3 \exp(i\Omega T_0) + 2B_{51} \bar{A}_{51} \exp[i(\Omega T_0 - \omega_{50} T_0 + \theta_2)] + B_{51}^2 + cc \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} D_0^2 x_{52} + \omega_{50}^2 x_{52} = & (-2i\omega_{50})(D_1 A_{51} + \mu_5 A_{51}) \exp(i\omega_{50} T_0) - 2i\Omega \mu_5 B_{51} \exp[i(\Omega T_0 + \theta_2)] + \\ & A_{31} A_{51} \exp[i(\omega_3 + \omega_5) T_0] + A_{31} B_{51} \exp[i(\omega_3 T_0 + \Omega T_0 + \theta_2)] + \\ & A_{31} \bar{A}_{51} \exp[i(\omega_3 - \omega_5) T_0] + B_{51} \bar{A}_{31} \exp[i(\Omega T_0 - \omega_3 T_0 + \theta_2)] - \\ & \frac{1}{2} d \{ A_{51} \exp[i(\omega_{50} + \Omega) T_0] + B_{51} \exp[i(2\Omega T_0 + \theta_2)] + \\ & \bar{A}_{51} \exp[i(\Omega - \omega_{50}) T_0] + B_{51} \exp(i\theta_2) \} + cc \end{aligned} \quad (21)$$

采用多尺度法求式(15)的近似解析解, 设解的形式为

$$\begin{cases} x_3 = \varepsilon x_{31}(T_0, T_1) + \varepsilon^2 x_{32}(T_0, T_1) \\ x_5 = \varepsilon x_{51}(T_0, T_1) + \varepsilon^2 x_{52}(T_0, T_1) \end{cases} \quad (16)$$

其中:  $T_0 = t$ ;  $T_1 = \varepsilon t$ 。将式(16)代回到式(15)中, 比较  $\varepsilon$  的同次项可得

$$D_0^2 x_{31} + \omega_{30}^2 x_{31} = 0, D_0^2 x_{51} + \omega_{50}^2 x_{51} = f_5 \cos(\Omega t + \theta_2) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} D_0^2 x_{32} + \omega_{30}^2 x_{32} = & -2D_0(D_1 x_{31} + \mu_3 x_{31}) + x_{51}^2 + f_3 \cos \Omega t, \\ D_0^2 x_{52} + \omega_{50}^2 x_{52} = & -2D_0(D_1 x_{51} + \mu_5 x_{51}) + x_{31} x_{51} - d \cos \Omega t \end{aligned} \quad (18)$$

其中  $D_n = \frac{\partial}{\partial T_n}$ , ( $n=1, 2$ )。

方程(17)解的形式为

$$\begin{cases} x_{31} = A_{31}(T_1) \exp(i\omega_{30} T_0) + cc \\ x_{51} = A_{51}(T_1) \exp(i\omega_{50} T_0) + B_{51} \exp[i(\Omega T_0 + \theta_2)] + cc \end{cases} \quad (19)$$

其中:  $A_{31}$  与  $A_{51}$  均为时间  $T_1$  的实函数;

$B_{51} = \frac{f_5}{2(\omega_{50}^2 - \Omega^2)}$ ;  $cc$  为等式右端所有项的共轭函数。

将式(19)代入式(15)中, 可得

根据平台实际结构的特征, 平台垂荡和纵摇固有频率比约为 2:1, 且当平台处于垂荡主共振状态时, 波浪频率接近或等于平台垂荡固有频率, 因此令

$$\Omega = \omega_{30} + \varepsilon\sigma_1, \omega_{30} = 2\omega_{50} - \varepsilon\sigma_2 \quad (22)$$

其中:  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$  分别为垂荡、纵摇调谐参数; 式(22)中第一式表示波浪频率与垂荡频率接近的程度, 第二式表示垂荡频率与 2 倍纵摇频率接近的程度。将式(22)代入式(20)、式(21)中, 得到消除永年项的条件为

$$\begin{cases} (-2i\omega_3)(D_1 A_{31} + \mu_3 A_{31}) + \\ A_{31}^2 \exp(i\sigma_2 T_1) + \frac{1}{2} f_3 \exp(i\sigma_1 T_1) = 0 \\ (-2i\omega_5)(D_1 A_{51} + \mu_5 A_{51}) + \\ A_{31} \bar{A}_{51} \exp(-i\sigma_2 T_1) - \frac{1}{2} d \bar{A}_{51} \exp[i(\sigma_1 - \sigma_2) T_1] = 0 \end{cases} \quad (23)$$

将  $A_{31}$  与  $A_{51}$  表示成极坐标的形式为

$$\begin{aligned} A_{31} &= \frac{1}{2} \alpha_3(T_1) \exp[i\beta_3(T_1)], \\ A_{51} &= \frac{1}{2} \alpha_5(T_1) \exp[i\beta_5(T_1)] \frac{n!}{r!(n-r)!} \end{aligned} \quad (24)$$

其中  $\alpha_i$  和  $\beta_i$  为关于  $T_1$  的实函数, 将式(24)代入方程组(24), 并令实部虚部均为零可得

$$\begin{cases} \omega_{30} \alpha_3' + \omega_{30} \mu_3 \alpha_3 + \frac{1}{4} \alpha_5^2 \sin(\gamma_2) - \frac{1}{2} f_3 \sin(\gamma_1) = 0 \\ \omega_{30} \alpha_3 \beta_3' + \frac{1}{4} \alpha_5^2 \cos(\gamma_2) + \frac{1}{2} f_3 \cos(\gamma_1) = 0 \\ \omega_{50} \alpha_5' + \omega_{50} \mu_5 \alpha_5 - \\ \frac{1}{4} \alpha_3 \alpha_5 \sin(\gamma_2) + \frac{1}{4} d \alpha_5 \sin(\gamma_1 + \gamma_2) = 0 \\ \omega_{50} \alpha_5 \beta_5' + \frac{1}{4} \alpha_3 \alpha_5 \cos(\gamma_2) - \frac{1}{4} d \alpha_5 \cos(\gamma_1 + \gamma_2) = 0 \end{cases} \quad (25)$$

其中:  $\gamma_1 = \sigma_1 T_1 - \beta_3$ ;  $\gamma_2 = \beta_3 - 2\beta_5 - \sigma_2 T_1$ 。

对于定常响应, 令  $a_3' = a_5' = \gamma_1' = \gamma_2' = 0$ , 应用数值方法求解以上方程组确定  $\alpha_3$ 、 $\alpha_5$ 、 $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$ , 则方程(12)的一阶定常摄动解可表示为

$$\begin{cases} x_{31} = \varepsilon \left[ \alpha_3 \cos(\Omega t - \gamma_1) \right] + O(\varepsilon^2) \\ x_{51} = \varepsilon \left( \alpha_5 \cos\left[\frac{1}{2}(\Omega t - \gamma_1 - \gamma_2)\right] + \frac{f_5}{\omega_{50}^2 - \Omega^2} \cos(\Omega t + \theta_2) \right) + O(\varepsilon^2) \end{cases} \quad (26)$$

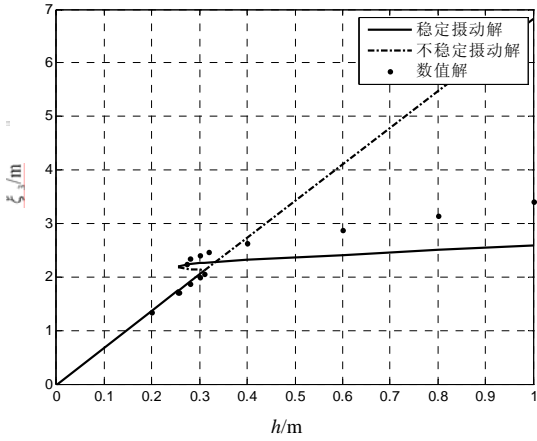
波浪频率接近平台垂荡固有频率时, 垂荡与纵摇的运动响应为

$$\begin{aligned} \xi_3 &= \frac{1}{a_3} [\varepsilon \alpha_3 \cos(\Omega t - \gamma_1)], \\ \xi_5 &= \frac{1}{\sqrt{a_3 a_5}} \left( \varepsilon \alpha_5 \cos\left[\frac{1}{2}(\Omega t - \gamma_1 - \gamma_2)\right] + \frac{F_5}{\omega_{50}^2 - \Omega^2} \cos(\Omega t + \theta_2) \right) \end{aligned} \quad (27)$$

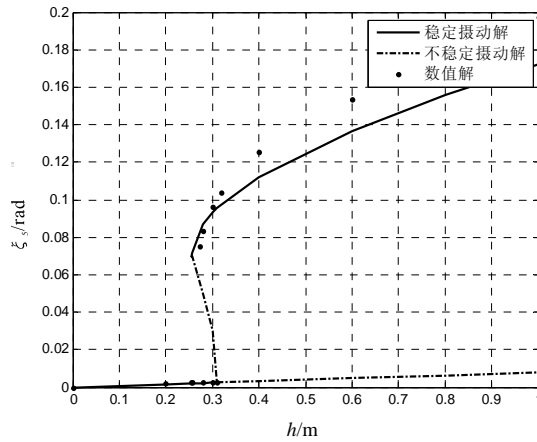
## 4 数值验证

以文献[6]的试验平台为算例计算得到:  $\omega_{30} = 0.215 \text{rad/s}$ ,  $\omega_{50} = 0.110 \text{rad/s}$ ; 量纲一的系数  $\bar{\mu}_3 = 0.002573$ ;  $\bar{\mu}_5 = 0.002154$ ;  $a_3 = 2.508$ ;  $b_3 = 0.046$ ;  $a_5 = 0.000638$ ;  $k_3 = 0.014448$ ;  $k_5 = 0.000692$ 。如图 4 是波浪频率  $\Omega = 0.225 \text{rad/s}$  时垂荡-纵摇幅值随波高变化曲线。

从图 4 可见垂荡运动幅值大致不变, 纵摇幅值出现明显的“跳跃”现象。这表明平台垂荡模态能量将接近饱和。当波浪幅值进一步增大时平台垂荡模态的能量会向纵摇模态渗透, 从而使纵摇幅值迅速增大。图 5~图 8 是采用龙格库塔法计算波高分别为 0.2m 和 0.3m 时平台垂荡与纵摇时间历程与频谱图。

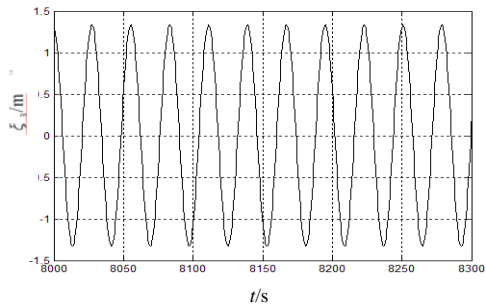


(a)

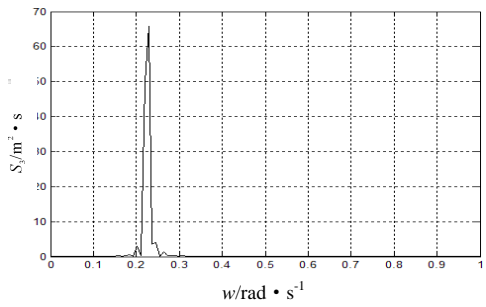


(b)

图4 波浪频率  $\Omega = 0.225$  时垂荡-纵摇幅值随波高变化曲线

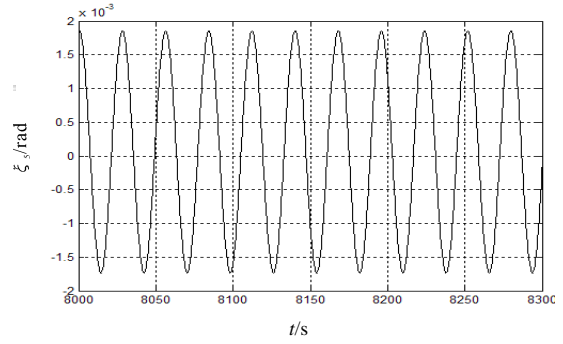


(a) 时间历程图

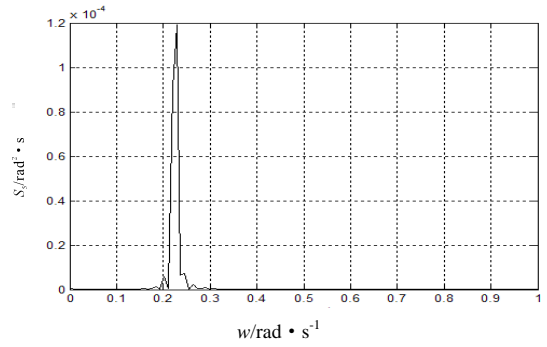


(b) 频谱图

图5 波高 0.2 米时垂荡时间历程与频谱图

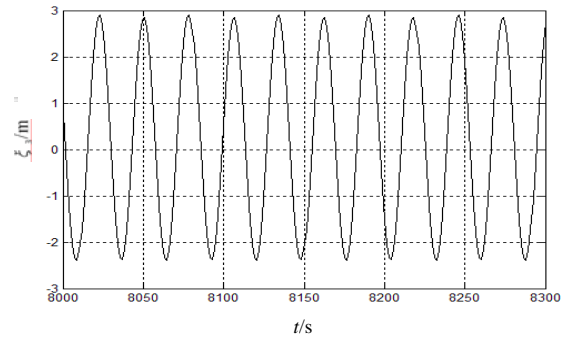


(a) 时间历程图

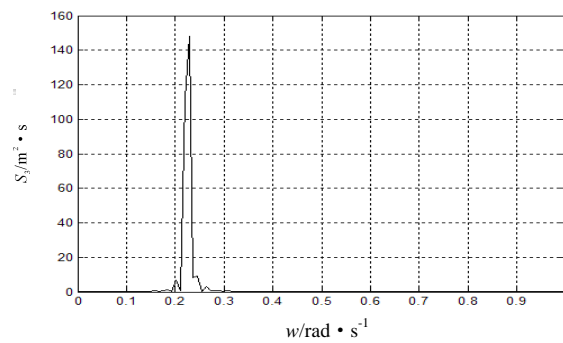


(b) 频谱图

图6 波高 0.2 米时纵摇时间历程与频谱图



(a) 时间历程图



(b) 频谱图

图7 波高 0.3 米时垂荡时间历程与频谱图

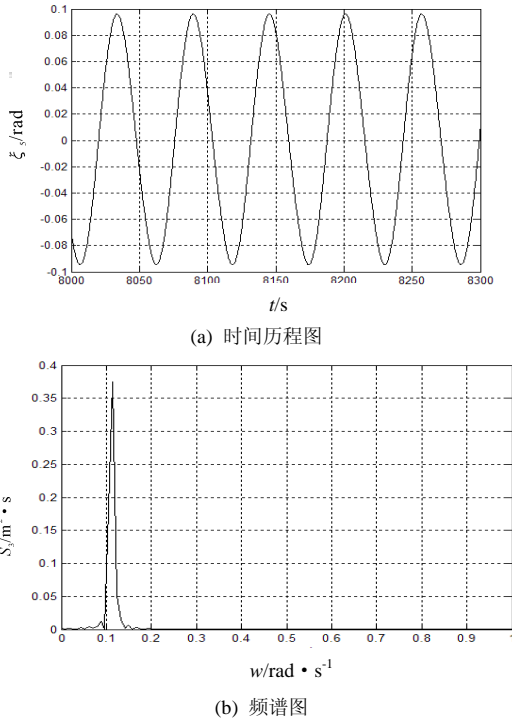
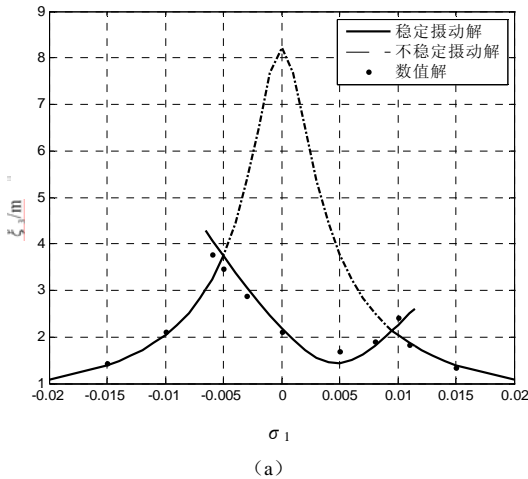
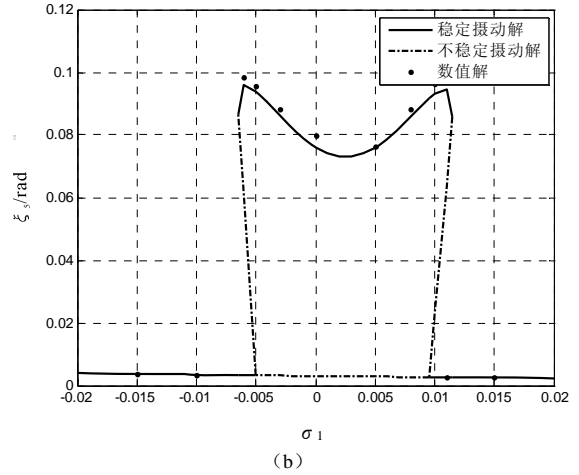


图8 波高0.3米时纵摇时间历程与频谱图

从图5~图8中可以看出当波浪频率接近平台垂荡固有频率时，在波浪幅值较小的情况下垂荡纵摇幅值随波浪幅值线性增加，通过运动的时间历程图发现两自由度运动均以强迫运动为主。同时运动频率由先前的强迫运动频率“跳跃”至1/2倍的亚谐运动频率，而在波浪幅值超过某一临界值时垂荡幅值将大致保持不变。由于有方程中的二次非线性项，当纵摇运动达到一定的幅值后，垂荡运动幅值出现非对称现象。这说明较大幅值的纵摇运动对于垂荡运动也会有一定影响。考虑到该算例平台二倍纵摇固有频率与垂荡固有频率之差 $\sigma_2 = 0.005$ ，为了更加清晰地反映波浪频率对于平台运动的影响，做出 $h_0 = 0.3$ 时垂荡-纵摇幅值随波浪频率与垂荡频率之差 $\sigma_1$ 的幅值变化曲线，如图9所示。

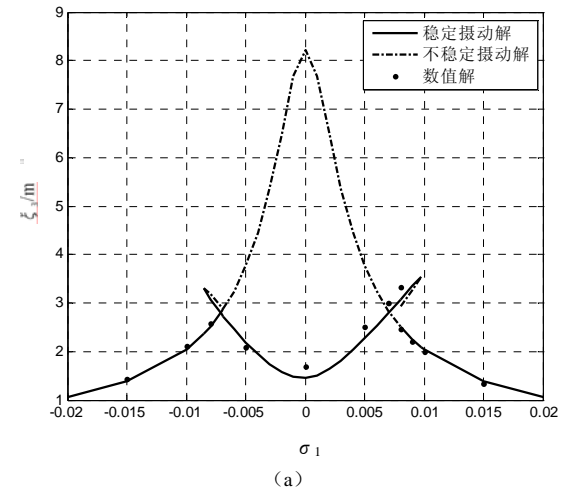


(a)

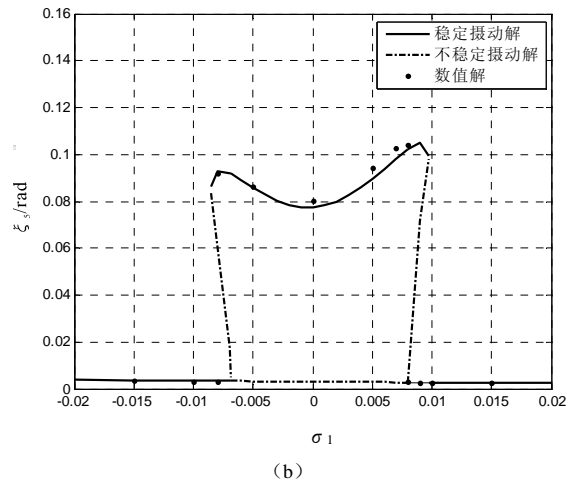


(b)

图9  $\sigma_2 = 0.005$  时垂荡-纵摇幅值随调谐参数 $\sigma_1$ 变化曲线



(a)



(b)

图10  $\sigma_2 = 0$  时垂荡-纵摇幅值随调谐参数 $\sigma_1$ 变化曲线

通过对图9与图10的比较可发现在相同波幅作用下，2倍纵摇固有频率与垂荡固有频率越接近则垂荡主共振时平台纵摇幅值越大。这说明频率差 $\sigma_2$ 越小在相同情况下越容易发生渗透现象。

## 5 结 论

1) 总体来说长周期涌浪对于 Spar 平台非常危险。平台耦合非线性因素将是导致平台出现大幅值纵摇运动的首要原因。因此应用线性化方法无法准确预测平台处于垂荡主共振区时的响应。

2) 当涌浪周期接近平台垂荡固有周期时将激发大幅纵摇运动。纵摇能量大部分来自垂荡模态; 纵摇激励力矩对于纵摇运动幅值本身作用很小; 同时由于二次非线性项的影响, 垂荡运动还将出现幅值非对称现象。

3) 渗透现象对于垂荡运动有利, 但对纵摇运动不利。垂荡固有频率与 2 倍纵摇固有频率相差越大越不利于能量传递。考虑到 Spar 的壳体设计通常由最大纵摇(横摇)角决定, 因此在设计平台时应尽量错开垂荡固有频率与二倍纵摇频率。

## 参 考 文 献

- [1] 董艳秋. 深海采油平台波浪载荷及响应[M]. 天津: 天津大学出版社, 2005.
- [2] 张帆, 杨建民, 李润培. Spar 平台的发展趋势及其关键技术[J]. 中国海洋平台, 2005, 20(2): 9-11.
- [3] 徐琦. Truss Spar 平台简介[J]. 中国造船, 2002, 43(增刊): 126-131.
- [4] Jun B Rho, Hang S Choi. Heave and pitch motions of a spar platform with damping plate[C]//Proceedings of the International offshore and polar engineering conference, itakyushu, Japan, ISOPE, 2002: 198-201.
- [5] Jun B Rho, Hang S Choi. An experimental study for mooring effects on the stability of Spar platform[C]//Proceedings of the International Offshore and Polar Engineering Conference, Hawaii, USA, ISOPE, 2003:285-288.
- [6] Yong Yong Pyo, Lee Dong Yeon. An experimental study on the extreme motion responses of a SPAR platform in the heave resonant waves[C]//Proceedings of International Offshore and Polar Engineering Conference, Seoul, Korea, June, ISOPE, 2005:286-293.
- [7] 张海燕, 赵文斌, 唐友刚. 深水 Spar 平台主体波浪载荷计算[J]. 中国海洋大学学报, 2008, 38(3): 508-512.
- [8] Nayfeh A H, Mook D T, Marshall L R. Nonlinear coupling of pitch and roll modes in ship motions[J]. Journal of hydronautics, 1973, 7(4): 145-152.
- [9] 陈予恕. 非线性系统的分岔与混沌理论[M]. 北京: 高等教育出版社, 1993.